



UNIVERSITÉ DU QUÉBEC EN OUTAOUAIS

Prédiction de la volatilité : cas de l'indice S&P/TSX

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN ÉCONOMIE FINANCIÈRE

PAR

Alain Pascal Kouaga

DIRECTEUR DE RECHERCHE

Boukendour Saïd

REMERCIEMENTS

Je voudrais remercier mon Directeur de mémoire Mr Boukendour Saïd, qui a accepté de m'accompagner dans ce projet, je lui suis très reconnaissant pour les échanges intéressants et très enrichissants que nous avons eus ensemble car, ces différentes remarques et corrections m'ont permis de m'améliorer. Mes remerciements vont également à MM. Tandja Mbianda Djerry Charli et François-Éric Racicot qui ont acceptés d'évaluer mon travail, leurs commentaires et leurs conseils m'ont permis de finaliser mon mémoire.

RÉSUMÉ

L'objectif de ce travail est de tenter de prédire la volatilité future de l'indice S&P/TSX pour différents horizons temporels. Pour atteindre cet objectif, nous avons spécifier un modèle économétrique : $DS\&PTSX_{t-1}^2$ nécessaire pour mesurer les différentes variances de la volatilité. Par ailleurs, l'utilisation des critères d'informations Akaike (AIC) et Schwarz (SIC) nous a permis de comparer les différents modèles : ARCH (4,0), TARARCH(1,1), GARCH(1,1), TGARCH(1,1) et EGARCH(1,1) afin de choisir le modèle le plus significatif pour la prédiction de la volatilité. D'après nos résultats empiriques, le modèle EGARCH (1,1) nous semble être le plus pertinent pour prédire la volatilité de l'indice S&P/TSX. De même, nous avons utilisé les termes d'erreurs RME, MAE et le coefficient de Theil (U) pour évaluer la précision du modèle de prédiction choisi. Nos résultats ont démontré que le modèle EGARCH (1,1) choisi, pourrait probablement être un bon modèle de prédiction pour la volatilité sur une période à long terme qu'à court terme.

Mots clés : volatilité, variations, prédiction, ARCH, EGARCH, AIC, SIC

Tables des matières

Liste des graphiques.....	5
Liste des tableaux.....	6
Liste des abréviations.....	7
INTRODUCTION	8
CHAPITRE 1 : Revue de littérature	11
1.1 Évolution du concept de volatilité.....	11
1.2 Revue empirique sur la prédiction de la volatilité.....	13
CHAPITRE 2 : Méthodologie et choix du modèle.....	18
2.1 Présentation des modèles.....	18
2.2 Données.....	22
2.3 Tests statistiques.....	23
2.4 Spécifications et choix du modèle.....	24
CHAPITRE 3 : Résultats et discussion.....	25
3.1 Résultats des tests statistiques	25
3.2 Étude de la volatilité.....	34
3.3 Estimation des modèles	35
3.4 Modélisation de la volatilité	36
3.5 Choix du modèle le plus significatif.....	38
3.6 Test de validation du modèle choisi : EGARCH (1,1).....	39
3.7 Prédiction de la volatilité.....	39
3.8 Évaluation des erreurs de prédiction	41
CONCLUSION.....	43
BIBLIOGRAPHIES.....	45
ANNEXES	48

Liste des graphiques

Graphique.1.1 : Histogramme et statistiques descriptives de la série S&P/TSX	28
Graphique.1.2 : Test de normalité des résidus (Jarque-Bera)	30
Graphique.1.3 : Test de linéarité de l'indice S&P/TSX	31
Graphique.1.4 : Volatilité conditionnelle de l'indice S&P/TSX	35
Graphique.1.5 : Modélisation de la volatilité de l'indice S&P/TSX	37
Graphique.1.6 : Volatilité à des horizons temporels différents	40

Liste des tableaux

Tableau.1.1 : Résultats des tests de racine unitaire	26
Tableau.1.2 : Test d'hétéroscédasticité de White	27
Tableau.1.3 : Test AR (1)	29
Tableau.1.4 : Test MA (1)	29
Tableau.1.5 : Test d'indépendance BDS (linéarité)	33
Tableau.1.6 : Test de volatilité.....	34
Tableau.1.7 : Synthèse des résultats des tests de spécification	36
Tableau.1.8 : Résultats des critères : AIC et SIC	38
Tableau.1.9 : Test de validation du modèle : EGARCH (1,1)	39
Tableau.1.10 : Résultats des valeurs prédites	39
Tableau.1.11 : Évaluation des erreurs de prédiction de la volatilité	42

Liste des abréviations

ADF : Dickey-Fuller augmenté

AG-DCC: Asymmetric generalized dynamic conditional correlation

AR: Autoregressive

ARMA: Autoregressive moving average

ARCH: Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

BDC: Brock, W. Dechert and J. Scheinkman

CUSUM: Cumulative sum control chart

EGARCH: Exponential GARCH

EGARCH: Exponential Generalized Autorégressive Conditional heteroscedasticity.

GARCH: Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity

KPSS: Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin

MA: Moving Average.

PP: Phillips-Perron

TGARCH: Threshold Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity

S&P/TSX: Standard & Poor's Toronto Stock Exchange

TARCH: Threshold Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

U: coefficient d'inégalité de Theil

INTRODUCTION

Les effets de la crise des subprimes en 2007 sur l'économie des États-Unis et du reste du monde permet d'appréhender l'importance de la volatilité dans une économie nationale et internationale. De même, la volatilité des marchés financiers suscite beaucoup d'intérêt auprès des pouvoirs publics, des investisseurs, des chercheurs et d'autres intervenants. Malgré de nombreuses études et recherches menées sur le concept de volatilité et leur prédiction, les causes des fortes variations des cours boursiers demeurent encore méconnues. Par conséquent, investiguer sur les différentes variances de la volatilité et leurs natures nous intéresse. En effet, mesurer et prédire les fortes amplitudes de variations de la volatilité des marchés, peut permettre aux investisseurs et à d'autres intervenants des marchés, de mieux apprécier la relation rendement espéré, prime de risques et volatilité afin d'optimiser dans le choix d'un placement financier. C'est pour cette raison que nous avons choisi comme thème : « Prédiction de la volatilité : cas de l'indice S&P/TSX ».

Étant donné que, la volatilité représente à la fois l'élément le plus incertain et le plus déterminant dans la prédiction d'un indice boursier. Au cours de ces dernières années, de nombreuses recherches ont été réalisées sur sa dynamique. Plusieurs auteurs se sont intéressés aux limites du concept de volatilité inconditionnelle de Black et Scholes (1973). À cet effet, différents modèles de prédiction de la volatilité seront développés. Une abondante littérature sur le concept de volatilité va démontrer qu'elle a un caractère inobservable et évolue de façon stochastique, d'où le concept de volatilité conditionnelle. Le caractère incertain de la volatilité va rendre sa mesure et sa prédiction dépendante de plusieurs modèles économétriques. La principale difficulté est de déterminer le modèle économétrique le plus approprié. En effet, quel modèle peut permettre une meilleure prédiction des fortes variations des marchés ?

Cette question a depuis longtemps été soulevée par Bachelier (1900), Markowitz (1952) et Sharpe (1964) qui recherchèrent à travers leurs travaux un modèle efficient qui permettrait une meilleure prédiction du risque financier (volatilité). D'autres courants nouveaux défendus par Black et Scholes (1973) mirent en évidence un modèle permettant

de prédire la volatilité non conditionnelle. Engel (1982) apporta une contribution majeure dans le dilemme sur le concept de volatilité inconditionnelle ou conditionnelle en développant les modèles de prédiction de la famille ARCH.

À cause de très fortes amplitudes de variations observées ces dernières années dans les marchés financiers, prédire la volatilité nécessite des modèles encore plus innovants. À l'exemple de Bachelier (1900), Markowitz (1952) et Sharpe (1964) nous pouvons également nous poser les questions suivantes : Quel type de volatilité explique le mieux, la prédiction des fortes amplitudes de variations de l'indice S&P/TSX ? Parmi les modèles économétriques existants, quel est celui qui prédit au mieux ces fortes amplitudes de variations ?

L'objectif général de ce travail est de tenter de prédire la volatilité future de l'indice S&P/TSX sur différents horizons temporels. L'atteinte de cet objectif exige : de mesurer la volatilité de l'indice S&P/TSX, d'étudier et de déterminer sa nature, de choisir le modèle le plus significatif pour sa prédiction et de déterminer l'horizon temporel auquel le modèle choisi est plus précis. En effet, nous avons choisi l'indice S&P/TSX parce qu'en plus d'être très utilisé en finance, ses performances annuelles sont comparables à celles des grands marchés boursiers comme : le Dow Jones, le Dax, le CAC40 et le Footsie.

Pour répondre à nos questions de recherche, nous allons subdiviser notre travail en trois chapitres :

Dans le chapitre 1, nous allons présenter une revue de littérature sur le concept de volatilité et son évolution. Ensuite, nous allons faire un bref aperçu de quelques études empiriques menées sur la prédiction de la volatilité.

Le chapitre 2, va s'articuler tout d'abord sur notre méthodologie de recherche ou nous allons utiliser la méthode du maximum de vraisemblance pour estimer les paramètres de nos différents modèles afin de retenir les modèles candidats pour lesquels les tests de spécifications et de validations sont significatifs. Une spécification d'un modèle économétrique sera indispensable pour mesurer les différentes variances de la volatilité.

À l'aide des critères d'informations (AIC) et (SIC) nous allons comparer et choisir parmi ces modèles candidats, le modèle le plus significatif pour la prédiction de la volatilité de l'indice S&P/TSX. Puis, nous parlerons des données utilisées et des tests statistiques nécessaires pour répondre à toutes nos questions de recherches.

Le chapitre 3, sera consacré aux résultats économétriques et discussion. Dans cette partie, nous allons nous attarder sur l'analyse des caractéristiques statistiques des données historiques de la série financière étudiée. Ensuite, avec le modèle stationnaire spécifier dans le chapitre 2, nous allons mesurer les fortes amplitudes de variations de la série financière S&P/TSX afin d'étudier sa volatilité et de choisir le modèle économétrique le mieux adapté à sa prédiction. Les critères d'évaluation des termes d'erreurs de prédiction seront utilisés pour déterminer le meilleur horizon temporel du modèle choisi.

1 Revue de littérature

1.1 Évolution du concept de volatilité

Selon Bachelier (1900) : « La dynamique de la bourse ne sera jamais une science exacte »¹. Cette assertion va amener plusieurs auteurs à faire un rapprochement avec la notion d'incertitude qui caractérise la volatilité des marchés boursiers. Après Bachelier, Markowitz (1952) va introduire la notion de variance en finance et développer la théorie moderne du portefeuille. Il démontra qu'en possédant des actifs différemment corrélés, un investisseur peut atténuer le risque financier de son portefeuille et réduire ainsi la volatilité du dit portefeuille. À la suite des travaux de Markowitz (1952), Sharpe (1964) développa la théorie du modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF) il utilisera le ratio de Sharpe pour évaluer la performance d'un portefeuille d'actif en fonction du risque financier (volatilité). Bien que les théories de Bachelier, de Markowitz et de Sharp soient révolutionnaires à leur époque, elles feront tout de même l'objet de nombreuses critiques. En effet, leurs théories reposent sur le principe que : les cours boursiers sont des phénomènes continus, alors que dans la réalité les marchés financiers sont soumis à de fortes variations d'amplitudes différentes qui supposent à des phénomènes plutôt non-continus c'est-à-dire qui ne suivent pas la loi normale comme le pensent Bachelier (1900), Markowitz (1952) et Sharpe (1964). La plupart des critiques, associent ces phénomènes à des aléas issus des événements incertains. De la théorie financière de Bachelier, de Markowitz à celle de Sharpe naquirent de nouvelles théories à l'instar de celle d'évaluation d'option de Black et Scholes (1973) dont le concept de volatilité inconditionnelle sera très contesté à cause de sa variance constante. Engle (1982) trouva des lacunes dans les méthodes utilisées par ces différents auteurs qui considèrent les séries financières comme étant toutes, des distributions normales à variances constantes. Il va ainsi apporter une contribution majeure dans le concept de volatilité en développant les modèles de la famille ARCH qui prennent en considération certains facteurs tels que : l'informations, les événements improbables et le temps. Les

¹ Bachelier, L. (1900), *Théorie de la spéculation*, Annales de l'École Normale Supérieure, 17, p.32

travaux de Bollerslev (1986) vont permettre la généralisation du modèle ARCH(p) d'Engle par le développement d'un modèle GARCH (p, q) encore plus efficace.

Lamya (2008) a démontré que la volatilité implicite d'une option, est la volatilité par laquelle la formule de Black-Scholes est égale à la valeur du marché de cette option avec comme hypothèse que les autres paramètres de la formule sont d'avance connus. L'inversion de la formule de Black-Scholes permet d'obtenir une volatilité implicite très utilisée en finance. Pour apporter des solutions aux lacunes observées dans le modèle de Black et Scholes, Hull et White (1987) vont mettre en évidence le modèle stochastique avec l'effet leptokurtique, c'est à dire que la distribution des données financières possède un kurtosis excédentaire positif avec de fortes amplitudes de variations. D'après Taylor (1986) l'hypothèse qui fait de la volatilité une valeur toujours constante dans le modèle de Black et Scholes peut être résolue par l'une des approches du modèle stochastique, en considérant dans ce modèle certains événements imprévisibles qui peuvent avoir une influence sur les marchés financiers. Contrairement aux modèles à volatilités implicites et historiques, les modèles à volatilités stochastiques utilisent la volatilité comme une variable inobservable possédant une nature aléatoire difficilement démontrable. La volatilité est une variable très aléatoire évoluant dans le temps, sa propagation peut provoquer des chocs économiques divers à l'exemple de la crise des subprimes en 2007 aux États-Unis causée par une forte volatilité dans les marchés immobiliers. Les travaux de : Bensafta et Gervasio (2011) sur la transmission de la volatilité et la contagion entre marchés boursiers, démontrent l'importance de la volatilité aussi bien dans la crise des subprimes que dans le processus de la mondialisation des marchés. Ils estiment que les marchés financiers à travers le monde sont interdépendants. En plus, Ross (1989) et Gharbi (2013) sont d'accord sur le fait que la dynamique de la volatilité restera toujours influencée par certaines incertitudes : macroéconomiques, géopolitiques, structurelles et conjoncturelles.

Puisque, les marchés boursiers sont dorénavant soumis à de très fortes volatilités provoquées par des chocs économiques divers : la crise des subprimes en 2007 aux États-Unis, les fluctuations du prix du pétrole à l'international, la dévaluation de la monnaie chinoise et les effets de la renégociation de l'ALENA sur les marchés financiers Canadien et Nord-Américain. Prédire la volatilité dans ces marchés financiers nécessite des modèles de prédictions encore plus innovants.

1.2 Revue empirique sur la prédiction de la volatilité

Nelson (1991), Rabemananjara et Zakoian (1993) ont démontré que l'hypothèse de non-linéarité reste fondamentale dans le processus de prédiction de la volatilité de certaines séries financières. Ils supposent une évolution asymétrique de la variance et non symétrique comme le présume les modèles de prédictions ARCH et GARCH de Engle, R (1982) et de Bollerslev (1986). Les changements observés ces dernières années dans les marchés financiers laissent croire que ces modèles ont des capacités insuffisantes à prédire les variables présentant des phénomènes d'asymétries. Capiello et al (2006) et Elizabeth (2012) attribuent ces changements aux événements nouveaux que sont la mondialisation des marchés avec des chocs économiques divers responsables des fortes amplitudes de variations et des phénomènes d'asymétries. Chikhi et al (2012) démontrent que les modèles de prédictions SEMIFARMA (Semi-parametric fractional autoregressive Moving Average) sont plus efficaces que les modèles EGARCH dans la prédiction de la volatilité des indices boursiers à mémoires très longues comme dans le cas du Dow Jones. En plus des phénomènes d'asymétries, ils démontrent que les modèles de prédiction SEMIFARMA considèrent également *les phénomènes de persistance* des chocs de volatilité dues aux chocs informationnels. Alejandro et al (2019) vont combiner plusieurs modèles pour prédire la volatilité des rendements des taux de changes EUR/USD, la spécificité de leurs modèles est qu'ils peuvent capter les composantes non linéaires à court et à long terme d'une série financière. Ce qui les rendent encore plus performant que les modèles de prédictions autorégressifs GARCH et EGARCH.

À l'aide des modèles EGARCH à plusieurs variables Badrinath et Prakash (2014) étudient la prédiction de la volatilité dans les marchés financiers de changes monétaires

en inde. Ils trouvent que l'existence des phénomènes d'asymétries dans ces marchés est due aux faibles assimilations des informations et aux phénomènes de contagions de la volatilité. Cependant, Hagen et Yu (2001) vont utiliser des techniques différentes de séries chronologiques univariées et celles de la volatilité implicite des prix des options pour prédire la volatilité sur les marchés financiers allemand. Ils concluent que ces modèles de prédictions sont sensibles aux mesures d'erreurs ainsi qu'aux différents horizons de prévisibilité. Pour prédire la volatilité quotidienne du rendement des actions négociées de la NYSE (New York Stock Exchange) Brooks (1998) étudie plusieurs modèles statistiques de prédiction et admet que l'augmentation des modèles de volatilité avec des mesures de volumes retardés améliorent très peu la prévision des performances des marchés. Dans une étude sur la prévision de la volatilité financière, Martens et Jason (2002) constatent que les modèles de prévisions GARCH ne contiennent pas assez d'informations par rapport à ceux des prévisions à volatilité implicites. Kat et al (1994) admettent que le modèle EGARCH (1,1) est plus performant pour la prédiction de la volatilité des indices boursiers. Alors que, le modèle GARCH (1,1) est plutôt meilleur pour la prédiction de la volatilité des devises.

L'exactitude de l'horizon de prévisibilité de la volatilité reste un dilemme dans la mesure où Poon et Granger (2003), Li et Zakamulin (2019) trouvent que l'horizon de prévisibilité de la volatilité semble plus court que long. Alors que, Green et Figlewski (1999), Alford et Boatsman (1995), Cao et Tsay (1992) et Figlewski (1997) semblent démontrer par leurs différents travaux que la volatilité peut être prévisible sur des horizons à long terme (30 à 60 mois). West et Cho (1995) concluent que sur un horizon d'une semaine, les modèles de prédictions GARCH semblent légèrement plus précis que les modèles de prédictions homoscedastiques et les modèles non paramétriques univariés dans la prédiction de la variance conditionnelle de la volatilité des marchés. De même, Brailsford et Faff (1996) testent plusieurs modèles différents de prédiction de la volatilité et admettent que le modèle GARCH est plus performant dans la prédiction de la variabilité de la volatilité sur un horizon à court terme (1mois). Cependant, Boudoukh et Richardson (1997) trouvent que le modèle GARCH est moins performant dans une prédiction à long terme (6mois). Les résultats ci-dessus semblent se confirmés par les travaux de Laplante

et al (1998) qui étudient la prédiction de la volatilité de l'indice TSE-300 sur des horizons temporels à longs termes c'est à dire d'un, trois, six et douze mois. Il ressort de leurs travaux que le modèle de prédiction GARCH (1,1) semble meilleur pour la prédiction de la volatilité de l'indice TSE-300 sur des horizons à courts termes (1mois). D'autre part, ils démontrent que cette prédiction est différente en présence d'autres modèles. Farés (2008) démontre que le modèle de prédiction EWMA (moyenne mobile exponentielle pondérée) est plus efficace que le modèle de prédiction GARCH (1,1) dans la prédiction de la volatilité de l'indice S&P500 sur un horizon temporel à long terme.

Dans une analyse de la capacité prédictive de la volatilité, Bronka (2001) approuve que la volatilité implicite semble plus efficace que la volatilité historique dans la prédiction de la volatilité future (anticipée). Il trouve que les données historiques constituent des informations passées sans réel impact sur les fluctuations avenir. Black et Scholes (1973), Racicot et Théoret (2005) démontrent que la volatilité historique peut être supposée comme étant un bon estimateur de la volatilité future (anticipée). Cependant, Ross (1989) admet qu'une meilleure prédiction des volatilités futures doit considérer en plus des données historiques, les phénomènes aléatoires liés à la volatilité. Canina et Figlewski (1993) affirment que le modèle de volatilité implicite reste un mauvais modèle pour la prédiction de la volatilité future dans le cas des options de l'indice S&P 100. Cette affirmation semble se confirmer avec les travaux de Bentes (2015) qui obtient dans une prévision hors échantillon, des bons résultats avec le modèle de prédiction GARCH qu'avec le modèle de volatilité implicite. Toutefois, Corrado et al (2005) estiment que les index de volatilité implicite du CBOE (Chicago Board Options Exchange) sont meilleurs que la volatilité historique pour la prédiction des indices boursiers tels que : Nasdaq 100, Standard and Poor's 100 et 500. Pour prédire la volatilité future à la fois, sur le marché de gré à gré et sur les marchés boursiers de Hong Kong, Yu et al (2010) approuvent que le modèle de volatilité implicite semble plus pertinent que le modèle de volatilité historique ainsi que le modèle GARCH. Daloz (1973) s'accorde avec le modèle de la marche du hasard de Bachelier (1900), pour conclure que : « si les cours contiennent tout le

prévisible les fluctuations ultérieures relèvent exclusivement d'imprévisible c'est-à-dire du hasard »².

Conclusion

Au regard de ce qui précèdent nous pouvons dire que le modèle GARCH est meilleur pour la prédiction de la volatilité dans un horizon temporel à court terme qu'à long terme et d'autre part que le modèle EGARCH est meilleur pour la prédiction de la volatilité de certaines séries financières asymétriques. De même, la volatilité implicite est beaucoup plus efficace dans la prédiction de la volatilité future au contraire de la volatilité historique. Toutefois, nous retenons que la prédiction des fortes amplitudes de fluctuations des marchés financiers peut considérablement varier d'un modèle économétrique à un autre, ce qui explique ainsi le caractère très improbable de la volatilité.

D'après Racicot et Theoret (2005) : « Une erreur de spécification du modèle peut en effet se traduire par une prévision fortement biaisée. »³. Par conséquent, ils estiment qu'il serait inapproprié de fournir de façon exacte une prédiction précise de la volatilité sans avoir au préalable défini, un intervalle de confiance afin de diminuer les risques d'erreurs y afférents.

À la suite d'une abondante littérature sur le concept de volatilité et sa prédiction, il ressort des points de vue divergents sur la nature même d'une série financière et sur celle de sa volatilité. Ces divergences nous amènent à nous questionner sur la vraie nature de la série financière étudiée et sur celle de sa volatilité. Ainsi, dans les lignes qui suivent, nous

² J.P. Daloz, Hasard et cours boursiers Paris Cujas 1973

³ Racicot F.-É., et R. Théoret, (2005), Quelques Applications du filtre de Kalman en Finance : Estimation et prévision de la volatilité stochastique et du rapport cours bénéfiques, Working PaperNo UQO-DSA-wp0312005.

allons étudier et analyser les caractéristiques statistiques des données historiques de l'indice S&P/TSX, afin de tenter d'apporter des réponses aux questions de recherches suivantes : Quel type de volatilité explique le mieux, la prédiction des fortes amplitudes de variations de l'indice S&P/TSX ? Parmi les modèles économétriques existants, quel est celui qui prédit au mieux ces fortes amplitudes de variations ?

2 Méthodologie et choix du modèle

Notre approche méthodologique consiste tout d'abord à présenter les différents modèles parmi lesquels nous choisirons le modèle le plus significatif pour la prédiction de la volatilité. Par la suite, nous ferons une brève description de nos données. Les tests statistiques appropriés seront utilisés pour apporter des réponses à nos questions de recherches. Une spécification d'un modèle économétrique permettra de mesurer les différentes amplitudes de variations de la volatilité dans le but, d'étudier et de déterminer sa vraie nature. L'utilisation des critères d'informations Akaike et Schwarz permettra de comparer plusieurs modèles candidats estimés en vue de choisir le meilleur modèle de prédiction.

2.1 Présentation des modèles

Avant de passer aux modèles de prédictions plus complexes comme les modèles (ARCH et GARCH) ou d'autres modèles plus innovants (TARCH, TGARCH et EGARCH). Nous devons d'abord vérifier que les modèles simples linéaires (ARMA) ne sont pas suffisamment aptes pour prédire la volatilité de notre série financière. Cette approche permet de ne pas compliquer inutilement notre travail de recherche. Dans les lignes qui suivent, nous allons présenter les processus ARMA, ARCH, GARCH, EGARCH et le processus d'estimation des paramètres d'un modèle ARCH par le modèle du maximum de vraisemblance (MV).

2.1.1 Processus linéaire ARMA

Le processus ARMA (p, q) représente un modèle autorégressif et une moyenne mobile d'ordres (p, q) ou p représente l'ordre de la partie AR et q l'ordre de la partie MA.

Le processus AR(p) modèle autorégressif se met sous la forme :

$$S\&P\&T\&S\&X_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i S\&P\&T\&S\&X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (1)$$

Où ε_t : est un bruit blanc, $\varepsilon_t \sim B(0, \sigma)$ et les φ_i sont des nombres réels

Le processus MA(q) est un modèle à moyenne mobile qui se met sous la forme :

$$S\&PTSX_t = \sum_{j=1}^q \phi_j \varepsilon_{t-j} \quad (2)$$

Où ε_t : est un bruit blanc, $\varepsilon_t \sim B(0, \sigma)$ et les ϕ_j sont des nombres réels.

Le processus ARMA est la combinaison des processus AR et MA. On dit que la série $\{S\&PTSX_t\}$ suit un processus ARMA (p, q) si :

$$S\&PTSX_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i S\&PTSX_{t-i} + \sum_{j=1}^q \phi_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \quad (3)$$

Un modèle autorégressif AR(p) est un ARMA (p, 0)

Un modèle autorégressif MA(q) est un ARMA (0, q)

Le modèle ARMA linéaire classique présente des insuffisances dans la modélisation de certaines séries financières caractérisées par des phénomènes d'asymétries dues aux fortes amplitudes de variations de la volatilité. Ces modèles linéaires permettent uniquement les échanges informationnels entre le présent et le passé et ne considèrent pas les variances conditionnelles aux temps.

2.1.2 Processus ARCH

2.1.2.1 Processus ARCH (1)

Le processus $(S\&PTSX_t)$ est un processus ARCH (1) si :

$$S\&PTSX_t = \varepsilon_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 S\&PTSX_{t-1}^2}$$

où ε_t est un bruit blanc gaussien centré, de variance σ^2 , soit $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

On notera généralement $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 S\&PTSX_{t-1}^2$ et donc $S\&PTSX_t = \varepsilon_t \sqrt{h_t}$.

2.1.2.2 Processus ARCH(p)

On dit que le processus ($S\&PTSX_t$) suit un processus ARCH (p) s'il est défini par une équation de la forme :

$$S\&PTSX_t = \varepsilon_t \sqrt{h_t} \text{ où } h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i S\&PTSX_{t-i}^2$$

Où ε_t est un bruit blanc gaussien centré, de variance σ^2 , soit $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$,

Ceci peut s'écrire : $S\&PTSX_t = \varepsilon_t [\alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i S\&PTSX_{t-i}^2]$.

Ce n'est plus le processus ($S\&PTSX_t$) que l'on cherche à modéliser mais le processus ($S\&PTSX_t^2$).

Le modèle ARCH(p) a connu d'importantes évolutions durant ces dernières années avec des innovations prenant en considération le caractère imprévisible des marchés boursiers marqués par des fortes volatilités. Les modèles ARCH(p) sont d'équations suivantes :

$$S\&PTSX_t = \varepsilon_t h_t, h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 S\&PTSX_{t-1}^2 \text{ et } \varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

Le modèle ARCH(p) associe plusieurs retards, mais seule la variance conditionnelle dépend des erreurs passées.

$$S\&PTSX_t = \varepsilon_t h_t, h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i S\&PTSX_{t-i}^2 \text{ et } \varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

h_t^2 : Volatilité, $\sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i}^2$: somme de résidus élevés au carré décalé d'ordre p

La volatilité de l'indice S&P/TSX au temps t évolue en fonction des carrés des écarts à la moyenne observés au temps (t-1). $S\&PTSX_t$ représente la variable des cotations boursières de l'indice S&P/TSX, h_t représente la variance conditionnelle qui prend en considération les fluctuations de la volatilité du terme d'erreur dans le temps. Les variables α_0 représentent la variance inconditionnelle, les variables α_i permettent de définir le niveau d'amplitudes de variabilité de la volatilité de l'indice S&P/TSX. Nous pouvons donc écrire l'équation suivante :

$$E(S\&PTSX_t | S\&PTSX_{t-1}) = 0$$

$$\text{et } E(S\&PTSX_t^2 | S\&PTSX_{t-1}) = h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i S\&PTSX_{t-i}^2$$

2.1.3 Processus GARCH

Les modèles GARCH sont semblables aux modèles ARMA usuels dont la configuration permet d'introduire des effets d'innovations. Ils représentent une extension du modèle ARCH classique. Les modèles GARCH sont d'équations suivantes :

$$S\&PTSX_t = \varepsilon_t h_t, h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i S\&PTSX_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \alpha_j X_{t-j}^2 \text{ et } \varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

On peut noter que dans cette formule p et q sont des variables temporelles passées nécessaires pour déterminer la volatilité présente. α_0 représente la variance inconditionnelle. α_i est une variable qui prend en considération les chocs passés, sa variation influe grandement sur l'amplitude de la volatilité. α_j favorise le retour à la volatilité minimale α_0

q correspond au caractère autorégressif du processus h_t^2 ce qui permet d'avoir l'équation suivante :

$$E(S\&PTSX_t | S\&PTSX_{t-1}) = 0,$$

$$\text{et } E(S\&PTSX_t^2 | S\&PTSX_{t-1}) = h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i S\&PTSX_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \alpha_j X_{t-j}^2$$

2.1.4 Processus EGARCH de Nelson (1990)

Grâce aux modèles exponentiel GARCH ou EGARCH, Nelson (1990) a démontré l'existence des effets d'asymétries dans certaines séries financières. Les modèles EGARCH sont d'équation suivante :

$$\log(h_t) = \omega + \beta \cdot \log(h_{t-1}) + \gamma \cdot \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \alpha \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{h_{t-1}}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right]$$

On peut noter que dans cette équation ω , β , γ , α , sont des paramètres constants. Le modèle EGARCH est asymétrique car, le coefficient $\frac{[\varepsilon_{t-1}]}{\sqrt{h_{t-1}}}$ est généralement négatif. Les modèles de prédiction EGARCH ne violent pas les contraintes de non-négativité de la variance conditionnelle car, les informations différentes ont des effets différents sur la volatilité.

2.1.5 Estimations des paramètres d'un modèle ARCH

La Log de vraisemblance à la date t est de la forme :

$$\mathcal{L}_t = \text{constante} = \frac{1}{2} \log h_t^2 - \frac{1}{2} \varepsilon_t^2 h_t^{-2},$$

La Log-vraisemblance totale du modèle s'écrit :

$$\mathcal{L}_t = \text{constante} = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \log h_t^2 - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2 h_t^{-2}$$

On peut noter que dans cette formule : n représente le nombre de cotations boursières journalières de la série financière S&P/TSX, h_t^2 représente la variance conditionnelle, ε_t^2 représente le carré des erreurs du modèle. En présence d'ARCH l'estimateur des MCO est convergent mais inefficace.

Dans le cadre de ce travail de recherche, la méthode du maximum de vraisemblance sera utilisée pour estimer les paramètres de nos différents modèles.

2.2 Données

Les données utilisées dans le cadre de ce travail, sont celles de la série des cours de l'indice composé S&P/TSX échangés sur la Toronto Stock Exchange (TSX) et celles estimées à partir du logiciel EViews. Nous nous proposons d'effectuer ce travail avec deux échantillons différents. Le premier couvre la période allant du 03-Janvier-2017 au 29-Décembre-2017 soit une année d'observations (échantillon A) qui sont toutes des cotations journalières ajustées à la fermeture des marchés financiers et provenant de la

base des données de Yahoo-finance⁴. Le second échantillon couvre la période allant du 03-janvier-2017 au 29-mars-2018 (échantillon B) représentant les données de l'échantillon A en plus des données estimées à partir du logiciel EViews. Il faut noter que les différents modèles seront testés et estimés en utilisant les données de l'échantillon A. Tandis que les données de l'échantillon B serviront à évaluer les erreurs de prédiction et la capacité prédictive du modèle choisi. Par ailleurs, les marchés financiers canadiens ne fonctionnent que les jours ouvrables, les cotations boursières n'existent pas les samedis, les dimanches et les jours fériés. Le fait que nos données soient journalières, exempte nos échantillons de tout effet de saisonnalités.

2.3 Tests statistiques

Les tests statistiques permettent de vérifier les caractéristiques de notre série financière afin de mieux les analyser et par conséquent, éviter toutes erreurs de diagnostics et de régressions fallacieuses. Dans la cadre de ce travail, nous allons vérifier et corriger les phénomènes de non-stationnarité de notre série par l'entremise des tests de racine unitaire. Pour vérifier la variance des erreurs des résidus de notre échantillon nous allons utiliser le test d'hétéroscédasticité de White. Les tests de normalité de Jarques-Bera vont nous permettre de vérifier si notre série est une distribution normale (symétrique) ou non (asymétrique). Tandis que, les tests d'identification des processus ARMA permettront de vérifier si la série admet un processus linéaire. Dans le cas contraire nous allons passer aux tests de stabilité des paramètres et d'indépendance BDS qui permettront respectivement : d'analyser la stabilité de notre modèle en fonction du temps et de déterminer le type de relation qui existe entre nos différentes variables. À cet effet, nous pourrions statuer sur les dépendances linéaires ou non de notre série financière. Il faut noter que dans le cas où notre série n'admet pas de processus linéaire ARMA, le modèle choisi proviendra alors de l'estimation des processus non-linéaires de la famille ARCH ou ses extensions (GARCH, TARARCH, TGARCH et EGARCH). Le test de volatilité permettra de vérifier si notre série admet une volatilité conditionnelle ou non (variance constante ou non).

⁴ <https://ca.finance.yahoo.com/quote/%5EGSPTSE>

Tout au long de ce travail de recherche, nos différents modèles seront testés dans le logiciel EViews avec un seuil de confiance fixé à 95% et un seuil critique $\alpha = 5\%$ (0.05)

2.4 Spécifications et choix du modèle

Pour mieux étudier l'évolution de la volatilité de notre série financière afin de déterminer sa vraie nature. Nous tenterons d'élaborer un modèle économétrique avec lequel, nous mesurerons les différentes amplitudes de variations de la volatilité de notre série au cours de l'année 2017. Ce même modèle sera utilisé pour mesurer les différentes amplitudes de variations prédites de l'indice S&P/TSX sur une période allant du 01-janvier au 31-mars-2018. Étant donné que la variation actuelle de la volatilité d'un indice boursier dépend de sa variabilité passée. En d'autres termes, sa volatilité au temps t évolue en fonction de sa volatilité au temps $(t-1)$. À partir de ces principes, nous allons tenter d'appréhender la volatilité de la série S&P/TSX par le moyen de la régression du carré de la différence première de la variable $S\&P\&T\&S\&X_t$ sur elle-même retardée d'ordre 1, d'où les équations ci-après.

2.4.1 Équations

La variable $S\&P\&T\&S\&X_t$ filtrée en différence première est la variable : $DS\&P\&T\&S\&X_t$ représentée par l'équation :

$$DS\&P\&T\&S\&X_t = S\&P\&T\&S\&X_t - S\&P\&T\&S\&X_{t-1} \quad (1)$$

À l'instant $t-1$, la variable stationnaire $DS\&P\&T\&S\&X_t$ retardée d'ordre 1 est la variable stationnaire : $DS\&P\&T\&S\&X_{t-1}$ représentée par l'équation :

$$DS\&P\&T\&S\&X_{t-1} = S\&P\&T\&S\&X_{t-1} - S\&P\&T\&S\&X_{t-2} \quad (2)$$

La variable stationnaire : $DS\&P\&T\&S\&X_{t-1}^2$ est la variable issue de la régression du carré de la variable $DS\&P\&T\&S\&X_{t-1}$ sur elle-même et représentée par l'équation :

$$DS\&P\&T\&S\&X_{t-1}^2 = (DS\&P\&T\&S\&X_{t-1}) * (DS\&P\&T\&S\&X_{t-1}) \quad (3)$$

La variable stationnaire : $DS\&PTSX_{t-1}^2$ sera utilisée plutôt pour mesurer les fortes amplitudes de variations actuelles et prédites de la volatilité de l'indice S&P/TSX sur différents horizons temporels. Après estimation des modèles ARCH/GARCH et leurs extensions (TARCH, TGARCH et EGARCH), nous allons utiliser les critères d'informations Akaike (AIC) et Schwarz (SIC) pour choisir le modèle non-linéaire le plus significatif pour la prédiction de la volatilité de l'indice S&P/TSX.

Dans la partie 3 de notre travail de recherche, nous discuterons des résultats des différents tests statistiques et ceux d'autres études réalisées à partir de nos échantillons A et B. En outre, dans cette même partie nous évaluerons les erreurs de notre modèle de prédiction afin de choisir l'horizon temporel pour lequel notre modèle est le plus précis.

3 Résultats et discussion

3.1 Résultats des tests statistiques

3.1.1 Test de racine unitaire : Analyse de la stationnarité

Dans le but de vérifier si les variables de la série S&P/TSX évoluent autour d'une quelconque tendance avec des variations aléatoires, l'étude de la stationnarité reste primordiale. Les tests de racine unitaire de Dickey-Fuller augmenté (ADF), de Phillips-perron (PP) et de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) vont nous permettre d'étudier respectivement : la présence des autocorrélations, l'hypothèse d'une présence hétéroscédastique et les propriétés statistiques de notre série financière. Pour les deux premiers tests, l'hypothèse nulle H_0 : est celle de l'existence d'une racine unitaire. Pour que les variables de la série financière étudiée soient considérées comme stationnaire, il faut que la statistique (p-value) reportée soit inférieure à la valeur critique (5%).

Au regard des résultats des dits tests synthétisés dans le tableau.1.1 ci-dessous. Nous constatons que : pour les p-values de la variable S&P/TSX à niveau, les tests ADF (0,693) et PP (0,800) sont toutes supérieures à 5% ce qui signifie que nous acceptons l'hypothèse nulle H_0 : de la présence de la racine unitaire (non-stationnarité) et rejetons l'hypothèse d'absence de racine unitaire (stationnarité). Soit aussi nous rejetons l'hypothèse nulle de stationnarité du test KPSS. Il faut noter que dans le cas de cette série

financière, le test à niveau de la stationnarité ne sera accepté que si l'hypothèse de stationnarité est vérifiée simultanément pour ces trois tests. Par conséquent, vu les résultats des tests à niveau du tableau.1.1 ci-dessous nous pouvons conclure que la variable S&P/TSX n'est pas stationnaire à niveau, ce qui nous amène à tester une seconde fois la série S&P/TSX, cette fois ci filtrée en différence première et d'équation :

$$DS\&PTSX_t = S\&PTSX_t - S\&PTSX_{t-1}$$

Pour la variable $DS\&PTSX_t$ filtrée en différence première, nous constatons dans le tableau.1.1 ci-dessous que les p-values du test ADF (0,000) et PP (0,000) sont toutes inférieures à 5% ce qui signifie que nous rejetons l'hypothèse nulle H_0 : de la présence de la racine unitaire (non-stationnarité) et acceptons l'hypothèse d'absence de racine unitaire (stationnarité). Soit l'acceptation de l'hypothèse nulle H_0 : de la stationnarité du test KPSS. Dans le cas de cette série le test à différence première de la stationnarité n'est accepté que si l'hypothèse de stationnarité est vérifiée simultanément pour ces trois tests.

Nous pouvons en déduire que : la variable S&P/TSX est stationnaire en différence première avec une nouvelle variable stationnaire : $DS\&PTSX_t$

Tableau.1.1 : Résultats des tests de racine unitaire (synthèse des résultats : Tableau.2.1 et Tableau.2.2 Annexe2)

Variables	ADF		KPSS	PP		Décision
	t-stat	Prob	t-stat	t-stat	Prob	
SPTSX (à niveau)	-1,156	0,693	0,669	-0,856	0,800	Non-stationnaire
DSPTSX (filtré en différence première)	-16,20	0,000	0,200	-16,57	0,000	Stationnaire

3.1.2 Test d'hétéroscédasticité de White

La variance des erreurs des résidus et les phénomènes de variabilités entre différentes sous-variables de la série financière S&P/TSX, sont vérifiés par le test d'hétéroscédasticité de white. L'hétéroscédasticité caractérise les séries à variances non-constantes, elle est très fréquente dans les séries financières présentant les phénomènes d'asymétries, d'où l'importance de la détecter et la corriger. Pour que notre variable soit considérée comme hétéroscédastique, il faut que la statistique (p-value) reportée soit inférieure à la valeur critique (5%). Les résultats des dits tests sont synthétisés dans le tableau.1.2 ci-dessous. Par ailleurs, les graphiques 1 et 2 (Annexe1) illustrent les corrélogrammes des résidus simples et au carré de la série S&P/TSX, ils montrent que toutes les p-values associées à la statistique de Ljung-Box des deux corrélogrammes sont inférieures au seuil critique 5%. En plus, nous observons dans le corrélogramme simple (graphique.1 Annexe.1) une décroissance faible et graduelle des autocorrélations présentant un phénomène de non-stationnarité. Au regard du corrélogramme des résidus au carré (graphique. 2 Annexe1) nous supposons que les résidus de la série financière S&P/TSX sont hétéroscédastiques. Cette supposition va se confirmer avec le test d'hétéroscédasticité de white du tableau.1.2 ci-dessous ou les p-values égales à 0,00 sont largement inférieures au seuil critique 5%. À cet effet, nous rejetons l'hypothèse nulle H_0 : d'homoscédasticité et acceptons l'hypothèse d'hétéroscédasticité de la série S&P/TSX.

Ce résultat prouve bien que la variance des erreurs n'est pas constante pour toutes les cotations de l'indice S&P/TSX dans ce cas précis les estimateurs des moindres carrés ordinaires (MCO) ne sont plus les meilleurs.

Tableau .1.2. Test d'hétéroscédasticité de White

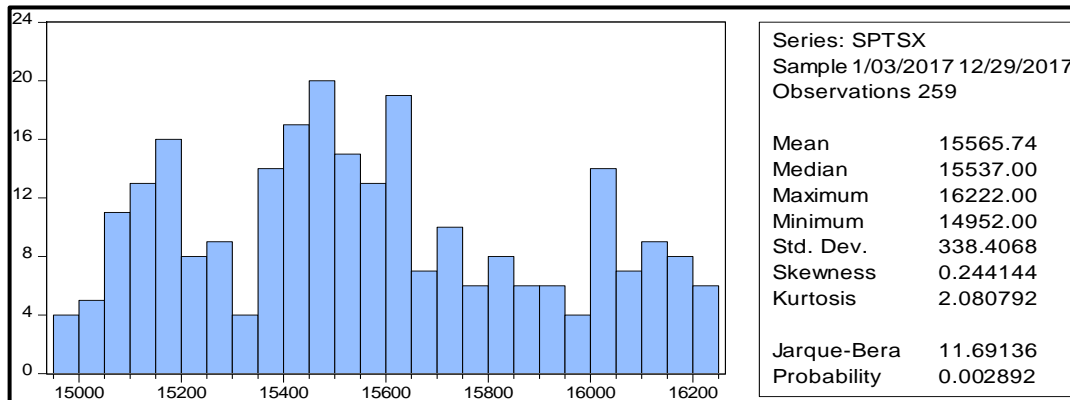
F-statistic	2527,192	Prob. F (1,257)	0,000
Obs*R-squared	235,0925	Prob. Chi-square (1)	0,000

3.1.3 Test de normalité de Jarques-Bera

Le test de normalité de Jarques-Bera permet de vérifier si notre série est une distribution normale (symétrique) ou non normale (asymétrique). Ce test est basé sur le coefficient d'asymétrie et d'aplatissement. Pour une loi normale le coefficient d'asymétrie Skewness est égal à 0 et le coefficient d'aplatissement Kurtosis est égal à 3. Pour que la série financière S&PTSX soit considérée comme une distribution normale symétrique, il faut que la statistique (p-value) reportée soit supérieure à la valeur critique (5%). Les résultats des dits tests sont synthétisés dans le graphique.1.1 ci-dessous. Dans le cas de la série S&P/TSX nous constatons que : le coefficient d'asymétrie Skewness = 0,244 est différent de 0 (loi normale) et le coefficient d'aplatissement kurtosis = 2,08 est aussi différent de 3 (loi normale). Il en ressort que la série S&P/TSX ne suit pas une loi normale car la probabilité de Jarques-Bera égale à 0,002892 est bien inférieure au seuil critique 5%. Par conséquent, nous rejetons l'hypothèse nul H_0 : de normalité de la série S&P/TSX. Ensuite, l'étalement vers la droite de la distribution de la série S&P/TSX nous permet de conclure que la série S&P/TSX présente bien une asymétrie positive. Cette asymétrie observée peut être un indicateur de non-linéarité de la série étudiée que nous vérifierons ultérieurement.

Dans la suite de notre travail, nous allons vérifier si la série S&P/TSX est linéaire ou non-linéaire par l'intermédiaire du processus ARMA. Ensuite, le test de normalité des résidus permettra de vérifier si les résidus sont gaussiens ou non.

Graphique.1.1. Histogramme et statistiques descriptives de la série S&P/TSX



3.1.4 Test d'identification du processus ARMA : processus linéaire

Le processus ARMA de la variable stationnaire DS&PTSX est-il un AR (1) et un MA (1) ?

La réalisation des tests de significativité pour les variables AR (1) et MA (1) va nous permettre de déterminer si les variables explicatives sont pertinentes, c'est à dire qu'il s'agit bien d'un processus AR (1) et MA (1). Pour que cette variable DS&PTSX soit considérée comme un processus ARMA linéaire, il faut que les statistiques (p-value) reportées soient inférieures à la valeur critique (5%). À la suite du test d'identification du processus AR (1) et MA (1) des tableaux.1.3 et .1.4 ci-dessous, nous observons que dans les 2 cas, les valeurs des p-values sont supérieures au seuil critique 5% pour les deux variables, (0,87) AR (1) et (0,83) MA (1). Par conséquent, AR (1) et MA (1) ne contribuent pas à l'explication significative de la variable stationnaire $DS&PTSX_t$ ce qui nous permet de dire que la variable $DS&PTSX_t$ ne suit pas un processus AR (1) et MA (1). Par ailleurs, nous observons que les constantes (C) de part et d'autre des deux processus ne sont pas significatives car, les valeurs de leurs p-values sont légèrement supérieure à 5%.

En conclusion, la variable $DS&PTSX_t$ ne suit pas un processus ARMA.

Tableau.1.3 : Test AR (1)

Variable	Coefficient	Std.Error	Prob
C	3,1204	4,6446	0,5023
AR (1)	-0,0098	0,0649	0,8799
SIGMASQ	4896,226	355,772	0,0000

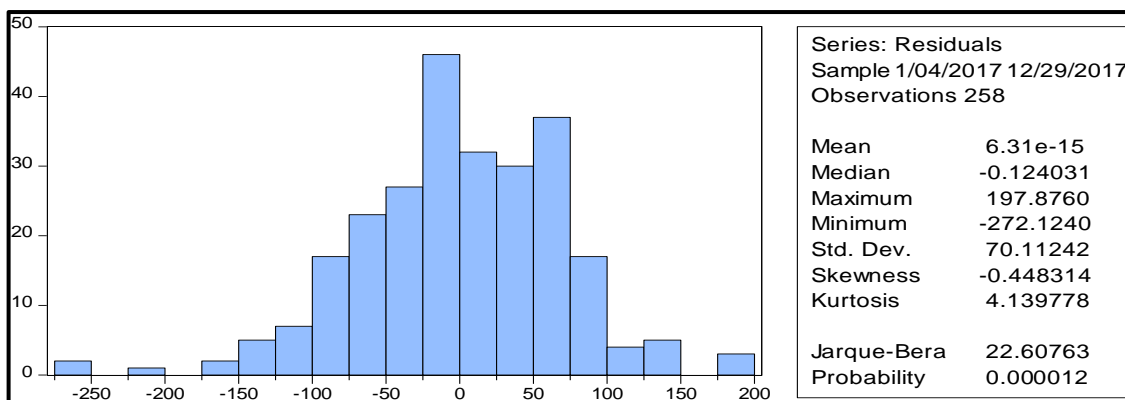
Tableau.1.4 Test MA(1)

Variable	Coefficient	Std. Error	Prob
C	3,1189	4,6359	0,5017
MA (1)	-0,0136	0,0649	0,8336
SIGMASQ	4896,042	355,7805	0,0000

3.1.5 Test de normalité des résidus

D'après les tests de normalité des résidus du graphique.1.2 ci-dessous nous observons que : la p-value associée au test de Jarques-Bera (p-value = 0,00) est largement inférieure au seuil de confiance 5% nous rejetons donc l'hypothèse de normalité des résidus de la série S&P/TSX. Le fait que le coefficient d'asymétrie (skewness = -0,448) soit différent de 0 comme dans la loi normale permet de penser à une asymétrie de la courbe de la variable $DS\&PTSX_t$ en plus cette valeur est négative, ce qui nous permet de dire que la distribution S&P/TSX est plus étalée vers la gauche, il en ressort que cette asymétrie constatée peut être un indicateur de non linéarité de la série S&P/TSX. Par ailleurs, la distribution S&P/TSX est plus aplatie (Kurtosis = 4,1397) par rapport à la distribution normale (Kurtosis = 3). Par conséquent, nous pouvons dire que notre résidus est un bruit blanc faible pas fort car, il est non-gaussien. Pour cette raison la prédiction de la volatilité de la série S&P/TSX par les modèles linéaires ARMA ne nous semble plus pertinente à cause de la présence des phénomènes d'asymétries dans la série financière S&P/TSX.

Graphique.1.2. Test de Jarques-Bera (Test de normalité des résidus)



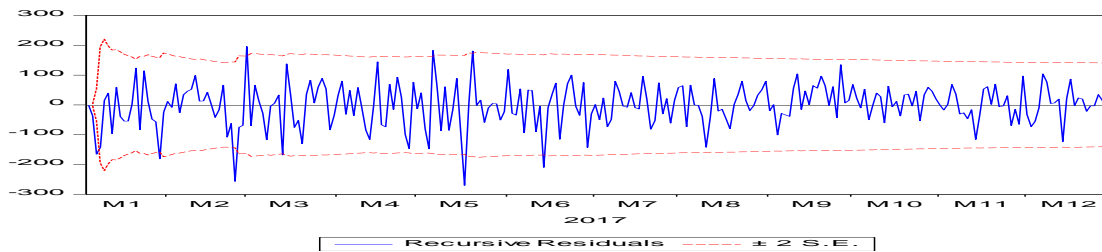
C'est pourquoi, afin de statuer sur la linéarité de notre série, il est important d'analyser dans les lignes suivantes les propriétés linéaires de la série S&P/TSX par l'entremise des tests de stabilité des paramètres et d'indépendance BDS.

3.1.6 Tests de stabilité des paramètres : linéarité de la série S&P/TSX

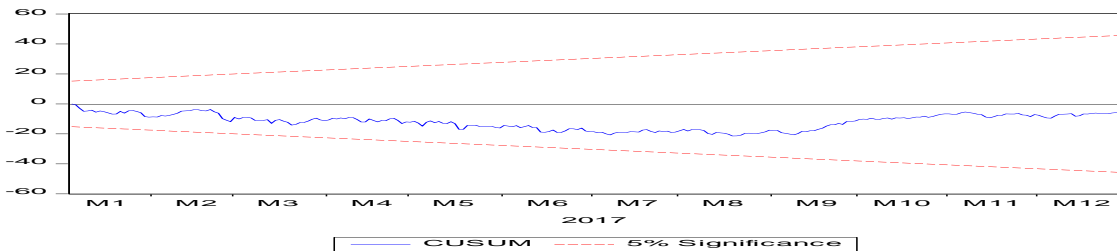
Le test de stabilité des paramètres permet d'analyser la stabilité de notre modèle en fonction du temps et de détecter s'il y'a une existence des seuils. Il existe un lien entre la stabilité de la variable S&P/TSX et sa linéarité. Deux types de test de stabilité sont mis en évidence dans le logiciel EViews, celui qui dépend de la somme cumulée des résidus récurrents (le CUSUM) et celui dépendant de la somme cumulée du carré des résidus récurrents (CUSUM squared) comme l'indique le graphique.1.3 ci-dessous. Au regard du sous-graphique (A) du graphique.1.3 ci-dessous, nous observons des résidus récurrents (en bleu) autour de zéro et une partie hors de la bande rouge des écarts-types des erreurs. Ces observations nous amènent à penser à un phénomène d'instabilité influencé par le temps et semblable à des périodes de fortes volatilités. Dans le sous-graphique (B) du test CUSUM ci-dessous nous pouvons observer que les résidus récurrents (en bleu) s'écartent de plus en plus de zéro dans sa majeure partie. Alors que dans le sous-graphique (C) du test CUSUM squared ci-dessous, une partie de la courbe en bleue se trouve à l'extérieur de l'intervalle critique 5% (en rouge).

Graphique.1.3 : Test de linéarité de l'indice S&P/TSX

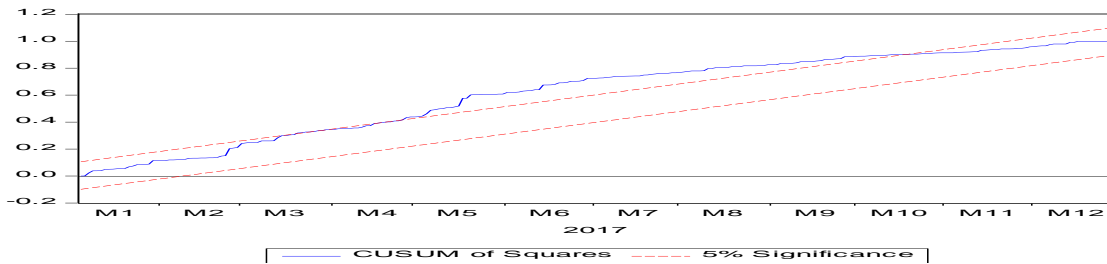
A. Ré cursive résiduels Test



B. Test CUSUM



C. Test CUSUM Squared



Toutes ces observations nous amènent à admettre qu'il y a bien une instabilité de certains paramètres des résidus de notre série financière S&P/TSX, ce qui explique ainsi les phénomènes d'hétéroscédasticité et d'autocorrélations observés plus haut, confirmant probablement les phénomènes d'asymétries présents dans la série S&P/TSX.

3.1.7 Test d'indépendance BDS

Ce test va nous permettre de savoir si les variables de la série S&P/TSX sont indépendantes et identiquement distribuées (iid) à partir de la notion d'autocorrélations. Selon l'hypothèse nulle H_0 : les résidus sont (iid) et selon l'hypothèse alternative H_1 : les résidus ne sont pas (iid). Pour que cette variable soit considérée comme (iid), il faut que les statistiques (p-value) reportées soient supérieures à la valeur critique (5%). Les résultats des dits tests sont synthétisés dans le tableau.1.5 ci-dessous. Nous observons que toutes les p-values associées à la statistique du test d'indépendance BDS sont égales à zéro ($p = 0,00$) donc inférieures au seuil critique 5%. Par conséquent, nous rejetons l'hypothèse nulle H_0 : que nos résidus ne sont pas indépendants et identiquement distribués (iid), ce qui veut dire qu'il n'y a pas de présence des bruits blancs gaussien et confirme par ce fait que nos résidus sont plutôt des bruits blancs faibles donc pas fort et non-gaussien. À cet effet, nous pouvons donc accepter l'hypothèse de non-linéarité de notre série et confirmer ainsi l'inefficacité du processus linéaire ARMA dans la prédiction de la volatilité de l'indice S&P/TSX.

Tableau.1.5. Test d'indépendance BDS

Dimension	BDS Statistic	Std. Error	Prob
2	0,1680	0,0030	0,0000
3	0,2822	0,0048	0,0000
4	0,3589	0,0057	0,0000
5	0,4097	0,0059	0,0000
6	0,4422	0,0056	0,0000

Ainsi, nous pouvons admettre qu'un processus non-linéaire pourrait bien être plus efficace pour la prédiction de la volatilité de l'indice S&P/TSX.

3.1.8 Test de la volatilité

Le test de volatilité permet de vérifier si la série financière étudiée admet une volatilité conditionnelle ou non-conditionnelle. Selon l'hypothèse nulle H_0 : la volatilité de l'indice S&P/TSX est non-conditionnelle (variance constante) et l'hypothèse alternative H_1 : la volatilité de l'indice S&P/TSX est conditionnelle (variance non-constante). Pour que la volatilité de la variable S&P/TSX soit considérée comme non-conditionnelle, il faut que les statistiques (p-value) reportées soient supérieures à la valeur critique (5%). Les résultats des dits tests sont synthétisés dans le tableau.1.6 ci-dessous. Ce test prend en considération la notion de variance de la volatilité. Il ressort que la volatilité de l'indice S&P/TSX a une variance non-constante c'est-à-dire conditionnelle car, au regard des résultats du tableau.1.6 ci-dessous nous voyons que le coefficient de la variable stationnaire $DS\&PTSX_{t-1}^2$ est significatif au seuil critique, sa p-value égale à 0 est largement inférieure à 5%. Ce constat laisse supposer que les variations actuelles de l'indice S&P/TSX sont dépendantes de ses fluctuations passées. Autrement dit, les variations de l'indice S&P/TSX au temps t évoluent en fonction de ses variations au temps $(t-1)$, la volatilité de l'indice S&P/TSX d'un jour a un impact sur celle du jour suivant. En plus, nous observons que le coefficient de détermination R^2 de notre modèle est égal à 99,99%, cette valeur signifie que notre modèle explique 99,99% la volatilité de l'indice S&P/TSX.

Nous pouvons donc dire que la série S&P/TSX présente bien une volatilité conditionnelle à variance non-constante.

Tableau.1.6 : Test de la volatilité de l'indice S&P/TSX

Variable	Std. Error	Prob
DLSPTSX2	388092,1	0,0000
C	16,04178	0,1570

Adjusted R-squared: $R^2 = 0,9999$ (99%)

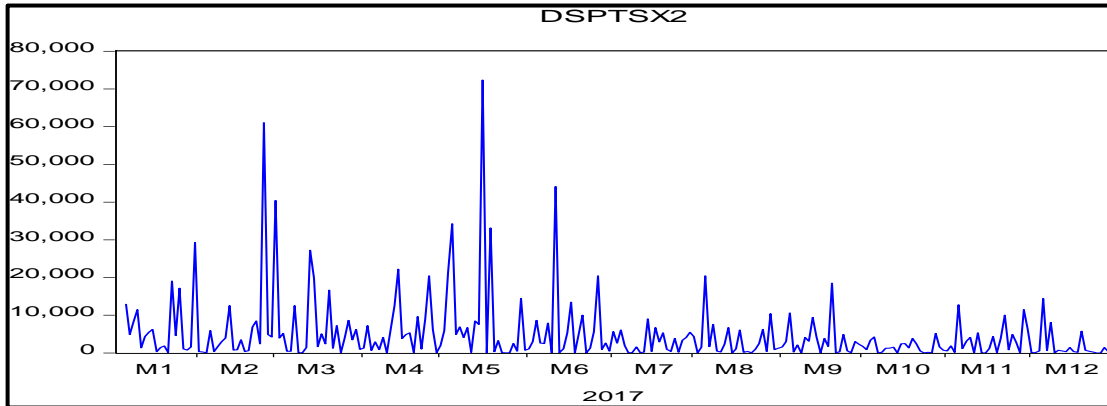
3.2 Étude de la volatilité

3.2.1 Mesure de la volatilité

À la suite du test d'indépendance BDS, nous pensons que la variance non-constante des erreurs des résidus de l'indice S&P/TSX et le phénomène d'hétéroscédasticité conditionnelle vu plus haut traduisent bien la présence des asymétries, d'où la volatilité de la série S&P/TSX. Le modèle stationnaire : $DS\&PTSX_{t-1}^2$ élaboré plus haut va nous permettre de mesurer à travers EViews, les fortes amplitudes de variations de l'indice S&P/TSX pendant toute l'année 2017. Au vu du graphique.1.4 ci-dessous illustrant les amplitudes de variations de la volatilité de l'indice S&P/TSX, nous observons pendant les 06 premiers mois (de janvier à juin 2017) de l'année 2017 quelques périodes de fortes volatilités qui alternent avec des périodes de moyennes et de faibles volatilités traduisant ainsi des périodes d'agitation dans les marchés. Alors que dans les 06 mois suivants (de juillet à décembre 2017) nous notons une baisse de volatilité marquant une période d'accalmie. Ces différentes variations d'amplitudes de volatilités observées dans le graphique.1.4 ci-dessous, représentent des phénomènes d'asymétries qui sont une caractéristique même de la volatilité conditionnelle.

Le test de volatilité conditionnelle réalisé plus haut démontre que la série S&P/TSX présente une volatilité conditionnelle. Par conséquent, les modèles non-linéaires semblent plus fiables dans la prédiction de la volatilité de l'indice S&P/TSX. Nous pensons que les modèles non-linéaires de la famille ARCH et ses extensions pourront probablement prendre en considération les phénomènes d'hétéroscédasticités conditionnelles et d'asymétries présents dans cette série et par ce fait, favoriser une meilleure prédiction de la volatilité future de l'indice S&P/TSX.

Graphique.1.4 : volatilité conditionnelle de l'indice S&P/TSX



Dans les lignes suivantes nous allons estimer les modèles de la famille ARCH et ses extensions (TARCH, GARCH, TGARCH et EGARCH) afin de sélectionner les modèles candidats les plus pertinents qui pourront être utilisés dans la prédiction de la volatilité de l'indice S&P/TSX.

3.3 Estimation des modèles

L'estimation des modèles, peut se faire par la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO) ou des moindres carrés généralisés (MCG) ou par la méthode de maximisation de la vraisemblance. Cependant en présence de l'effet ARCH, l'estimateur des MCO est convergent mais inefficace. Dans le cadre de ce travail de recherche, nous avons utilisé la méthode du maximum de vraisemblance pour estimer les paramètres de nos différents modèles candidats suivants : ARCH, TARCH, GARCH, TGARCH et EGARCH. Les résultats des dits tests de spécification et de validation des modèles candidats figurent dans les tableaux.1.7 ci-dessous. Notre intention dans cette démarche est de retenir les modèles de la famille ARCH et ses extensions pour lesquels les tests de spécifications et de validations sont significatifs au seuil critique de 5%. Au regard des différents résultats, nous pouvons retenir comme modèles candidats pour la prédiction de la volatilité de l'indice S&P/TSX, les modèles non-linéaires suivants : ARCH (4,0), TARCH(1,1), GARCH(1,1), TGARCH(1,1) et EGARCH(1,1) car, toutes les p-values de leurs différents coefficients sont inférieures au seuil critique 5% (p-values = 0,00 tableau.1.7). En plus, les coefficients des paramètres de l'équation de leur variance (Tableaux. 1A, 1B, 1C, 1D,

1E Annexe 3) sont tous significativement différents de zéro pour l'ensemble des 05 modèles candidats estimés. Par conséquent, nous pensons que tous les 05 modèles sont bien spécifiés et pourraient probablement être des bons candidats pour le choix du modèle le plus significatif dans la prédiction de la volatilité de l'indice S&P/TSX.

Tableau.1.7. Tests de spécification et de validation des modèles candidats à retenir (synthèse : Tableau.1A, 1B, 1C, 1D, 1E et Graphique.1A, 1B, 1C, 1D, 1E Annexe 3)

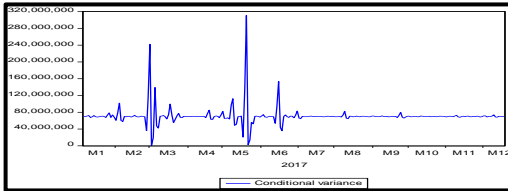
Modèles	ARCH (4,0)	TARCH (1,1)	GARCH (1,1)	TGARCH (1,1)	EGARCH (1,1)
Kurtosis	27.38	22.72	26.24	22.17	18.36
Skewness	4.20	3.94	3.94	3.63	3.20
Jarque-Bera	7125	4834	6451	4501	2966
P-values	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

3.4 Modélisation de la volatilité

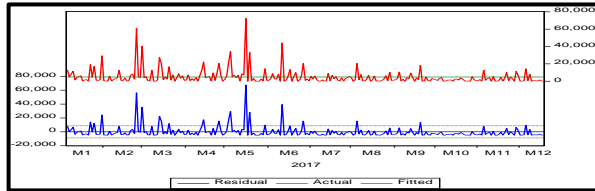
Les graphiques.1.5 ci-dessous issues de la modélisation de la volatilité de l'indice S&P/TSX avec les 05 modèles candidats retenus, permettent de bien apprécier l'évolution des courbes de volatilité conditionnelle et celles des résidus de la série S&P/TSX durant l'année 2017. Au regard de ces graphiques, nous avons la confirmation que les 05 modèles candidats estimés sont bien spécifiés. Étant donné que les courbes des résidus issues des 05 modèles candidats estimés ont quasiment une même forme, seules les courbes d'évolution de la volatilité conditionnelle sont différentes pour chaque modèle candidat estimé. Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que la série S&P/TSX est asymétrique alors que les modèles postulés sont probablement symétriques pour la plupart. Par conséquent, nous ne pouvons pas déduire sur cette base quel modèle a le pouvoir prédictif le plus efficace.

Graphiques.1.5 : Modélisation de la volatilité de l'indice S&P/TSX avec les modèles candidats retenus : ARCH (4,0), TARCH(1,1), GARCH(1,1), TGARCH(1,1) et EGARCH(1,1), courbes de volatilité et des résidus

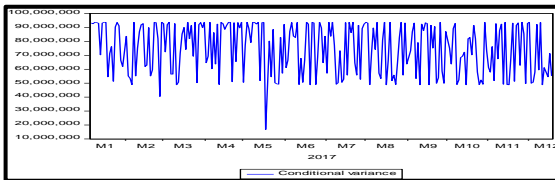
1- ARCH (4,0) Volatilité



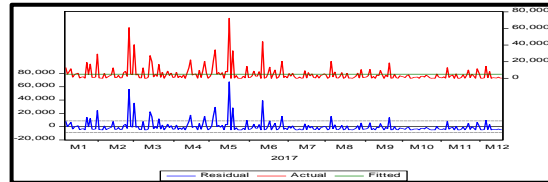
Résidus



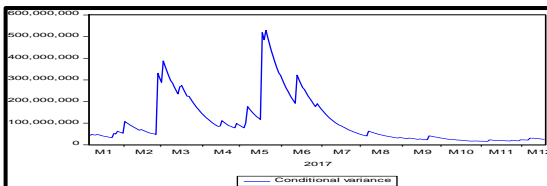
2- TARCH(1,1) Volatilité



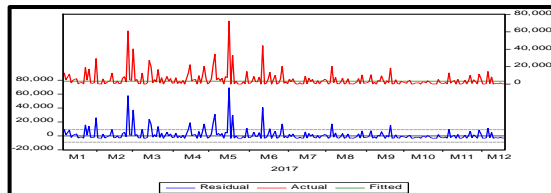
Résidus



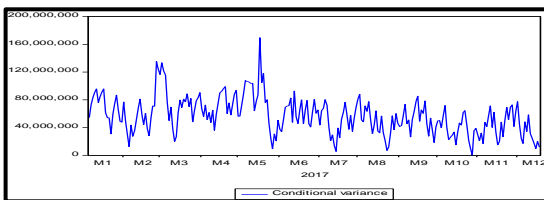
3- GARCH(1,1) Volatilité



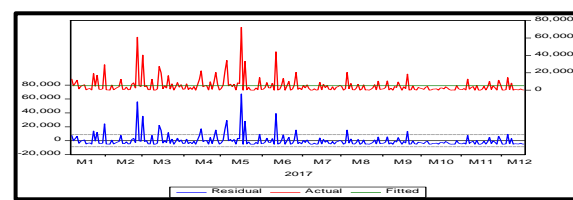
Résidus



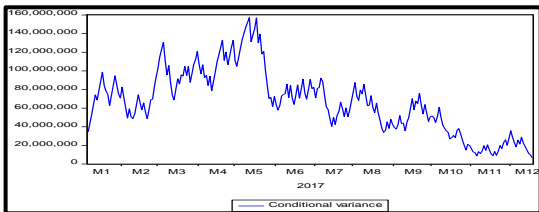
4- TGARCH(1,1) Volatilité



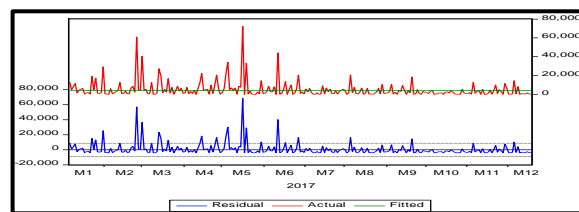
Résidus



5- EGARCH(1,1) Volatilité



Résidus



Cette observation nous amène à postuler pour d'autres critères comme celles d'informations Akaike (AIC) et Schwarz (SIC) qui pourraient probablement nous permettre de faire un meilleur choix du modèle le plus significatif parmi les 05 modèles candidats estimés.

3.5 Choix du modèle le plus significatif

Nous l'avons vu, dans les paragraphes précédents que tous nos modèles candidats sont probablement bien spécifiés. Cependant, le choix du modèle le plus significatif pour la prédiction de la volatilité future de l'indice S&P/TSX dépendra des propriétés de ce modèle en rapport à celles de la série S&P/TSX étudiée et ensuite des valeurs qui minimisent les critères d'informations Akaike (AIC) et Schwarz (SIC). Les valeurs AIC et SIC des modèles candidats suivants : ARCH (4,0), TAR(1,1), GARCH(1,1), TGARCH(1,1) et EGARCH(1,1) sont comparées dans le tableau.1.8 ci-dessous. Au vu des résultats du dit tableau, nous optons pour le modèle 5 soit : le modèle EGARCH(1,1) qui illustre le mieux les propriétés d'asymétries observées dans la série S&P/TSX et donc les valeurs (AIC = 20,69 et SIC = 20,75) sont les plus faibles par rapport aux valeurs des autres modèles candidats estimés. Contrairement aux autres modèles, le modèle EGARCH (1,1) est asymétrique et n'a aucune contrainte de non négativité car c'est un modèle à volatilités conditionnelles stochastiques qui prend en considération les phénomènes d'asymétries présents dans la série financière S&P/TSX. Par conséquent, nous pouvons admettre que ce modèle pourra probablement être un bon modèle pour la prédiction des fluctuations futures de l'Indice S&P/TSX sur différents horizons temporels.

Tableau.1.8. Résultats des critères : AIC et SIC (Tableau.1A, 1B, 1C, 1D, 1E Annexe 3)

Modèles	1- ARCH (4,0)	2-TA RCH (1,1)	3-GARCH (1,1)	4-TGARCH (1,1)	5-EGARCH (1,1)
AIC	20,91	20,93	20,86	20,76	20,69
SIC	21,00	20,99	20,91	20,83	20,75

3.6 Test de validation du modèle choisi : EGARCH (1,1)

Ce test permet de vérifier si le modèle de prédiction choisi répond aux exigences des caractéristiques de notre série financière. Pour que le modèle choisi soit significatif, il faut que les statistiques (p-value) reportées soient inférieures à la valeur critique (5%). Les résultats des dits tests sont synthétisés dans le tableau.1.9 ci-dessous. Nous observons que les valeurs de tous les coefficients du test de validation du modèle de prédiction EGARCH (1,1) choisi, sont toutes inférieures au seuil critique 5%, puisque toutes leurs p-values sont égales à 0,000. Par conséquent, nous pouvons conclure que le modèle EGARCH (1,1) choisi est bien spécifié. Alors il est significatif pour la prédiction de la volatilité future de l'indice S&P/TSX.

Tableau.1.9. Test de validation du modèle de prédiction : EGARCH (1,1)

Variable	Coefficient	Std. Error	Prob
C	2711,95	21,4733	0,0000
Variance Equation			
C (2)	18,0456	0,01765	0,0000
C (3)	-1,3270	0,05605	0,0000
C (4)	1,37436	0,02924	0,0000
C (5)	0,01174	0,00226	0,0000

3.7 Prédiction de la volatilité

Les valeurs de la volatilité de l'Indice S&P/TSX prédites sont toutes représentées dans le tableau.1.10 ci-dessous. Comme nous pouvons le constater ces valeurs sont estimées à partir du logiciel EViews par l'entremise du modèle de prédiction choisi EGARCH (1,1).

Tableau.1.10 : Résultats des valeurs prédites de Janvier à Mars 2018

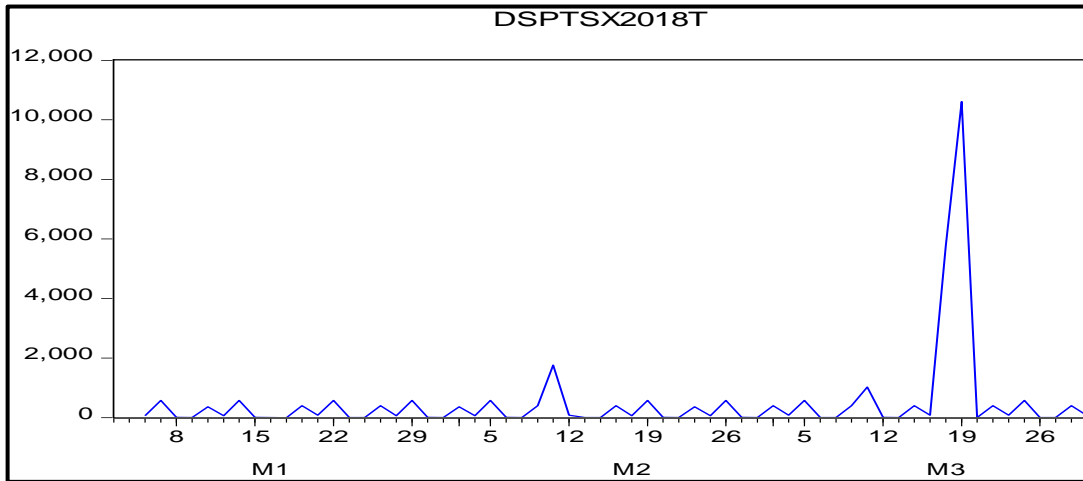
Jours	Janvier	Février	Mars
01		16276,5893	16307,0760
02	16189,5470	16279,8915	16331,2490
03	16197,9003		
04	16221,9297		
05	16224,5323	16277,5259	16333,8506
06	16222,8814	16257,7581	16332,1703
07		16266,1351	16312,3270

08		16290,2542	16344,9139
09	16203,1892	16292,8563	16347,5154
10	16211,5473		
11	16235,5425		
12	16238,1971	16291,1870	16345,8314
13		16271,4003	16325,9692
14		16279,7821	16334,3699
15	16236,5425	16303,9192	16258,5788
16	16216,8314	16306,5210	16361,1802
17	16225,1942		
18	16249,2595		
19	16251,8619		16359,4925
20		16304,8481	16339,6114
21		16285,0425	16348,0169
22	16250,2036	16293,4291	16372,2437
23	16230,4736	16317,5841	16374,8450
24	16238,8412		
25	16262,9244		
26	16265,5267	1632,18580	16373,1536
27		1631,50920	16353,2537
28		16298,6840	16361,6639
29	16263,8648		16385,9086
30	16244,1159		
31	16252,4882		

3.7.1 Courbes de volatilités prédites

Avec le modèle stationnaire : $DS\&PTSX_{t-1}^2$ élaboré plus haut, nous avons pu mesurer les fortes amplitudes de variations de la volatilité de l'indice S&P/TSX dans la période allant du 01-janvier au 31-mars-2018 soit 03mois de cotations boursières prédites. Le graphique.1.6 ci-dessous illustre une évolution des différentes amplitudes de variations prédites de la volatilité de l'indice S&P/TSX à des horizons temporels différents. Nous observons quelques périodes de faibles, moyennes et de très fortes amplitudes de variations.

Graphique.1.6 Volatilités prédites à des horizons temporels différents



Dans les lignes qui suivent, l'évaluation des termes d'erreurs RME, MAE et le coefficient de Theil (U) seront utilisés pour évaluer la précision de prédiction de la volatilité de l'indice S&P/TSX afin de déterminer l'horizon temporel ou le modèle de prédiction choisi semble le plus précis.

3.8 Évaluation des erreurs de prédiction

La comparaison des termes d'erreurs de prédiction de la volatilité de l'indice S&P/TSX à des horizons temporels différents, va nous permettre de mieux évaluer la capacité prédictive de notre modèle au 1^{er} jour, 10^e jour, 30^e jour (1mois) et au 90^e jour (3mois) de l'investissement. En effet, nous supposons que le modèle EGARCH (1,1) sera plus précis pour la prédiction de la volatilité de l'indice S&P/TSX dans un horizon temporel où les valeurs des termes d'erreurs RMSE et MAE sont minimisées. Les résultats synthétisés dans le tableau.1.11 ci-dessous, nous amène à dire que : le modèle EGARCH (1,1) est probablement meilleur pour la prédiction de la volatilité de l'Indice S&P/TSX au 90^e jour (3mois) car, les mesures d'erreurs de prédiction pour cet horizon temporel sont plus faibles (RMSE = 8391 et MAE = 3827) que pour les horizons temporels au 1^{er} jour, 10^e et au 30^e jour (1mois) de l'investissement. Par ailleurs, le fait que le coefficient de Theil (U) soit égale à 1 pour tous les horizons temporels, indique que notre modèle de prédiction est similaire à celui d'une marche aléatoire. Par conséquent, nous confirmons que notre

modèle est bien spécifié et probablement est plus efficace pour la prédiction de la volatilité future de l'indice S&P/TSX au 90^e jour (3mois) de l'investissement.

Nous pouvons donc conclure que : le modèle EGARCH (1,1) est plus efficace pour prédire la volatilité dans un horizon à long terme (3mois) qu'à court terme (1 semaine ou 1mois).

Tableau.1.11 : Évaluation des erreurs de prédiction : synthèse des résultats (Graphique.1A, 1B, 1C, 1D Annexe 4)

	1^{er} jour	10^e jour	30^e jour	90^e jour
RMSE	9337	9197	8982	8391
MAE	4695	4560	4359	3827
U	1	1	1	1

CONCLUSION

Grâce à la connaissance du concept de volatilité son origine et son évolution, nous avons pu apprécier l'importante progression observée dans la recherche d'un modèle efficient de prédiction du risque financier (volatilité), depuis la théorie de spéculation de Bachelier (1900) aux modèles innovants actuels. Engle (1982) et Bollerslev (1986) ont certes apporter une importante contribution dans l'évolution des travaux empiriques sur la prédiction de la volatilité. Cependant, leurs modèles ne permettent pas de prédire les phénomènes d'asymétries observés dans certaines séries financières.

À l'aide de la variable stationnaire : $DS\&PTSX_{t-1}^2$ nous avons pu mesurer les fortes amplitudes de variations actuelles et prédites de la volatilité de l'indice S&P/TSX sur différents horizons temporels. Nous avons démontré que le modèle économétrique : EGARCH (1,1) semble plus performant que les modèles : ARCH (4,0), TARCH(1,1), GARCH(1,1) et TGARCH(1,1) dans la prédiction de la volatilité de l'Indice S&P/TSX. Nos résultats ont prouvé que le modèle de prédiction EGARCH (1,1) choisi est plus précis dans la prédiction de la volatilité sur un horizon à long terme (3mois) qu'à court terme (1 semaine ou 1mois). L'existence des phénomènes d'asymétries présents dans la série financière S&P/TSX constitue, les caractéristiques même d'une volatilité conditionnelle à variance non-constante.

Puisque, aucun travail de recherche n'est exempté de reproches, le nôtre aussi pour des motifs ci-après :

1- Au vu d'une certaine littérature empirique sur la prédiction de la volatilité avec des modèles encore plus innovants que ceux de la famille ARCH et ses extensions, nous aurions pu nous aussi expérimenter ces modèles innovants dans le cadre de nos travaux, peut-être nos résultats seraient encore meilleurs que ceux que nous avons obtenus.

2- Les méthodes qui nous ont permis de réaliser nos différents tests économétriques ne sont pas certes exemptées d'insuffisances, étant donné que notre modèle de prédiction EGARCH (1,1) a été choisis sur la seule base des critères d'informations Akaike (AIC) et Schwarz (SIC), alors que nous aurions pu aussi opter pour les méthodes du maximum de

vraisemblance ou tout juste pour une appréciation du comportement du coefficient de détermination R^2 ajustée de chaque modèle candidat, peut-être nos résultats seraient probablement encore plus fiables que ceux que nous avons obtenus.

En dépit de toutes ces limites susmentionnées, nous pensons que notre travail a beaucoup de points intéressants qui pourront être exploités dans d'autres travaux. Par ce travail, nous voulons aussi contribuer à l'avancement de la recherche sur le concept de volatilité. Cependant, aussi longtemps que se vérifiera l'hypothèse de Louis Bachelier selon laquelle : « La dynamique de la bourse ne sera jamais une science exacte »⁵ le concept de volatilité, restera encore et pendant longtemps un sujet d'actualité qui continuera d'intéresser les chercheurs et les autres intervenants du monde des marchés financiers. /.

⁵ Bachelier, L. (1900), *Théorie de la spéculation*, Annales de l'École Normale Supérieure, 17, p.32

BIBLIOGRAPHIES

- Andersen T. G et T. Bollerslev (1998), « Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts », *International Economic Review* 39-4, 885-905.
- Bachelier, L. (1900), *Théorie de la spéculation*, Annales de l'École Normale Supérieure, 17, p. 21-86
- Black F et Scholes M (1973), « The Pricing of Options and Corporate Liabilities » source: *The journal of political Economy*, Vol 81, No. 3 (May - Jun. 1973), pp. 637-654
- Brailsford, Timothy J., FAFF, Robert W. (1996) «An evaluation of volatility forecasting techniques», *Journal of Banking & Finance*, vol. 20, no. 3, p.419-438.
- Brendt, E.K., Hall, B.H., Hall, R.E. and Hausman, J.A. (1974) « Estimation and inference in nonlinear structural models » *Annals of Economic and Social Measurement*, October, pp. 653-665.
- Bollerslev T. (1986), « Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity », *Journal of Econometrics* 31, 307-327.
- Bronka Rzepkowski (2001), «The Predictive Power of the Volatility Implicit in Foreign Exchange Option Prices », *Economie & prévision* 2001/2 (no 148), p. 71-97.
- Cappiello, L., Engle, R.F. and Sheppard, K. (2006), « Asymmetric Dynamics in the Correlations of Global Equity and Bond Returns ». *Journal of Financial Econometrics*, 4, 537-572.
- Brooks. C. (1998) « Predicting Stock Index Volatility: Can Market Volume Help » vol. 17, pp. 59-80

- Daloz J.P. (1973) *Le hasard et les cours boursiers*. Cujas éd., Paris.
- Daniel Zajdenweber (2003), « *La volatilité est-elle irrationnelle ?* » *Societal*, n° 40, Avril 2003
- Dumas B., J. Fleming et R.E. Whaley (1998), « *Implied Volatility Functions: Empirical Tests* » Vol. 53(6), 2059- 2106.
- Elizabeth Howard (2012) : *la volatilité selon les modèles GARCH, Focus sur l'asymétrie et la corrélation dynamique*, la revue d'opus finance numéro 1 décembre 2012
- Engle R. F. (1982), « *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation* », *Econometrica* 50-4, 987-1006.
- Engle, R.F. and Bollerslev, T. *Modelling the persistence of conditional variances*, *Econometric Reviews*, 5, 1-50, 1986.
- Farès, Carole (2008) « *Estimation et prévision de la volatilité de l'indice S&P 500* » Mémoire. Université du Québec à Montréal.
- Gharbi S. (2013), « *Réaction de la volatilité boursière aux annonces macro-économiques : cas de la Bourse de Paris* », Laboratoire Bestmod, Université de Tunis
- Hall R. (1978), *Stochastic Implications of the Life Cycle-Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence*, *Journal of Political Economy*, 86,971-987.
- Markowitz. H, *Portfolio Selection*, *The Journal of Finance*, Vol. 7, (Mar. 1952), pp. 77-91
- Harvey A. ET Whaley R. (1992). *Market Volatility Prediction and the Efficiency of the S&P Index Option Market*, *Journal of Financial Economics*, vol. 31, pp. 43-73

- H.R Badrinath et Prakash G. Apte (2014), Volatility Spillovers across Stock, Call Money and Foreign Exchange Markets vol 13, pp 371-393 www.nse-india.com/content/research/comppaper109.pdf
- Hagen H.W. Bluhm et Yu. J. (2001), Forecasting Volatility: Evidence from the German Stock market.
- Hull J. & White. A. (1987), The pricing of options on Assets with stochastic volatilities, 2 June pp 281-230
- Kamel. M. B, Gervasio. S. (2011) « volatility shocks and contagion between stock exchange markets: Application of ICSS-MGARCH model » Article in Revue économique
- Lamya Kermiche, Une modélisation de la surface de volatilité implicite par, processus a sauts Finance 2008/2/vol, 29 p. 57-101
- Laplante, Jean François et Desrochers (1998) « le caractère prévisionnel du modèle GARCH (1,1) selon différents horizons de prévisions de la volatilité » Proceedings of the 28th Atlantic Schools of Business Conference, Acadia University.
- Mandelbrot B (1961), « On the theory of word frequencies and on related markovian models of discourse ». In: Jacobson R, editor. Pp.190-219.
- Martens Martin P.E. et Zein Jason (2002), Predicting Financial Volatility: High-Frequency Time-Series Forecasts Vis-a-Vis Implied Volatility. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=301382> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.301382>
- Mohamed.C, Anne. P, et Michel. T (2012) SEMIFARMA-HYGARCH Modeling of Dow Jones Return Persistence, DR n°2012-06

Nelson, D. B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. Econometrica, 59 (2): 347–370

Nguyen D.K (2010), « La dynamique de la volatilité boursière autour de l'ouverture des marchés de capitaux », *Économie & prévision* 2010/1 (n° 192), p. 65-82.

Rabemananjara R., Zakoian J. M. (1993) Threshold ARCH models and asymmetries in volatility. *Journal of Applied Econometrica* 8: 31–49

Racicot F.-É., et R. Théoret, (2005), Quelques Applications du filtre de Kalman en Finance : Estimation et prévision de la volatilité stochastique et du rapport cours bénéfiques, Working Paper No UQO-DSA-wp0312005.

Ross, S. (1989) Information and Volatility: The No-Arbitrage Martingale Approach to Timing and Resolution Irrelevancy. *Journal of Finance*, 44, 1-17.

Sharpe, W.F. (1964) Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance*, 19, 425-442.

Taylor S.J. (1986). *Modelling Financial Time Series*. New York: John Wiley & Sons.

West, Kenneth D., CHO, Dougchul, «The predictive ability of several models of exchange rate volatility», *Journal of Econometrics*, vol. 69, (1995), p.367-391.

Zakoian J. M. (1994) Threshold heteroscedastic models. *Journal of Economic Dynamics and Control* 18: 931–995

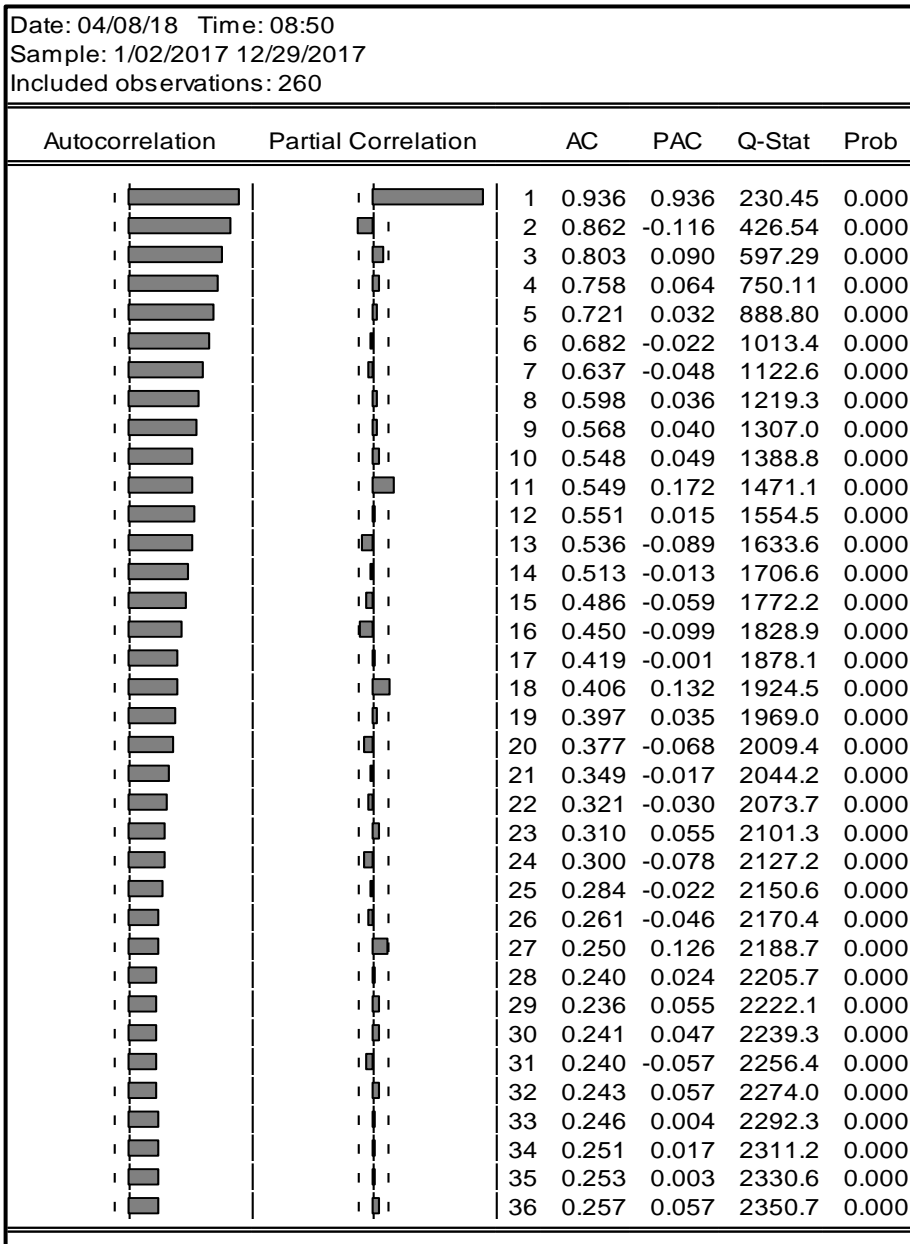
ANNEXES

Annexe1

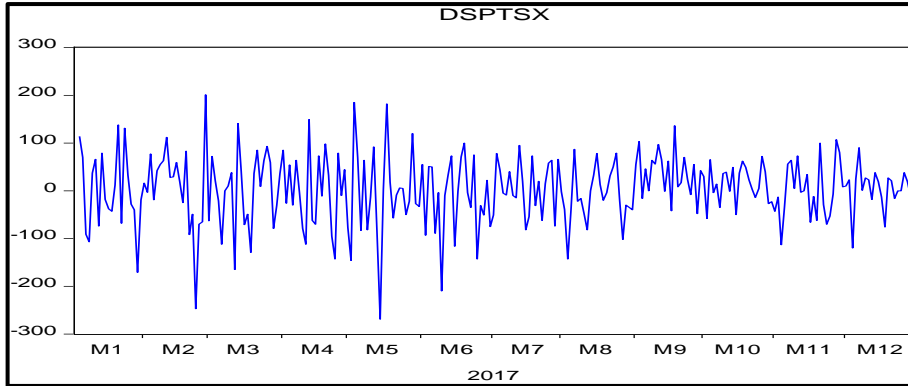
Graphique.1. Corrélogramme du résidu simple

Date: 04/08/18 Time: 08:47 Sample: 1/02/2017 12/29/2017 Included observations: 260							
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob		
		1	0.967	0.967	246.19	0.000	
		2	0.935	-0.015	477.07	0.000	
		3	0.910	0.099	696.64	0.000	
		4	0.890	0.069	907.59	0.000	
		5	0.871	0.009	1110.3	0.000	
		6	0.848	-0.045	1303.2	0.000	
		7	0.824	-0.025	1486.1	0.000	
		8	0.807	0.084	1662.0	0.000	
		9	0.790	-0.001	1831.5	0.000	
		10	0.773	-0.013	1994.1	0.000	
		11	0.755	0.015	2150.1	0.000	
		12	0.742	0.066	2301.5	0.000	
		13	0.727	-0.055	2447.2	0.000	
		14	0.713	0.026	2587.8	0.000	
		15	0.696	-0.040	2722.5	0.000	
		16	0.673	-0.106	2848.8	0.000	
		17	0.651	-0.012	2967.6	0.000	
		18	0.635	0.071	3081.1	0.000	
		19	0.620	0.002	3189.9	0.000	
		20	0.599	-0.096	3291.9	0.000	
		21	0.574	-0.067	3385.7	0.000	
		22	0.546	-0.057	3471.1	0.000	
		23	0.528	0.078	3551.1	0.000	
		24	0.511	-0.010	3626.4	0.000	
		25	0.490	-0.043	3695.9	0.000	
		26	0.467	-0.015	3759.4	0.000	
		27	0.448	0.008	3818.0	0.000	
		28	0.431	0.020	3872.6	0.000	
		29	0.412	-0.060	3922.6	0.000	
		30	0.393	0.035	3968.3	0.000	
		31	0.374	-0.028	4009.9	0.000	
		32	0.358	0.024	4048.2	0.000	
		33	0.344	0.001	4083.6	0.000	
		34	0.325	-0.041	4115.5	0.000	
		35	0.301	-0.081	4143.1	0.000	
		36	0.277	-0.035	4166.3	0.000	

Graphique.2. Corrélogramme des résidus au carré



Graphique 3. Courbe stationnaire DSPTSX

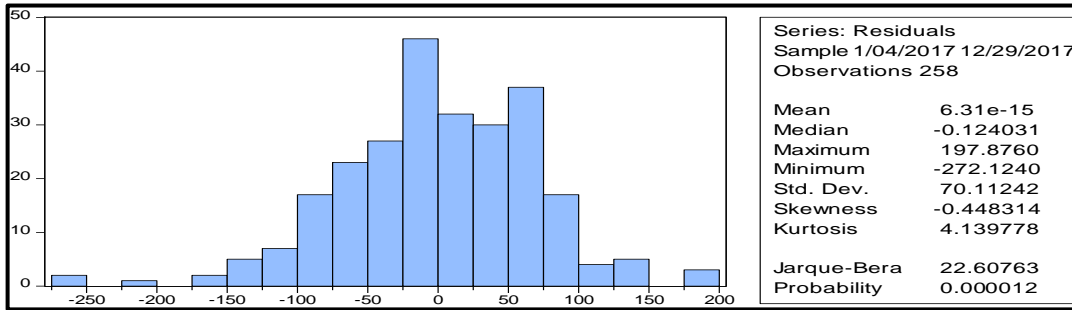


Graphique.4 : corrélogramme simple d'identification a priori

Date: 04/02/18 Time: 11:05
 Sample: 1/03/2017 12/29/2017
 Included observations: 259

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.971	0.971	247.10	0.000
		2	0.943	-0.003	480.97	0.000
		3	0.921	0.102	705.15	0.000
		4	0.903	0.044	921.23	0.000
		5	0.883	-0.017	1128.7	0.000
		6	0.863	-0.005	1327.7	0.000
		7	0.844	0.008	1518.6	0.000
		8	0.828	0.057	1703.5	0.000
		9	0.813	-0.002	1882.3	0.000
		10	0.795	-0.037	2054.0	0.000
		11	0.779	0.014	2219.2	0.000
		12	0.762	-0.014	2378.1	0.000
		13	0.746	0.007	2531.1	0.000
		14	0.731	0.006	2678.5	0.000
		15	0.712	-0.062	2819.1	0.000
		16	0.692	-0.038	2952.3	0.000
		17	0.673	-0.012	3078.7	0.000
		18	0.655	0.009	3199.1	0.000
		19	0.634	-0.075	3312.2	0.000
		20	0.607	-0.104	3416.4	0.000
		21	0.580	-0.046	3511.8	0.000
		22	0.558	0.050	3600.5	0.000
		23	0.541	0.055	3684.2	0.000
		24	0.523	0.014	3763.1	0.000
		25	0.507	0.031	3837.4	0.000
		26	0.494	0.043	3908.3	0.000
		27	0.481	-0.019	3975.6	0.000
		28	0.463	-0.073	4038.2	0.000
		29	0.444	-0.002	4096.2	0.000
		30	0.429	0.041	4150.6	0.000
		31	0.412	-0.049	4200.9	0.000
		32	0.396	0.008	4247.6	0.000
		33	0.376	-0.066	4289.9	0.000
		34	0.355	-0.029	4327.8	0.000
		35	0.332	-0.071	4361.1	0.000
		36	0.307	-0.075	4389.6	0.000

Graphique.5. Test de Jarques-Bera



Annexe 2

Tableau.2.1. Stationnarité indice S&P/TSX a niveau

Null Hypothesis: SPTSX has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.156290	0.6936
Test critical values:		
1% level	-3.455585	
5% level	-2.872542	
10% level	-2.572707	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Null Hypothesis: SPTSX has a unit root		
Exogenous: Constant		
Bandwidth: 7 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel		
	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-0.856771	0.8006
Test critical values:		
1% level	-3.455585	
5% level	-2.872542	
10% level	-2.572707	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Null Hypothesis: SPTSX is stationary		
Exogenous: Constant		
Bandwidth: 12 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel		
		LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic		
		0.669525
Asymptotic critical values*:	1% level	0.739000
	5% level	0.463000
	10% level	0.347000
*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)		

Tableau.2.2. Stationnarité en différence première (DSPTSX)

Null Hypothesis: DSPTSX has a unit root			
Exogenous: Constant			
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=15)			
		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			0.0000
Test critical values:	1% level	-3.455685	
	5% level	-2.872586	
	10% level	-2.572730	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.			

Null Hypothesis: DSPTSX has a unit root			
Exogenous: Constant			
Bandwidth: 8 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel			
		Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic			0.0000
Test critical values:	1% level	-3.455685	
	5% level	-2.872586	
	10% level	-2.572730	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.			

Null Hypothesis: DSPTSX is stationary		
Exogenous: Constant		
Bandwidth: 9 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel		
		LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic		0.200129
Asymptotic critical values*:	1% level	0.739000
	5% level	0.463000
	10% level	0.347000
*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)		

Annexe 3

Tableau 1A : spécification : Processus ARCH

Dependent Variable: DSPTSX2				
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)				
Date: 04/02/18 Time: 17:05				
Sample (adjusted): 1/05/2017 12/29/2017				
Included observations: 257 after adjustments				
Convergence not achieved after 500 iterations				
Coefficient covariance computed using outer product of gradients				
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)				
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*RESID(-2)^2 + C(5)*RESID(-3)^2 + C(6)*RESID(-4)^2 + C(7)*RESID(-5)^2				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	3991.919	639.4490	6.242749	0.0000
Variance Equation				
C	62049149	2105582.	29.46888	0.0000
RESID(-1)^2	-0.009500	0.006223	-1.526485	0.1269
RESID(-2)^2	0.010646	0.007102	1.499046	0.1339
RESID(-3)^2	0.067091	0.039473	1.699653	0.0892
RESID(-4)^2	-0.015212	0.002947	-5.162038	0.0000
RESID(-5)^2	-0.022987	0.013928	-1.650369	0.0989
R-squared	-0.011802	Mean dependent var		4924.891
Adjusted R-squared	-0.011802	S.D. dependent var		8604.807
S.E. of regression	8655.434	Akaike info criterion		20.91120
Sum squared resid	1.92E+10	Schwarz criterion		21.00787
Log likelihood	-2680.089	Hannan-Quinn criter.		20.95008
Durbin-Watson stat	1.987536			

Graphique 1A : Test de Jarques-Bera

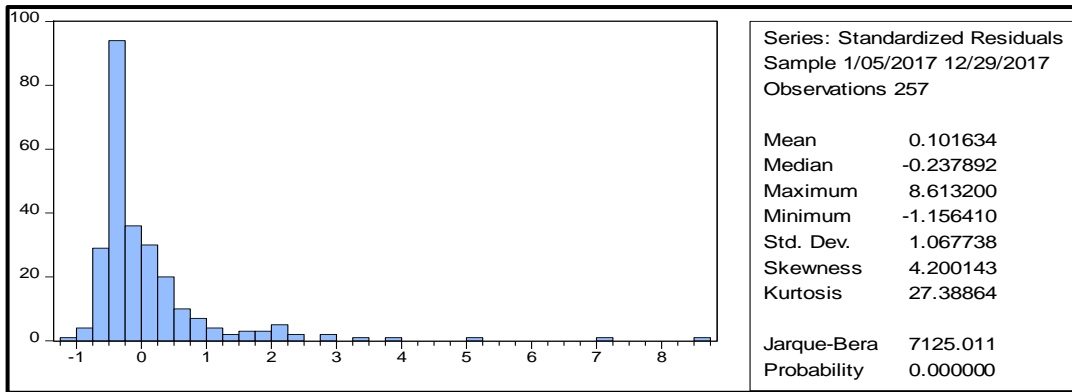


Tableau 1B : spécification : Processus TARCH

Dependent Variable: DSPTSX2				
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)				
Date: 04/02/18 Time: 17:10				
Sample (adjusted): 1/05/2017 12/29/2017				
Included observations: 257 after adjustments				
Convergence achieved after 62 iterations				
Coefficient covariance computed using outer product of gradients				
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)				
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	4787.110	724.2297	6.609933	0.0000
Variance Equation				
C	92530259	3191199.	28.99545	0.0000
RESID(-1)^2	-0.016762	0.013338	-1.256699	0.2089
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	-1.989785	0.601704	-3.306915	0.0009
R-squared	-0.000257	Mean dependent var	4924.891	
Adjusted R-squared	-0.000257	S.D. dependent var	8604.807	
S.E. of regression	8605.914	Akaike info criterion	20.93735	
Sum squared resid	1.90E+10	Schwarz criterion	20.99258	
Log likelihood	-2686.449	Hannan-Quinn criter.	20.95956	
Durbin-Watson stat	2.010475			

Graphique 1B : Test de Jarques-Bera

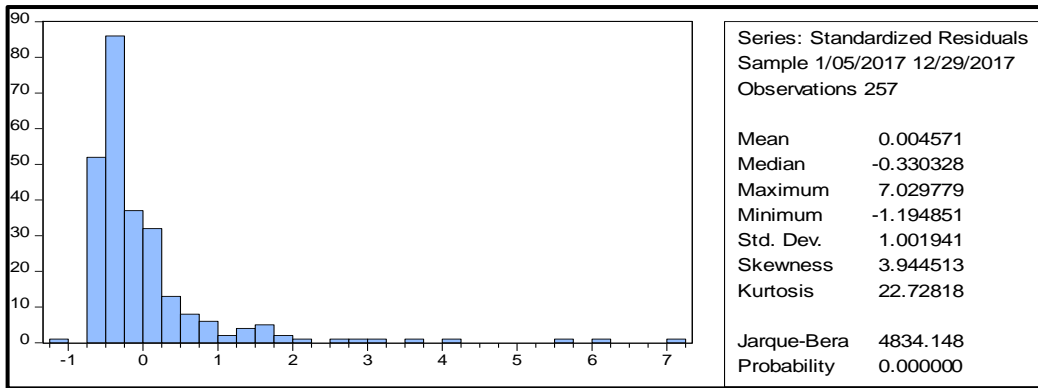


Tableau 1C : spécification : Processus GARCH

Dependent Variable: DSPTSX2				
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)				
Date: 04/02/18 Time: 17:14				
Sample (adjusted): 1/05/2017 12/29/2017				
Included observations: 257 after adjustments				
Convergence achieved after 46 iterations				
Coefficient covariance computed using outer product of gradients				
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)				
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	3115.494	492.8133	6.321855	0.0000
Variance Equation				
C	182279.6	274890.4	0.663099	0.5073
RESID(-1)^2	0.082382	0.014294	5.763416	0.0000
GARCH(-1)	0.936671	0.009431	99.32258	0.0000
R-squared	-0.044389	Mean dependent var	4924.891	
Adjusted R-squared	-0.044389	S.D. dependent var	8604.807	
S.E. of regression	8793.714	Akaike info criterion	20.86047	
Sum squared resid	1.98E+10	Schwarz criterion	20.91571	
Log likelihood	-2676.571	Hannan-Quinn criter.	20.88269	
Durbin-Watson stat	1.925520			

Graphique 1C : Test de Jarques-Bera

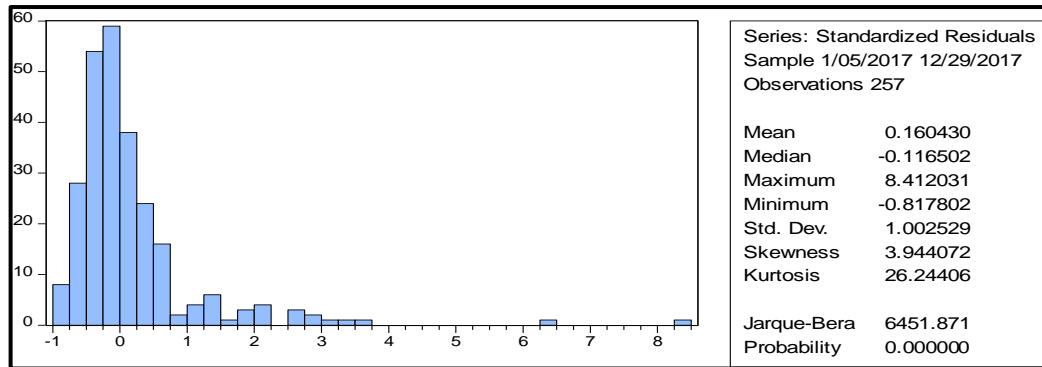


Tableau 1D : spécification : Processus TGARCH

Dependent Variable: DSPTSX2				
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)				
Date: 04/02/18 Time: 17:18				
Sample (adjusted): 1/05/2017 12/29/2017				
Included observations: 257 after adjustments				
Convergence achieved after 108 iterations				
Coefficient covariance computed using outer product of gradients				
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)				
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0) + C(5)*GARCH(-1)				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	3994.141	666.9720	5.988469	0.0000
Variance Equation				
C	7921963.	1711832.	4.627768	0.0000
RESID(-1)^2	0.017430	0.007462	2.335821	0.0195
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	-0.793753	0.306730	-2.587790	0.0097
GARCH(-1)	0.931269	0.019166	48.58868	0.0000
R-squared	-0.011746	Mean dependent var	4924.891	
Adjusted R-squared	-0.011746	S.D. dependent var	8604.807	
S.E. of regression	8655.194	Akaike info criterion	20.76162	
Sum squared resid	1.92E+10	Schwarz criterion	20.83067	
Log likelihood	-2662.869	Hannan-Quinn criter.	20.78939	
Durbin-Watson stat	1.987646			

Graphique 1D : Test de Jarques-Bera

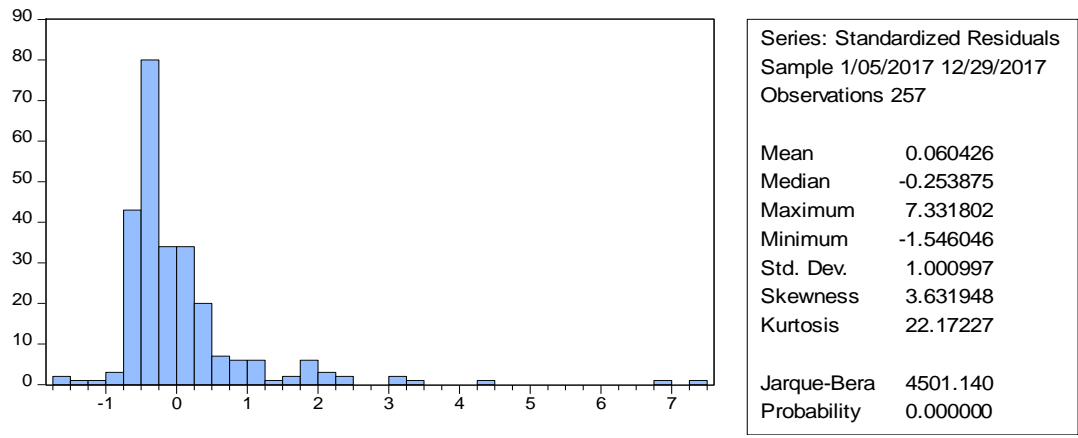
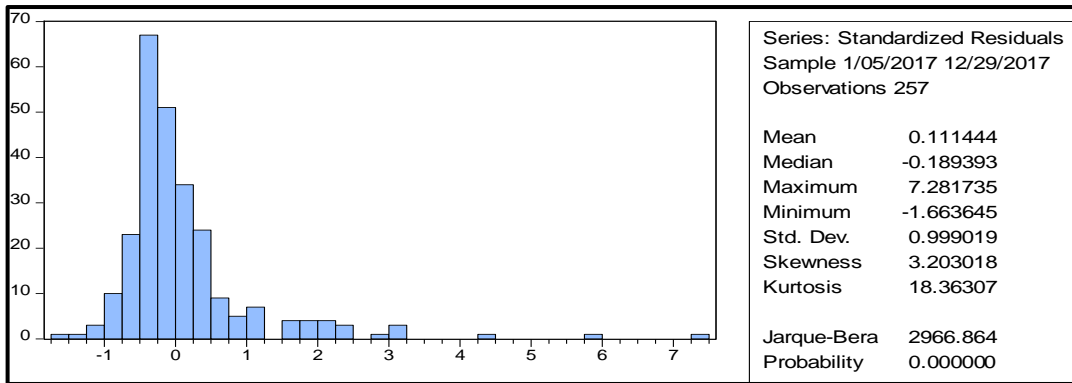


Tableau 1E : spécification : Processus EGARCH

Dependent Variable: DSPTSX2				
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)				
Date: 04/02/18 Time: 17:22				
Sample (adjusted): 1/05/2017 12/29/2017				
Included observations: 257 after adjustments				
Failure to improve likelihood (singular hessian) after 60 iterations				
Coefficient covariance computed using outer product of gradients				
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)				
LOG(GARCH) = C(2) + C(3)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(4)				
*RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1)) + C(5)*LOG(GARCH(-1))				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	3481.276	531.4226	6.550862	0.0000
Variance Equation				
C(2)	1.523247	0.318048	4.789357	0.0000
C(3)	-0.166579	0.058358	-2.854412	0.0043
C(4)	0.261956	0.049957	5.243583	0.0000
C(5)	0.917711	0.016690	54.98612	0.0000
R-squared	-0.028256	Mean dependent var	4924.891	
Adjusted R-squared	-0.028256	S.D. dependent var	8604.807	
S.E. of regression	8725.530	Akaike info criterion	20.69017	
Sum squared resid	1.95E+10	Schwarz criterion	20.75922	
Log likelihood	-2653.687	Hannan-Quinn criter.	20.71794	
Durbin-Watson stat	1.955731			

Graphique 1E : Test de Jarques-Bera



Dependent Variable: DGSPTSEH902

Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)

Date: 08/21/18 Time: 11:06

Sample (adjusted): 1/04/2017 3/29/2018

Included observations: 322 after adjustments

Convergence achieved after 50 iterations

Coefficient covariance computed using outer product of gradients

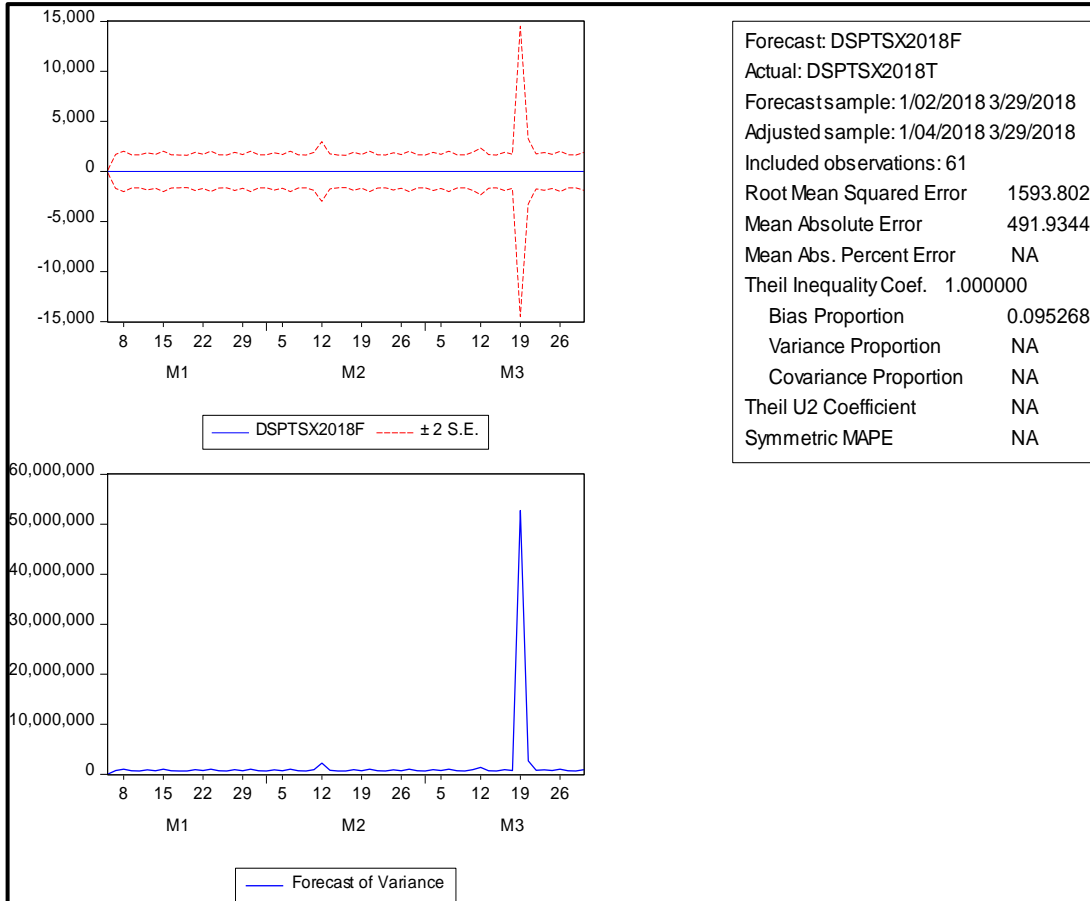
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)

LOG(GARCH) = C(1) + C(2)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(3)
 *RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1)) + C(4)*LOG(GARCH(-1))

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	-0.310862	0.084838	-3.664173	0.0002
C(2)	0.463091	1.429080	0.324048	0.7459
C(3)	0.168674	1.427403	0.118168	0.9059
C(4)	0.997771	0.004360	228.8317	0.0000

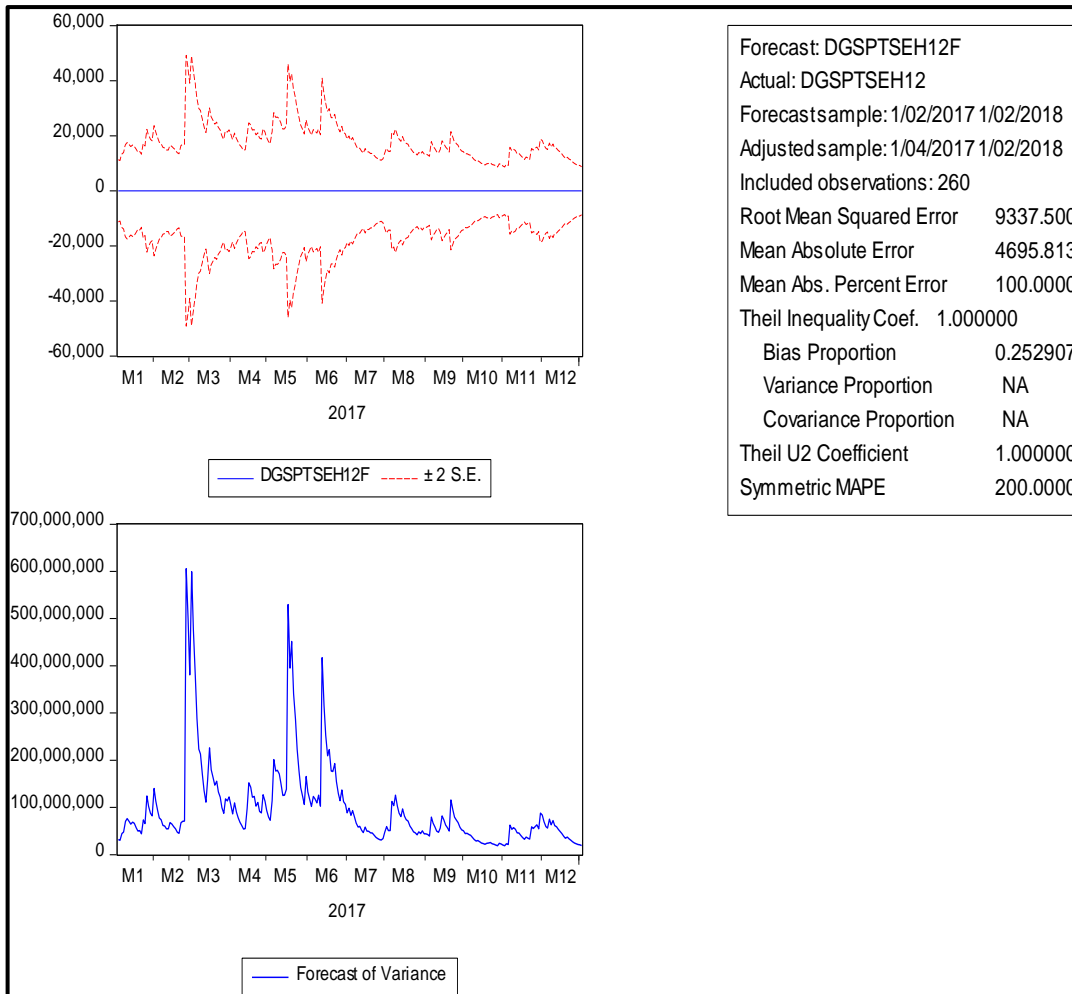
Annexes 4

Erreurs de prévision période allant du 03-janvier au 29-mars Échantillon B

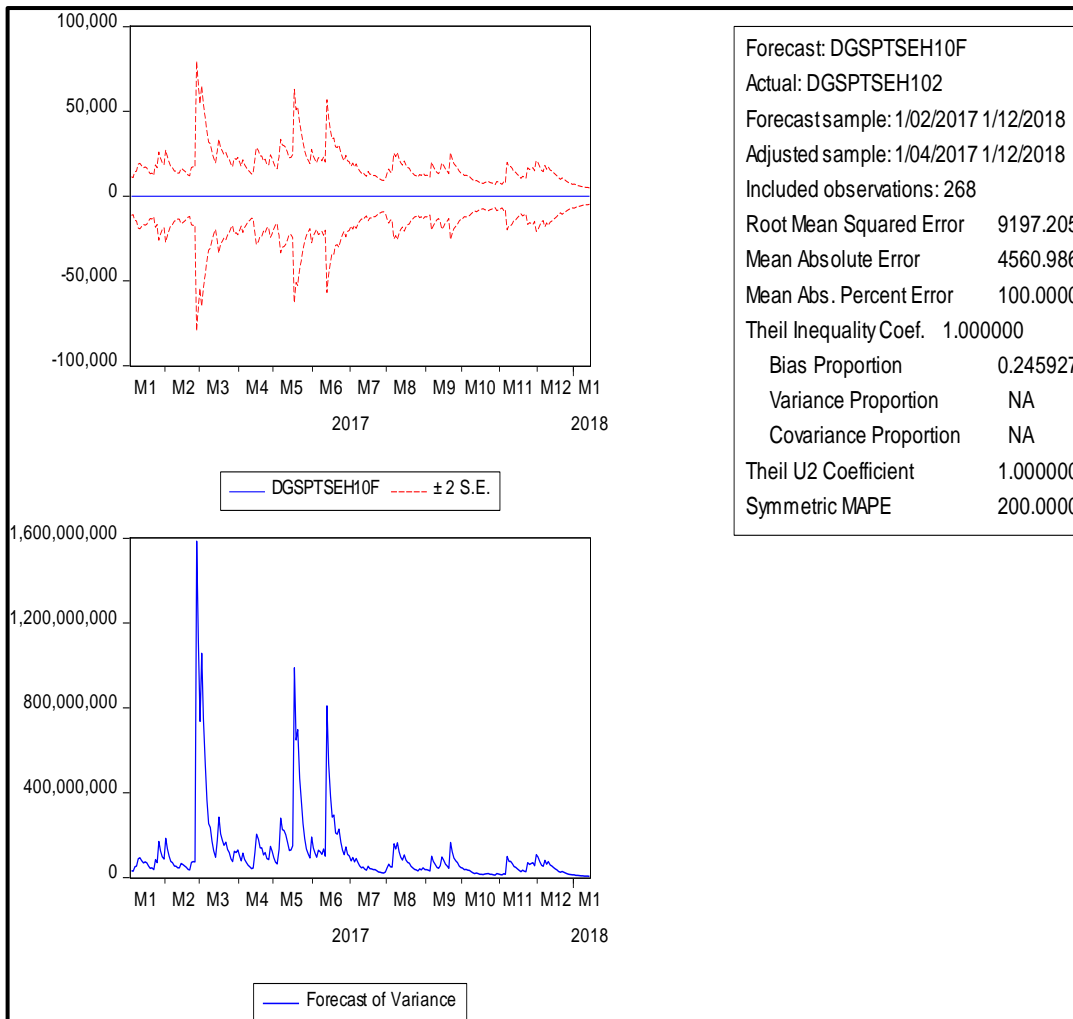


Erreurs de prévision de la volatilité

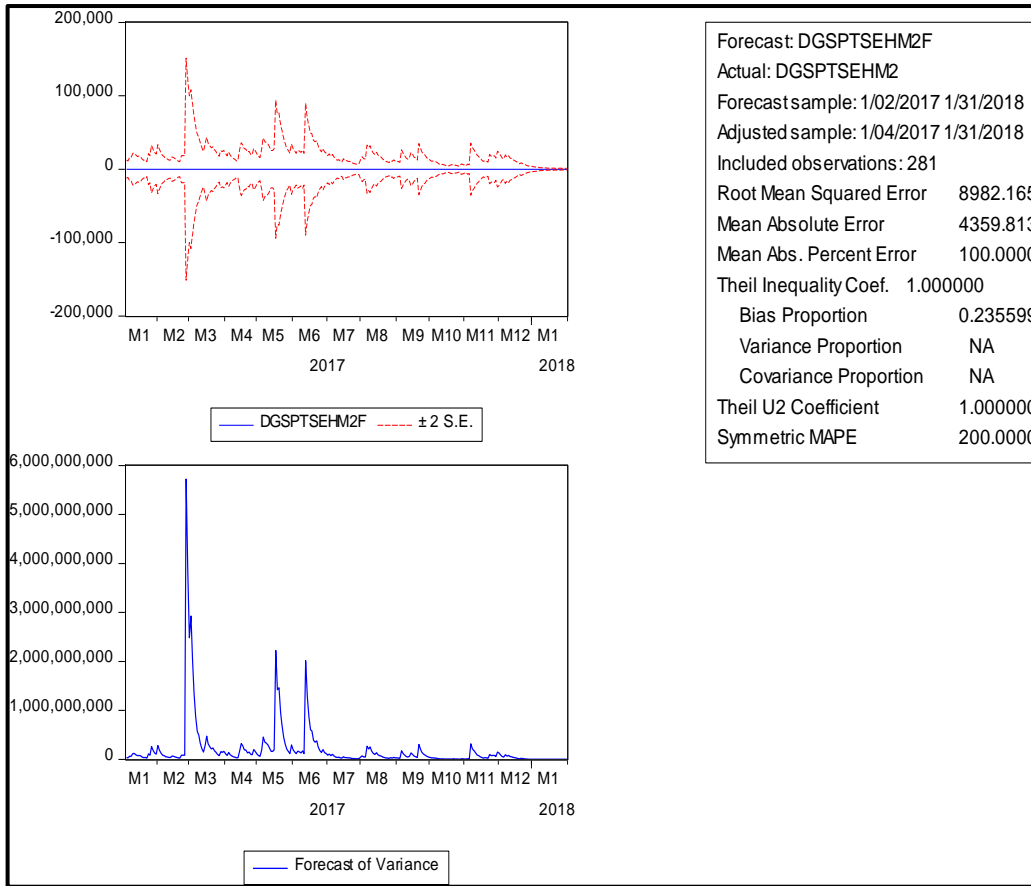
Graphique.1A : Erreurs de prévision de la volatilité Horizon 1^{er} jour



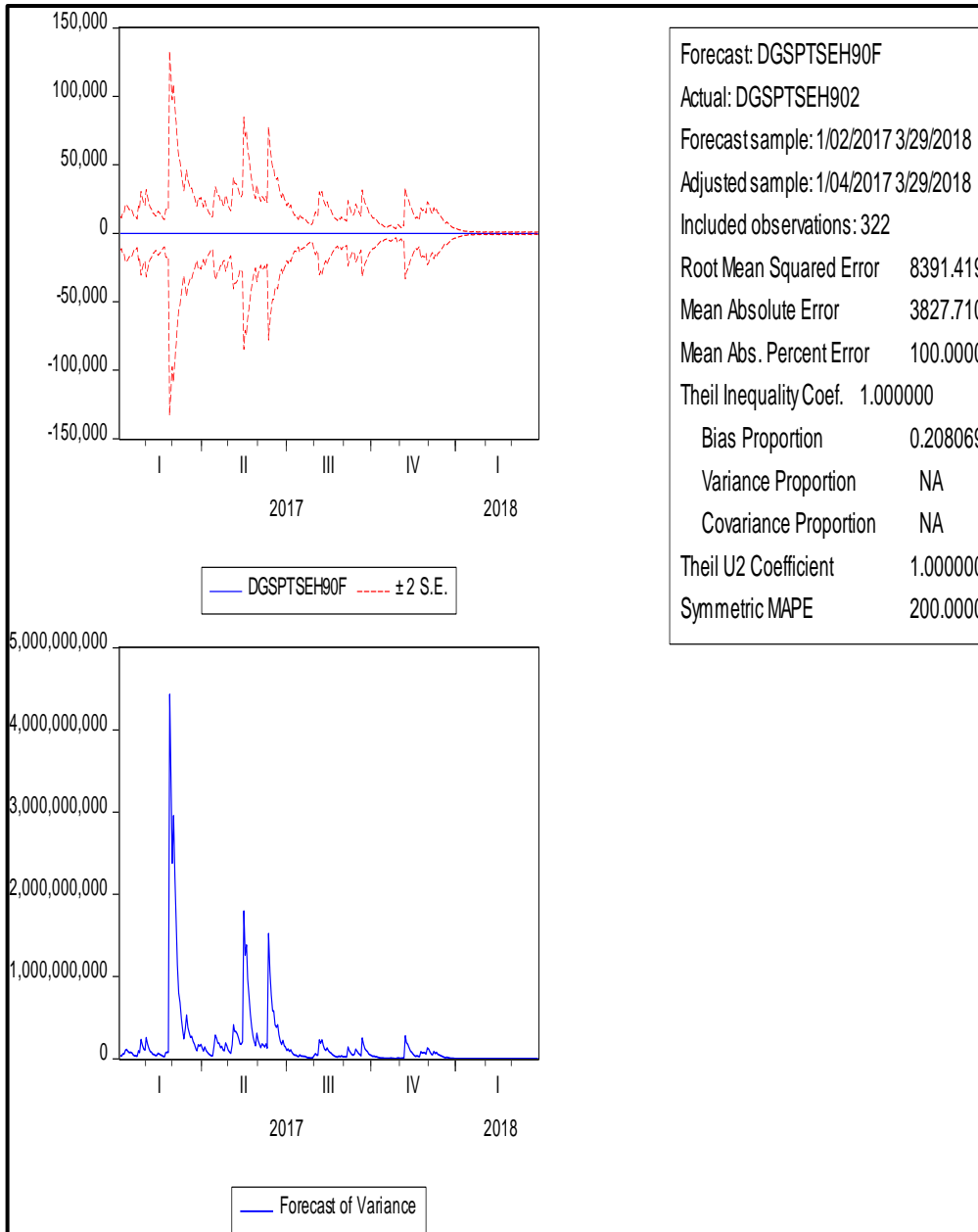
Graphique.1B : Erreurs de prévision de la volatilité Horizon 10^e jour



Graphique.1C : Erreurs de prévision de la volatilité Horizon 30^e jour



Graphique.1D : Erreurs de prévision de la volatilité Horizon 90^e jour



Test de spécification du modèle : Test de Ramsey

Ramsey RESET Test			
Equation: UNTITLED			
Specification: DGSPTSE AR(1) C			
Omitted Variables: Squares of fitted values			
	Value	df	Probability
t-statistic	0.160859	255	0.8723
F-statistic	0.025876	(1, 255)	0.8723
Likelihood ratio	0.025551	1	0.8730

Test de spécification du modèle

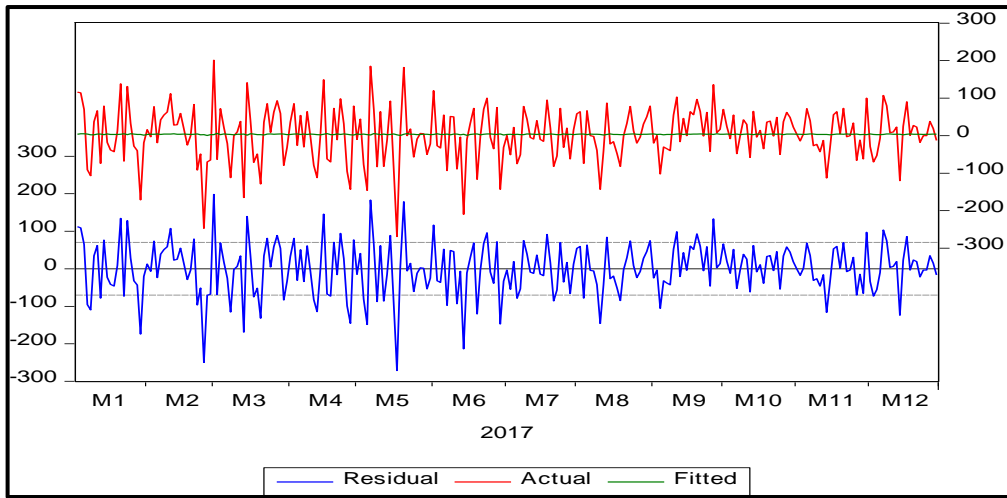
R-squared	-0.008519	Mean dependent var	3.124031
Adjusted R-squared	-0.012458	S.D. dependent var	69.85733
S.E. of regression	70.29113	Akaike info criterion	11.21253
Sum squared resid	1264856.	Schwarz criterion	11.28139
Log likelihood	-1441.417	Hannan-Quinn criter.	11.24022
Durbin-Watson stat	2.135174		

R-squared	-0.000337	Mean dependent var	3.124031
Adjusted R-squared	-0.004245	S.D. dependent var	69.85733
S.E. of regression	70.00544	Akaike info criterion	11.31482
Sum squared resid	1254595.	Schwarz criterion	11.39745
Log likelihood	-1453.612	Hannan-Quinn criter.	11.34804
Durbin-Watson stat	2.026311		

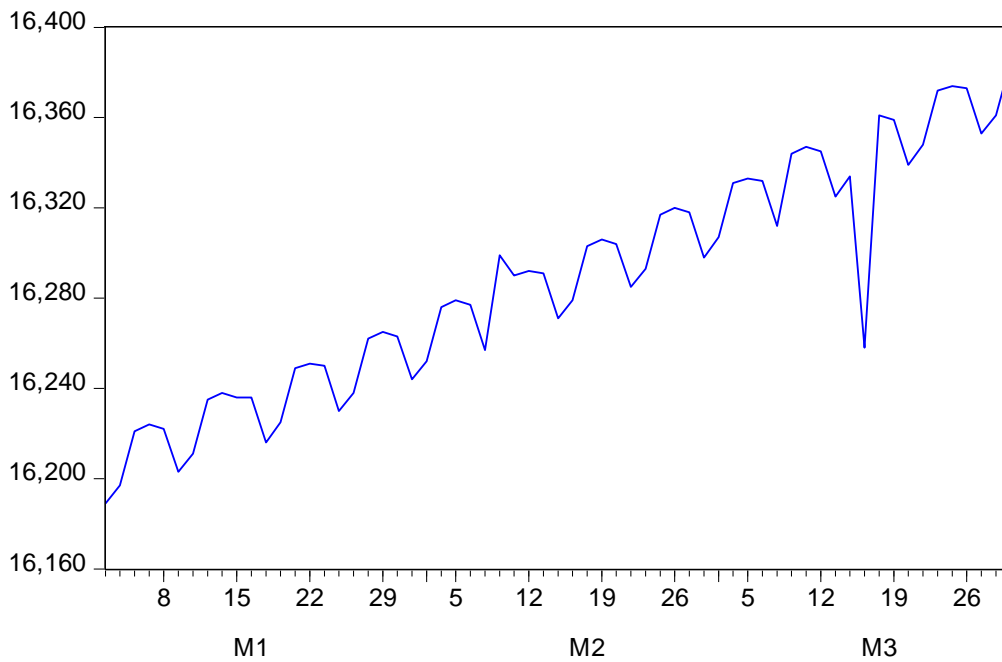
Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	2.939265	Prob. F(1,255)	0.0877
Obs*R-squared	2.928561	Prob. Chi-Square(1)	0.0870

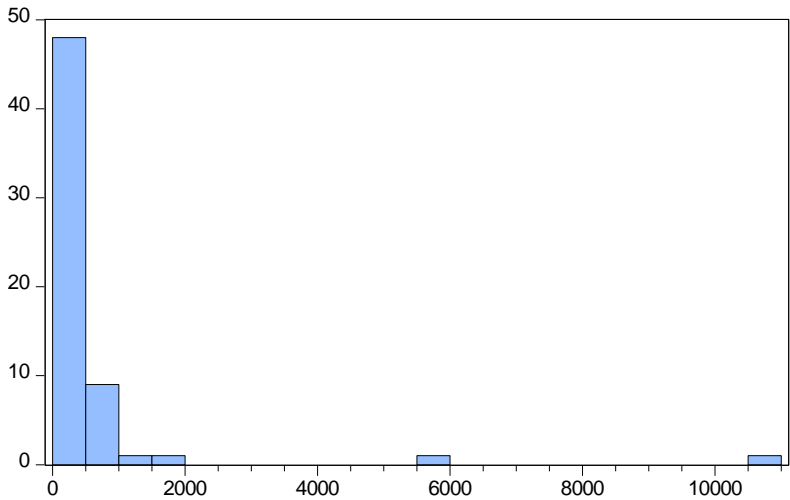
Graphe du résidu du modèle



SPTSX2018



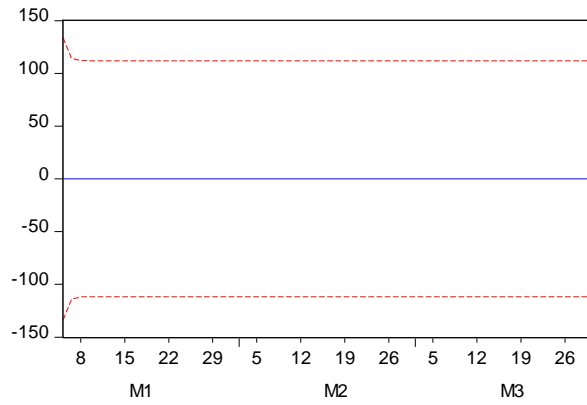
Test de Jarques Berra



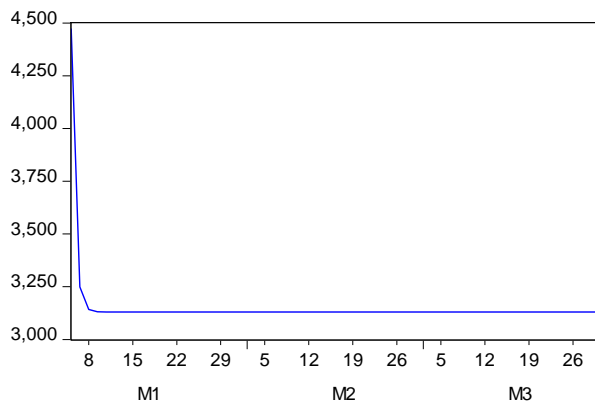
Series: DSPTSX2018T	
Sample 1/02/2018 3/29/2018	
Observations 61	
Mean	491.9344
Median	64.00000
Maximum	10609.00
Minimum	0.000000
Std. Dev.	1528.564
Skewness	5.559781
Kurtosis	34.95048
Jarque-Bera	2908.881
Probability	0.000000

Dependent Variable: DSPTSX2018T
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 08/22/18 Time: 20:12
 Sample (adjusted): 1/04/2018 3/29/2018
 Included observations: 61 after adjustments
 Convergence achieved after 38 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 $\text{LOG}(\text{GARCH}) = \text{C}(1) + \text{C}(2) * \text{ABS}(\text{RESID}(-1) / \text{SQRT}(\text{GARCH}(-1))) + \text{C}(3) * \text{RESID}(-1) / \text{SQRT}(\text{GARCH}(-1)) + \text{C}(4) * \text{LOG}(\text{GARCH}(-1))$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	11.99951	5.607544	2.139887	0.0324
C(2)	-6.004561	19.24037	-0.312081	0.7550
C(3)	6.646751	19.25423	0.345210	0.7299
C(4)	0.104405	0.409016	0.255260	0.7985
R-squared	-0.105299	Mean dependent var		491.9344
Adjusted R-squared	-0.087180	S.D. dependent var		1528.564
S.E. of regression	1593.802	Akaike info criterion		16.56766
Sum squared resid	1.55E+08	Schwarz criterion		16.70608
Log likelihood	-501.3136	Hannan-Quinn criter.		16.62191
Durbin-Watson stat	1.177205			

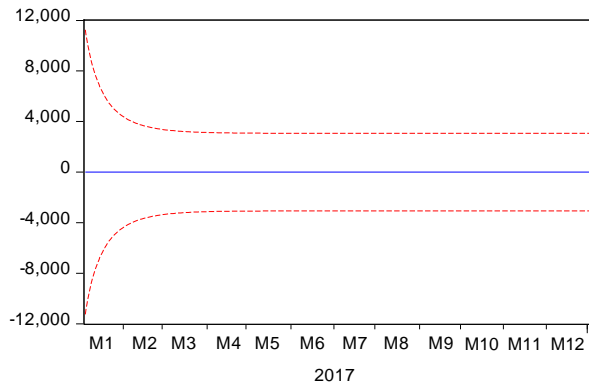


— DSPTSX2018F - - - ± 2 S.E.

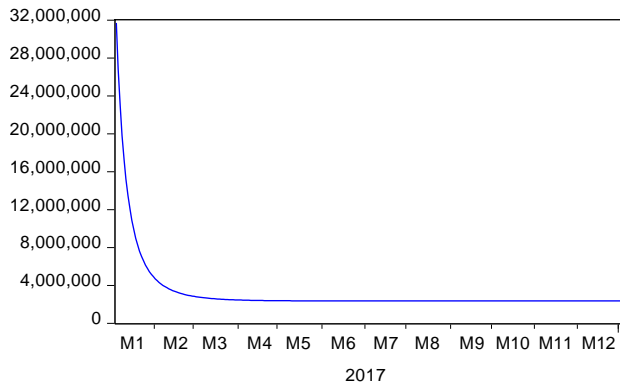


— Forecast of Variance

Forecast:	DSPTSX2018F
Actual:	DSPTSX2018T
Forecast sample:	1/02/2018 3/29/2018
Adjusted sample:	1/04/2018 3/29/2018
Included observations:	61
Root Mean Squared Error	1593.802
Mean Absolute Error	491.9344
Mean Abs. Percent Error	NA
Theil Inequality Coef.	1.000000
Bias Proportion	0.095268
Variance Proportion	NA
Covariance Proportion	NA
Theil U2 Coefficient	NA
Symmetric MAPE	NA

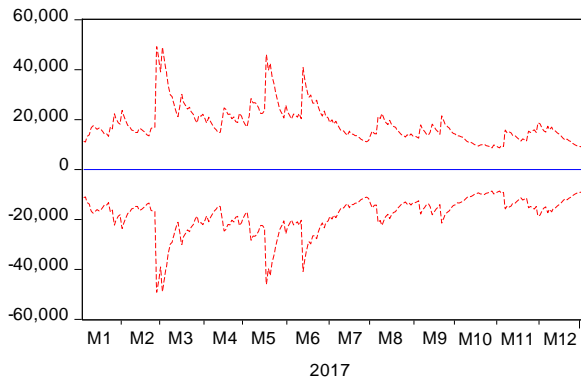


— DGSPTSEH1XF - - - ± 2 S.E.

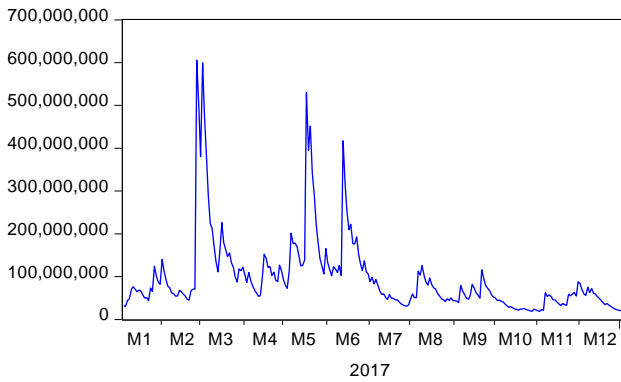


— Forecast of Variance

Forecast: DGSPTSEH1XF	
Actual: DGSPTSEH1X	
Forecasts sample: 1/02/2017 1/02/2018	
Adjusted sample: 1/04/2017 1/02/2018	
Included observations: 260	
Root Mean Squared Error	9337.500
Mean Absolute Error	4695.813
Mean Abs. Percent Error	100.0000
Theil Inequality Coef.	1.000000
Bias Proportion	0.252907
Variance Proportion	NA
Covariance Proportion	NA
Theil U2 Coefficient	1.000000
Symmetric MAPE	200.0000



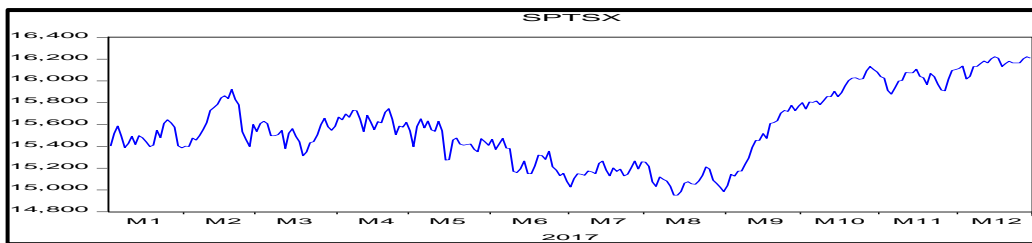
— DGSPTSEH12F - - - ± 2 S.E.



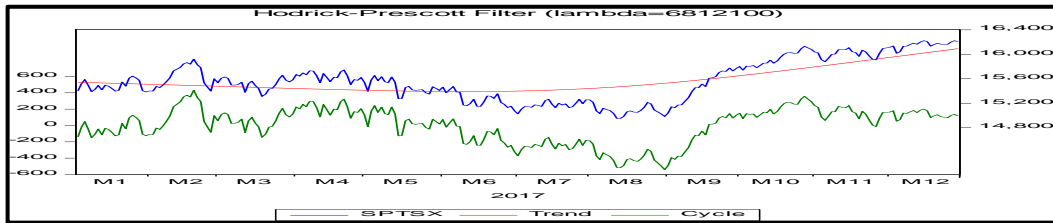
— Forecast of Variance

Forecast: DGSPTSEH12F	
Actual: DGSPTSEH12	
Forecastsample: 1/02/2017 1/02/2018	
Adjusted sample: 1/04/2017 1/02/2018	
Included observations: 260	
Root Mean Squared Error	9337.500
Mean Absolute Error	4695.813
Mean Abs. Percent Error	100.0000
Theil Inequality Coef.	1.000000
Bias Proportion	0.252907
Variance Proportion	NA
Covariance Proportion	NA
Theil U2 Coefficient	1.000000
Symmetric MAPE	200.0000

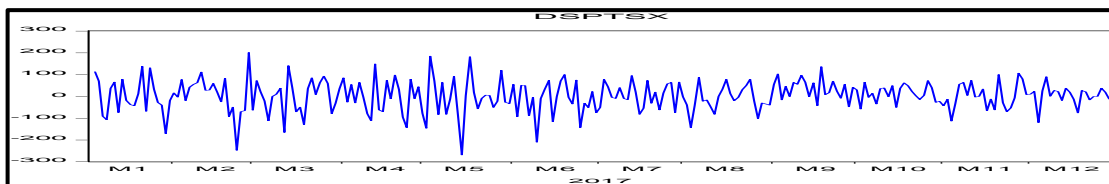
Graphique.1.3. Évolution de l'indice S&P/TSX, Janvier à Décembre2017



Graphique.1.4 de la décomposition de l'indice : S&P/TSX



Graphique .1.5. Courbe stationnaire DSPTSX



Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	2527.192	Prob. F(1,257)	0.0000
Obs*R-squared	235.0925	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

Heteroskedasticity Test ARCH

F-statistic	2527,192	Prob. F (1,257)	0,000
Obs*R-squared	235,0925	Prob. Chi-square (1)	0,000

Tableau.1.3 : Test AR (1)

Dependent Variable: DSPTSX Method: ARMA Maximum Likelihood (OPG - BHHH) Date: 04/06/18 Time: 08:58 Sample: 1/04/2017 12/29/2017 Included observations: 258 Convergence achieved after 2 iterations Coefficient covariance computed using outer product of gradients				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.120457	4.644614	0.671844	0.5023
AR(1)	-0.009825	0.064947	-0.151280	0.8799
SIGMASQ	4896.226	355.7728	13.76223	0.0000

Variable	Coefficient	Std.Error	Prob
C	3,1204	4,6446	0,5023
AR (1)	-0,0098	0,0649	0,8799
SIGMASQ	4896,226	355,772	0,0000

Tableau.1.4 Test MA(1)

Dependent Variable: DSPTSX Method: ARMA Maximum Likelihood (OPG - BHHH) Date: 04/06/18 Time: 09:00 Sample: 1/04/2017 12/29/2017 Included observations: 258 Convergence achieved after 12 iterations Coefficient covariance computed using outer product of gradients				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.118954	4.635944	0.672776	0.5017
MA(1)	-0.013662	0.064952	-0.210335	0.8336
SIGMASQ	4896.042	355.7805	13.76141	0.0000

Variable	Coefficient	Std. Error	Prob
C	3,1189	4,6359	0,5017
MA (1)	-0,0136	0,0649	0,8336
SIGMASQ	4896,042	355,7805	0,0000

Tableau.1.5. Test d'indépendance BDS

BDS Test for SPTSX				
Date: 04/02/18 Time: 11:46				
Sample: 1/03/2017 12/29/2017				
Included observations: 259				
Dimension	BDS Statistic	Std. Error	z-Statistic	Prob.
2	0.168036	0.003035	55.36011	0.0000
3	0.282293	0.004810	58.68682	0.0000
4	0.358938	0.005709	62.87731	0.0000
5	0.409778	0.005928	69.12228	0.0000
6	0.442252	0.005695	77.65003	0.0000

Dimension	BDS Statistic	Std. Error	Prob
2	0,1680	0,0030	0,0000
3	0,2822	0,0048	0,0000
4	0,3589	0,0057	0,0000
5	0,4097	0,0059	0,0000
6	0,4422	0,0056	0,0000

Tableau.1.6 : Test de la volatilité de l'indice S&P/TSX

Dependent Variable: DSPTSX2				
Method: Least Squares				
Date: 04/02/18 Time: 12:33				
Sample (adjusted): 1/05/2017 12/29/2017				
Included observations: 257 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DLSPTSX2	2.39E+08	388092.1	616.2748	0.0000
C	22.76910	16.04178	1.419362	0.1570
R-squared	0.999329	Mean dependent var	4924.891	
Adjusted R-squared	0.999326	S.D. dependent var	8604.807	
S.E. of regression	223.3269	Akaike info criterion	13.66290	
Sum squared resid	12718095	Schwarz criterion	13.69052	
Log likelihood	-1753.683	Hannan-Quinn criter.	13.67401	
F-statistic	379794.7	Durbin-Watson stat	1.569766	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Variable	Std. Error	Prob
DLSPTSX2	388092,1	0,0000
C	16,04178	0,1570

Adjusted R-squared: $R^2 = 0,9999$ (99%)

Tableau.1.9. Test de validation du modèle de prédiction : EGARCH (1,1)

LOG(GARCH) = C(2) + C(3)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(4) *RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1)) + C(5)*LOG(GARCH(-1))				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	2711.995	21.47336	126.2958	0.0000
Variance Equation				
C(2)	18.04560	0.017655	1022.096	0.0000
C(3)	-1.327097	0.056050	-23.67704	0.0000
C(4)	1.374361	0.029248	46.98969	0.0000
C(5)	0.011741	0.002264	5.186461	0.0000

Variable	Coefficient	Std. Error	Prob
C	2711,95	21,4733	0,0000
Variance Equation			
C (2)	18,0456	0,01765	0,0000
C (3)	-1,3270	0,05605	0,0000
C (4)	1,37436	0,02924	0,0000
C (5)	0,01174	0,00226	0,0000