

**LA VOLATILITÉ DU MARCHÉ BOURSIER ET LE CYCLE
D’AFFAIRES AU CANADA**

Samuel Duchesne-Bélanger

Mémoire

Département des
Sciences Administratives

Présenté en conformité partielle des exigences pour le programme de
Maîtrise ès Sciences en Économie Financière
Université du Québec en Outaouais
Gatineau, Québec, Canada

Dirigé par
Professeure Céline Gauthier, PhD

Mai 2020

©Samuel Duchesne-Bélanger

ABSTRACT

This literary work discusses the relationship between stock market volatility and business cycle theory from a macroeconomic and financial perspective, ending with a Granger causality analysis using autoregressive vector modeling. Economists have long been trying to explain the cyclical nature of economic growth. In Chapter 2, we take a look at the macroeconomic schools of thought — Keynesian, Monetarist, Real Business Cycle — trying to explain the reason for this cyclical nature while illustrating the points supported and / or criticized by the economic consensus. In Chapter 3, we then define what is meant by the term "volatility" and we will elaborate on the different ways of modeling it—historical volatility, implied, weighted average, conditionally heteroskedastic, stochastic autoregressive. Chapter 4 looks at the financial and economic literature looking at the relationship between stock market volatility and economic growth, then we end with a Granger causality analysis that tries to determine if there is a uni- or bidirectional between the monthly volatility of the Toronto Stock Exchange (TSX) and the growth of Canadian GDP. Our results demonstrate a strong one-way relationship between the volatility of the stock market and Canadian GDP growth.

RÉSUMÉ

Cet ouvrage aborde la relation entre la volatilité du marché boursier et la théorie du cycle d'affaires sous une perspective macroéconomique et financière, en terminant avec une analyse de causalité-Granger par modélisation vectorielle autorégressive. Les économistes tentent depuis longtemps d'expliquer la nature cyclique de la croissance économique, nous faisons un survol des écoles de pensée macroéconomiques—Keynésienne, Monétariste, Real Business Cycle—tentant d'expliquer la raison de cette nature cyclique tout en illustrant les points supportés et/ou critiqués par le consensus économique. Nous définissons ensuite ce que l'on entend par le terme « volatilité » et nous élaborerons sur les différentes façons de modéliser celle-ci—volatilité historique, implicite, moyenne pondérée, autorégressive conditionnellement hétéroscédastique, stochastique. Dans le Chapitre 4, faisons un survol de la littérature financière et économique se penchant sur la relation entre la volatilité du marché boursier et la croissance économique, puis nous finissons avec une analyse de causalité Granger qui tente de déterminer s'il existe une relation uni- ou bidirectionnelle entre la volatilité mensuelle du Toronto Stock Exchange (TSX) et la croissance du PIB Canadien. Nos résultats démontrent une forte relation unidirectionnelle de la volatilité du marché boursier envers la croissance du PIB canadien.

REMERCIEMENTS ET DÉDICACE

J'aimerais remercier Dre Céline Gauthier pour sa supervision efficace et Dr. David Tessier et Dr.

Li Yan pour la révision du comité de révision pour leur temps investi à évaluer ce mémoire.

À mes parents, Normand Duchesne et Hélène Bélanger, qui m'ont supporté plus que tout enfant n'aurait pu souhaiter.

À ma bien-aimée, Éloïse Brouillard, et notre fille, Alice, née ce printemps.

Table des matières

Table des Figures	vii
Liste des Tableaux	viii
Chapitre 1 : Introduction	1
Chapitre 2 : Le Cycle d’Affaires.....	8
Introduction.....	8
Le Cycle d’Affaires : Perspective Historique	8
La Théorie Keynésienne de l’Économie et du Cycle d’Affaires	10
Le Modèle Keynésien	11
Le Cycle d’Affaires et les Sophistications du Modèle Keynésien : Accélérateur-Multiplicateur, Hicks-Fleming-Mundell et AS-AD.....	13
Le Monétarisme	19
Le Modèle Monétariste	20
Le Monétarisme - Critique et Sommaire.....	22
Le Cycle d’Affaires Réel (RBC—Real Business Cycle).....	24
Le Modèle RBC	24
RBC – Critique et Sommaire	27
Survol de la littérature – Le Cycle d’Affaires.....	29
La Finance, le Cycle de Crédit, le Marché Boursier et le Cycle d’Affaires.....	29
Exemples des Effets du Cycle d’Affaires sur les Entreprises	31
Les Cycles d’Affaires Politiques.....	32
Chapitre 3 : La Volatilité du Marché Boursier.....	33
Introduction.....	33
Définition de la Volatilité	34
La Volatilité Historique	34
La Volatilité Implicite.....	35
L’indice VIX.....	38
Critique de l’indice VIX	39
Le modèle de moyenne mobile à pondération exponentielle (EWMA).....	42
Les modèles autorégressifs conditionnellement hétéroscédastiques (ARCH).....	45
Critique et Limites des modèles ARCH(q)	49
Les modèles ARCH généralisés (GARCH).....	50
Les modèles de volatilité stochastique.....	53

La Littérature Financière et la Volatilité	54
La Volatilité du Marché : Observations et Corrélations	54
La Volatilité et les Gouvernements.....	57
La Volatilité et les Banques	58
La Volatilité et le Comportement des Investisseurs.....	59
Chapitre 4: Volatilité du Marché Boursier en Relation avec le Cycle d’Affaires: Une Relation Causale? 61	
La volatilité et le « timing » du marché	62
Liens entre la volatilité du marché boursier et les variables macroéconomiques	63
Les chocs de volatilité et la production (inter)nationale	66
Causalité entre la volatilité du marché boursier et le cycle d’affaires: Une analyse empirique.....	70
Modèles Vectoriels Autorégressifs (VAR)	70
Tests de causalité	72
Description des Données.....	73
Méthodologie	75
Discussion	76
Bibliographie.....	77
ANNEXE A	92
Résultats.....	92

Table des Figures

Figure 2.1 : Les Phases du Cycle d’Affaires (Bonham, 2017)	9
Figure 2.2 : Le PIB Canadien de 1870 à 2019 (Di Matteo, 2017).....	10
Figure 2.3 : Le modèle de dépense du revenu (Arnold, 2002)	12
Figure 2.4 Le modèle Hicks-Fleming-Mundell (Arnold, 2002)	16
Figure 2.5 : Le modèle AS-AD (Arnold, 2002).....	18
Figure 3.1 : La relation inverse entre les indices SPX & VIX (Dshort.com, 2014)	39
Figure 3.2 : La volatilité historique du S&P 500 (Brooks, 2014).....	47
Figure 4.2. Comparaison des séries chronologiques de la croissance mensuelle du PIB Canadien et le taux de volatilité mensuel de l’indice boursier du TSX entre 2001 :01 et 2019 :12 performé à l’aide du logiciel économétrique EViews©.	75

Liste des Tableaux

Tableau 4.1 : Résultats d'un VAR bivarié à trois retards comparant la croissance mensuelle du PIB Canadien et le taux de volatilité mensuel de l'indice boursier du TSX entre 2001 :01 et 2019 :12 performé à l'aide du logiciel économétrique EViews©.....	92
Tableau 4.2 : Évaluation des critères de sélection d'ordre des retards d'un VAR standard comparant la croissance mensuelle du PIB Canadien et le taux de volatilité mensuel de l'indice boursier du TSX entre 2001 :01 et 2019 :12 performé à l'aide du logiciel économétrique EViews©.	93
Tableau 4.3 : Test de causalité Granger d'un VAR standard comparant la croissance mensuelle du PIB Canadien et le taux de volatilité mensuel de l'indice boursier du TSX entre 2001 :01 et 2019 :12 performé à l'aide du logiciel économétrique EViews©.	94
Tableau 4.4 : Test de stationnarité Dickey-Fuller augmenté de la série chronologique à zéro retard (sélectionné sous le critère d'information de Schwartz) du taux de volatilité mensuel de l'indice boursier du TSX entre 2001 :01 et 2019 :12 performé à l'aide du logiciel économétrique EViews©.	95
Tableau 4.5 : Test de stationnarité Dickey-Fuller augmenté de la série chronologique à deux retards (sélectionné sous le critère d'information de Schwartz) de la croissance mensuelle du PIB Canadien entre 2001 :01 et 2019 :12 performé à l'aide du logiciel économétrique EViews©.	96

Chapitre 1 : Introduction

Pour les investisseurs de toute taille, les retours du marché financier sont d'une importance significative. Conséquemment, un large champ de recherche s'est créé autour de l'évaluation des titres financiers. Invariablement, ces recherches découvrent que les changements de prix des titres sont positivement liés aux revenus d'entreprise et négativement liés aux changements des taux d'intérêts (Bolten & Weigand, 2000). Plusieurs études ont tenté de modéliser le prix des titres avec les revenus et les taux d'intérêt (Bolten, 1985), (Bolten & Besley, 1986). D'autres auteurs ont démontré que le niveau actuel des prix est lié à la valeur escomptée des futurs revenus et dividendes (Campbell & Schiller, 1988), (Fama E. F., 1981). Finalement, le modèle Fama-French est capable d'expliquer plus de 90% des revenus basé sur l'exposition à cinq facteurs de risque, *i.e.* le marché, la taille, le prix relatif, la profitabilité et l'investissement—ce modèle à cinq facteurs performe mieux que le modèle précédent, qui avait trois facteurs, publié par les mêmes auteurs (Fama & French, 1993), (Fama & French, 2015).

Quoiqu'il en soit, une des premières questions posées par le gestionnaire de portefeuille à ses investisseurs est la suivante : Quelle est votre tolérance au risque?

Mais qu'est-ce que le risque tel que mentionné dans cette question implique exactement? On parle ici de l'incertitude face aux retours d'un certain investissement. Cette incertitude peut être modélisée de façon simple, ou encore de façon plus complexe et sophistiquée. L'incertitude des retours sur les titres dépend d'une panoplie de facteurs, tels que mentionné ci-haut. Mais serait-il possible que des facteurs macroéconomiques, tel que le produit intérieur brut (PIB), dépendent eux-mêmes de l'incertitude sur les retours des titres? Serait-il possible d'inférer une causalité entre la performance d'un indice boursier majeur et la croissance économique d'un pays? Telle est la

question sur laquelle cet ouvrage se penchera. C'est-à-dire que, tout comme les physiciens tentant de joindre les relations mathématiques entre les lois de la nature régissant le comportement de la matière dans l'infiniment petit (physique quantique) et celles de l'infiniment plus gros (physique classique), nous tentons d'expliquer des liens entre la microéconomie financière des individus et entreprises, et la performance d'indices macroéconomiques tels que la production agrégée et la croissance économique.

Dans le **Chapitre 2**, nous abordons la théorie du cycle d'affaires sous une perspective macroéconomique. Les économistes tentent depuis longtemps d'expliquer la nature cyclique de la croissance économique, nous ferons un survol de certaines écoles de pensée qui tentent d'expliquer la raison de cette nature cyclique tout en illustrant les points supportés et/ou critiqués par le consensus économique. Nous présentons le cycle d'affaires comme étant la caractéristique sinusoïdale de la production agrégée évoluant autour d'une tendance positive à long terme. Un cycle d'affaires complet doit compter quatre phases : L'apex, la contraction, le creux et l'expansion (voir **Figure 2.1**). Nous produisons un survol des théories macroéconomiques tentant d'expliquer—et ultimement, de prédire—les fluctuations du cycle d'affaires.

Nous commençons par la théorie Keynésienne, qui implique que les chocs générant des fluctuations sont généralement des changements de la demande agrégée réelle pour les biens et services. Le modèle Keynésien nous indique donc que si l'investissement est exogène, l'économie n'atteindra pas nécessairement un équilibre maximisant l'utilisation de la main-d'œuvre car la demande agrégée pourrait rester insuffisante. Additionnellement, la politique fiscale—contrairement à la politique monétaire—peut contribuer à une augmentation de la production et du taux d'emploi de la main-d'œuvre. Plusieurs sophistications furent apportées au modèle de 1936 de John M. Keynes, telles que l'Accélérateur-Multiplicateur de Samuelson, le modèle Hicks-

Fleming-Mundell et AS-AD. Finalement, une critique majeure de la théorie Keynésienne envers la détermination du revenu est qu'elle prédit des salaires réels contracycliques, observation allant à l'encontre des observations empiriques. La théorie Keynésienne à tout de même joué un rôle clé dans le développement de la synthèse néoclassique et supporte une intervention gouvernementale afin de stabiliser les fluctuations du cycle d'affaires.

Nous abordons la théorie monétariste, qui implique—à l'inverse de la théorie Keynésienne—que les forces d'auto-correction de l'économie sont trop rapides pour qu'une intervention gouvernementale de gestion de la demande soit nécessaire. Le monétarisme nous propose que toute intervention fiscale et monétaire soit inefficace et donc futile puisque les facteurs de l'offre déterminent les taux naturels de production agrégée et d'emploi de la main-d'œuvre. Suivant l'élaboration du modèle monétariste par les économistes, une similarité inattendue fut exposée entre le monétarisme et la théorie Keynésienne, l'orthodoxie à laquelle il était diamétralement opposé—pour reprendre les mots de Laidler, 1992. Effectivement, les deux théories ont convergé vers le consensus que la demande agrégée joue un rôle important envers la détermination des composantes cycliques du PNB, et la production agrégée est déterminée par le côté de l'offre.

Nous étudions ensuite la théorie du cycle d'affaires réel (RBC), qui assume que les ménages maximisent l'utilité intertemporelle et que les entreprises maximisent les profits selon des attentes rationnelles et qu'il n'existe pas d'imperfections du marché, ce qui résulte en un équilibre efficace du marché qui ne nécessite aucune intervention gouvernementale. Quoique les messages primaires du modèle RBC n'aient été accepté par une majorité des économistes, cette théorie a néanmoins expliqué comment la théorie Keynésienne échoue à considérer adéquatement l'offre agrégée et érige de nouveaux standards quant à l'élaboration de théories macroéconomiques.

Pour terminer, nous faisons un survol de la littérature financière et économique envers le cycle d'affaires. Nous présentons l'évidence empirique démontrant que le cycle d'affaires :

- Est intimement lié au cycle de crédit;
- A plusieurs effets sur les entreprises, particulièrement sur le chiffre d'affaire et la rentabilité des organisations commerciales; et
- Peut se manifester en cycle d'affaires politique, influençant significativement les prises de décision politiques en vue d'élections imminente.

Dans le **Chapitre 3**, nous définissons plus en détails ce que l'on entend par le terme « volatilité » et nous élaborons sur les différentes façons de modéliser celle-ci. Nous commençons par définir la volatilité σ comme l'écart-type de la rentabilité par unité de temps lorsque les rentabilités sont exprimées en composition continue. Nous avons ensuite présenté plusieurs façons de modéliser la volatilité.

- **La volatilité historique** : Implique le calcul de la variance des rendements sur une période historique, qui peut être extrapolée pour tenter de prédire la volatilité des périodes futures;
- **La volatilité implicite** : Se dégage des activités de négociation d'options quotidiennes et des mesures variables des rendements de l'actif sous-jacent. L'indice de volatilité implicite publié par le CBOE est le SPX VIX calculé à partir de la volatilité d'un grand nombre d'options d'achat et de vente de 30 jours sur le S&P 500. Voir **Figure 3.1** pour observer la relation inverse entre les indices SPX et VIX.
- **Le modèle de moyenne mobile à pondération exponentielle (EWMA)**: Une extension simple de la mesure de la volatilité historique, impose le stockage d'une quantité réduite de données, permettant de suivre les évolutions de la volatilité. Les avantages de cette approche est qu'elle met plus de poids sur les événements récents et l'effet d'une seule

observation donnée diminue à un rythme exponentiel à mesure que les pondérations attachées aux événements récents diminuent.

- **Les modèles autorégressifs conditionnellement hétéroscédastique (ARCH) :** Sont un exemple relativement simple de la classe des spécifications de volatilité stochastique. Les procédures standard Box-Jenkins sont appliqués pour estimer les modèles ARMA sur une série de rendement quotidiens au carré
- **Les modèles ARCH généralisés (GARCH) :** Une classe de ARCH généralisé permettant une structure de décalage plus flexible. L'extension du processus ARCH au GARCH ressemble à l'extension du standard AR au processus ARMA général, permettant une description plus parcimonieuse des séries chronologiques financières.
- **Les modèles de volatilité stochastique :** Ceux-ci diffèrent du GARCH en ce que l'équation de variance conditionnelle n'est pas complètement déterministe puisqu'elle inclut un terme d'erreur dans l'équation de variance. Ces modèles sont liés aux théories financières utilisées dans la littérature sur la tarification des options.

Nous terminons le chapitre en faisant un survol des observations de la volatilité du marché boursiers. Entre autres, nous faisons état que même si le levier financier agrégé est corrélé significativement avec la volatilité, il n'explique qu'une petite portion des changements de la volatilité des titres. Il a aussi été proposé que des modèles binaires supportent l'argument selon lequel les fonds de pension en tant qu'investisseurs peuvent atténuer la volatilité des marchés. Une étude incluant 27 pays a trouvé que la composante spécifique au pays de la variance des retours de l'indice peut facilement doubler pendant la semaine d'une élection, et le niveau de corruption corporative affecte également la volatilité du marché boursier. Il a aussi été démontré qu'il existe une relation négative entre la volatilité des prix des titres et de la transparence des banques

centrales. Un champ d'étude appelé finance comportementale lie la recherche psychologique aux modèles traditionnels de tarification des actifs. En relâchant les hypothèses de rationalité des investisseurs, des chercheurs ont démontré qu'un modèle (Lucas, 1978) modifié peut interpréter des anomalies du marché financier.

Le **Chapitre 4** tente de joindre la théorie présentée aux chapitre 2 et 3 pour observer les relations spécifiques au marché boursier et le cycle d'affaires. Le concept de « timing » du marché boursier est présenté, expliquant qu'il pourrait être avantageux pour les investisseurs d'être capable de prédire une fluctuation du cycle économique pour vendre leurs titres avant une contraction et d'investir des liquidités une fois que le cycle ait atteint son creux et au début de la phase d'expansion. Il est aussi mentionné qu'une hypothèse fait état que la volatilité du marché boursier entraîne une incertitude sur les conditions économiques futures et peut ainsi entraîner une baisse de la consommation et des dépenses d'investissement. Nous expliquons également qu'il existe des preuves substantielles dans la littérature que les chocs d'incertitude positifs prédisent un ralentissement économique. Nous nous basons sur ces faits pour émettre notre hypothèse d'une relation dépendante entre la croissance économique canadienne et la volatilité du TSX. Nous produisons également une analyse vectorielle autorégressive déterminant un lien de causalité-Granger unidirectionnel de la volatilité du Toronto Stock Exchange envers la croissance du PIB canadien. Nos résultats sont alignés avec notre hypothèse initiale : il semble exister un lien de causalité-Granger entre la volatilité de l'indice TSX et la croissance du PIB Canadien. En modélisant les données mensuelles, nous avons trouvé une forte relation négative impliquant que la volatilité du TSX précède une décroissance du PIB canadien, et qu'une faible volatilité précède une croissance du PIB canadien.

Une modélisation plus sophistiquée pourrait-être faite en comparant les tendances asymétriques de la volatilité en lien avec la phase du cycle d'affaires. La nature asymétrique de la volatilité en lien avec les retours du marché boursier est bien supportée, et il serait intéressant pour les investisseurs d'avoir cet indicateur pour estimer à quel point du cycle d'affaires serait la période actuelle.

Chapitre 2 : Le Cycle d’Affaires

Introduction

La théorie du cycle d’affaires est un champ large et hétérogène. Les écoles de pensée macroéconomique—Keynésienne, néo-Keynésienne, monétariste, néo-classique, real business cycle (RBC)—offrent des explications alternatives aux cycles de production agrégée en utilisant des méthodes mathématiques disparates. Ce chapitre consiste d’une investigation non-exhaustive de la littérature théorique et des écoles de pensée macroéconomique; en parallèle aux applications réelles en lien avec le concept dont les économistes, investisseurs et analystes financiers appellent le ‘cycle d’affaires’. Nous débuterons par une brève définition du concept de cycle d’affaires, suivis d’un survol des écoles de pensées macroéconomiques tentant d’expliquer ceux-ci, pour finir avec une revue de la littérature étudiant les applications, limites et critiques du concept de cycle d’affaires.

Le Cycle d’Affaires : Perspective Historique

La production agrégée (PA) varie significativement parmi les économies capitalistes. Elle démontre une tendance positive assez prononcée, mais ne croît pas de façon harmonieuse, c’est-à-dire qu’elle fluctue autour de cette tendance avec une amplitude marquée. Ces fluctuations nommées *cycles d’affaires* lors du 19^e siècle, peuvent être décrites par une onde sinusoïdale irrégulière de la production agrégée, ou alternativement, les propriétés statistiques d’une observation chronologique de la production agrégée, soit : variabilité, persistance et réversion (Arnold, 2002).

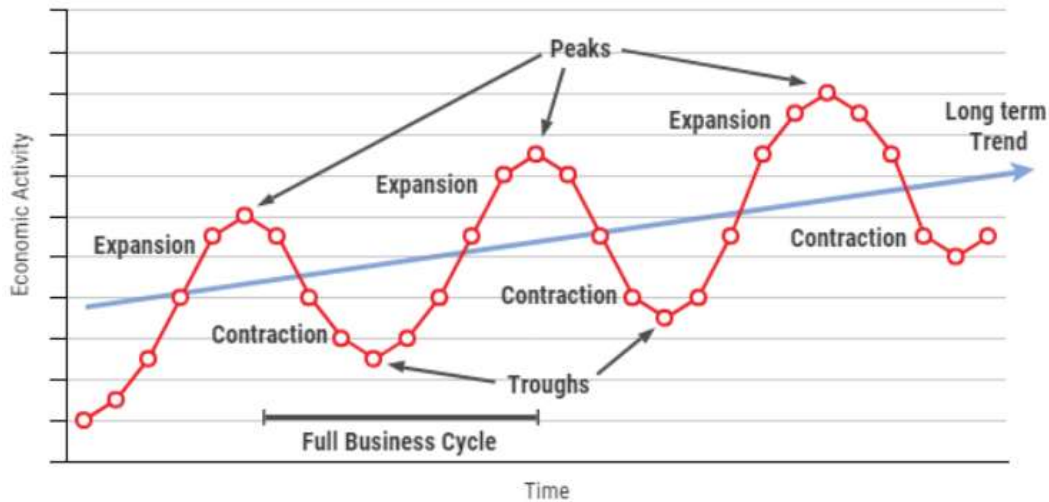
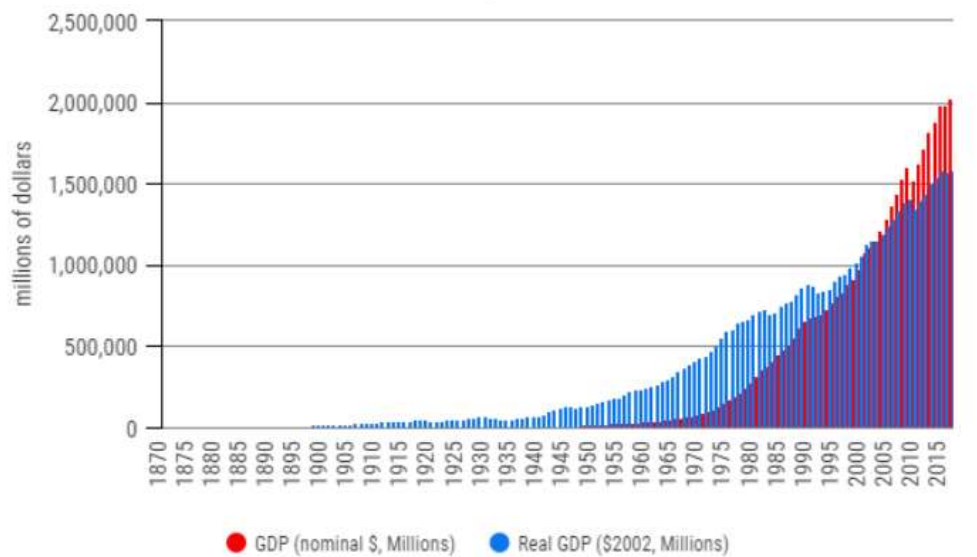


Figure 2.1 : Les Phases du Cycle d’Affaires (Bonham, 2017)

La théorie du cycle d’affaires devrait présumablement nous aider à comprendre les caractéristiques saillantes des fluctuations observées dans l’économie moderne, et l’intérêt des économistes envers celui-ci varie tout autant que le cycle lui-même, prenant progressivement plus d’importance pendant et après des périodes de turbulence ou dépressionnaires, et décroissant lors de périodes de stabilité substantielle et de croissance continue (Zarnowitz, 1992).



Source: (1870-2013) Jordà et al., 2017
(2014-2016) Statistics Canada

Figure 2.2 : Le PIB Canadien de 1870 à 2019 (Di Matteo, 2017)

Effectivement, les politiques fiscales et monétaires semblent incapables de contrer l'avènement de cycles économiques prononcés ne pouvant être expliqués par les modèles classiques et Keynésiens. L'économie industrielle du temps de John Maynard Keynes s'est transformée en une économie post-industrielle, basée sur les services, maintenant en transition vers une économie basée sur la connaissance moderne (Bormotov, 2010). Ce dernier fait est un défi de taille pour les économistes modernes tentant d'optimiser la croissance économique.

La Théorie Keynésienne de l'Économie et du Cycle d'Affaires

En 1993, l'économiste James Tobin tente d'interpréter sa vision de l'économie Keynésienne :

« Le dogme central Keynésien n'est pas celui d'une rigidité nominale des prix, mais plutôt du principe de demande réelle (Keynes, 1936). En l'absence d'une compensation complète et instantanée du marché, la production et le taux d'emploi sont fréquemment contraints par la demande agrégée. [...] Dans la théorie du cycle d'affaires Keynésienne, les chocs générant des fluctuations sont généralement des changements de la demande *réelle* agrégée pour les biens et services, notablement envers l'investissement de capital. »

(Tobin, 1993)

Tobin décrit lui-même son opinion comme étant une « vieille perspective Keynésienne ». Dans une critique de cette citation, Yoshikawa indique que le message principal de Keynes (1936) est que la demande *réelle* plutôt que la dotation en facteurs et la technologie détermine le niveau de production globale à court terme simplement parce que le taux d'utilisation des facteurs de production tels que le travail et le capital changent de façon endogène en réponse aux changements de la demande *réelle* (Yoshikawa, 2013).

En économie classique, la PA; aussi appelée production globale, est déterminée—à l’exception des périodes de crises financières—par l’offre du marché : la technologie et l’offre des facteurs déterminent ensemble la production économique. Donc, la somme de la consommation et de l’investissement (demande agrégée) est égale au revenu agrégé plus la valeur de la PA—l’offre crée sa propre demande (Arnold, 2002). Nous utiliserons donc dans ce chapitre le titre d’*économie Keynésienne* pour les théories dans lesquelles la demande comporte un rôle envers la détermination de l’équilibre de la production globale.

Le Modèle Keynésien

Supposons que la production globale est caractérisée par une fonction de production continuellement différentiable, $Y = F(L)$, qui relie la production agrégée Y avec le taux d’emploi agrégé L et satisfait les conditions $F(0) = 0$; et $F'(L) > 0 > F''(L)$. Supposons alors que l’offre de la main-d’œuvre $\bar{L}(>0)$ est inélastique et que la production d’un taux d’emploi maximal, $\bar{Y} \equiv F(\bar{L})$, soit également exogène. La production globale peut-être alors être inférieur à \bar{Y} ?

La réponse de Keynes serait que oui, grâce à une demande agrégée (DA) insuffisante. Puisque la DA des biens Y^d est constitué de quatre composantes : la consommation C , l’investissement I , la dépense publique G et l’exportation nette X (où $X = 0$ dans une économie fermée). Assumant que la consommation est une fonction linéaire du revenu disponible $Y - T$, où T représente les taxes payées : $C = A + c(Y - T)$, avec $A > 0$ et $0 < c < 1$. Les autres composantes de la demande, incluant l’investissement, sont assumées comme étant exogènes et non-négatives, alors :

$$Y^d = A + c(Y - T) + I + G + X.$$

Le marché des biens est à l’équilibre. La PA, Y , est égale à la DA, Y^d :

$$Y^d = Y$$

À l'équilibre, il ne peut exister qu'une seule valeur de PA, soit Y^* , telle que (voir Figure 2.1):

$$Y^* = \frac{A+I+G+X+cT}{1-c}. \quad (2.1)$$

La somme des composantes autonomes de la dépense est multipliée par le multiplicateur Keynésien : $1/(1 - c)$. La demande de main d'œuvre est égale à $L^* = F^{-1}(Y^*) < \bar{L}$ (voir Fig. 2.1).

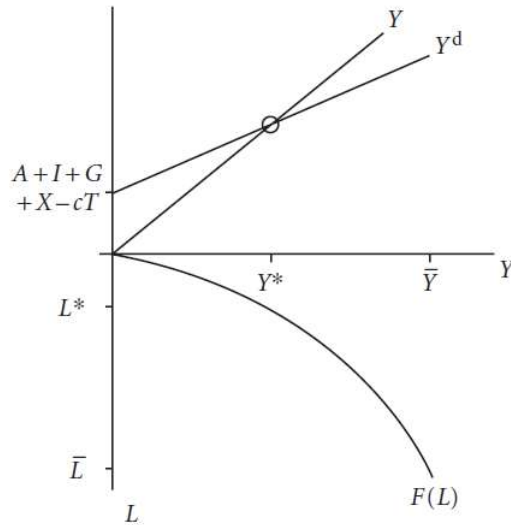


Figure 2.3 : Le modèle de dépense du revenu (Arnold, 2002)

Dans ce modèle, une augmentation soit de la dépense publique ou des coupures fiscales aura pour effet d'augmenter la PA. Une augmentation de la dépense publique financé par la dette aura un effet multiplicateur, où la PA à l'équilibre augmentera par un multiple de la stimulation fiscale : $\partial Y^* / \partial G = 1/(1 - c) > 1$.

Le modèle Keynésien de base peut donc se résumer ainsi : si l'investissement est exogène, l'économie pourrait ne réussir à atteindre un équilibre où toute la main-d'œuvre est employée dû

à un manque de DA. La politique fiscale peut aider à augmenter la production et le taux d'emploi de la main-d'œuvre, mais la politique monétaire, elle, n'a aucun effet.

Le Cycle d'Affaires et les Sophistications du Modèle Keynésien : Accélérateur-Multiplicateur, Hicks-Fleming-Mundell et AS-AD

L'accélérateur Multiplicateur de Samuelson

Après l'invention du modèle Keynésien, plusieurs économistes ont apporté des contributions tentant de rendre ce dernier plus sophistiqué. Paul A. Samuelson fut un de ces économistes, ayant produit plusieurs ouvrages tentant d'expliquer le modèle et élaborant sur celui-ci en tentant d'expliquer les récessions économiques. Au final, il contribua probablement plus que tout autre économiste à la popularisation du modèle grâce ses livres et de ses publications (Samuelson, 1939), (Samuelson, 1946), (Samuelson, 1955).

La contribution principale de Samuelson envers le modèle Keynésien fut l'invention du principe de l'accélérateur multiplicateur, ayant été appelé « Possiblement la plus fameuse équation différentielle de deuxième-ordre du domaine de la science économique » (Sargent, 1979). Selon cette variante du modèle Keynésien par Samuelson, l'investissement obéit au principe de l'accélération, soit :

$$I + v\Delta Y_{t-1} + \epsilon_t \quad (\text{Samuelson, 1939})$$

où I et v sont des constantes positives et ϵ est un bruit blanc. Plus l'augmentation en PA de la période précédente sera grande, plus le niveau d'investissement sera considérable et plus la valeur de v sera grande, plus la dépendance sera forte. Cela signifie qu'un mouvement positif de la PA implique conséquemment la nécessité d'un renforcement de capacités additionnelles, et que les

fluctuations de ϵ_t représentent les variations autonomes de la proclivité des entreprises à investir.

Sous ces conditions, la condition d'équilibre du marché devient alors :

$$Y_t = A + c(Y_t + T) + I + v\Delta Y_{t-1} + G + X + \epsilon_t .$$

La production à l'équilibre (où $\Delta Y_{t-1} = 0$) est donnée par l'équation suivante :

$$Y^* = \frac{A + I + G + X + cT}{1 - c}.$$

Soit $\tilde{Y}_t \equiv Y_t - Y^*$ la déviation de la PA (Y_t) par rapport au niveau d'équilibre Y^* , la condition pour l'équilibre du marché peut être écrite de la façon suivante :

$$\tilde{Y}_t - \frac{v}{1 - c} \tilde{Y}_{t-1} + \frac{v}{1 - c} \tilde{Y}_{t-2} = \frac{1}{1 - c} \epsilon_t.$$

En l'absence de chocs, des oscillations surviennent et causent des chocs qui produiront des cycles démontrant variabilité, persistance et réversion.

L'interaction du multiplicateur Keynésien et du principe d'accélération peuvent donc expliquer l'avènement de cycles d'affaires, où l'investissement est la variable cruciale du modèle de multiplicateur accélérateur. Les fluctuations autonomes de l'investissement empêchent les cycles de refluer et l'investissement induit est la variable qui initie le point de pivot de l'activité économique globale.

Le Modèle Hicks-Fleming-Mundell

Les modèles IS-LM (Investment Savings – Liquidity Money) de Hicks d'une économie fermée et de Fleming et Mundell (récipiendaire du prix Nobel) d'une économie ouverte adressent une critique de la pensée Keynésienne, c'est-à-dire que les modèles Keynésiens classiques assument un marché des biens pur— un marché n'étant aucunement influencé par d'autres marchés

externes—ce qui est loin de la réalité d’aujourd’hui (Hicks, 1937) (Fleming J. M., 1962) (Mundell, The International Disequilibrium System, 1961) (Mundell, 1963). Ces modèles IS-LM visent à déterminer un équilibre de la PA et du taux d’intérêt lors d’un point donné dans le temps en présence de prix résistants aux changements des coûts de production. (Arnold, 2002).

Mathématiquement, le modèle Hicks-Fleming-Mundell est décrit ainsi :

$$y = \delta(s + p^* - p) - \sigma i + \mu g, \quad (2.2)$$

$$m - p = \phi y - \frac{i}{\lambda}, \quad (2.3)$$

$$\delta = 0 \text{ ou } \delta > 0, i = i^*,$$

où $\delta, \sigma, \mu, \phi$ et λ sont des constantes non-négatives, i est le taux t’intérêt nominal; m représente le logarithme de la masse monétaire; p le logarithme du niveau des prix; p^* le logarithme des prix externes; s le logarithme du taux d’échange et i^* le logarithme du taux d’intérêt nominal externe. Le modèle IS-LM de Hicks (économie fermée) est donné par $\delta = 0$, et le modèle Fleming-Mundell (économie ouverte) est obtenu avec $\delta > 0$ et $i = i^*$. L’équation (2.2) est une approximation log-linéaire de la fonction (2.1), et (2.3) est la condition d’équilibre monétaire du marché. En assumant que la demande pour la vraie monnaie $L(Y, i)$, dépend positivement du revenu Y et négativement du taux d’intérêt i . Alors $\frac{M}{P} = L(Y, i)$ dans un marché monétaire à l’équilibre. L’équation (2.3) est une approximation linéaire de cette équation, elle que démontré par la courbe LM dans la Fig. 2.4.

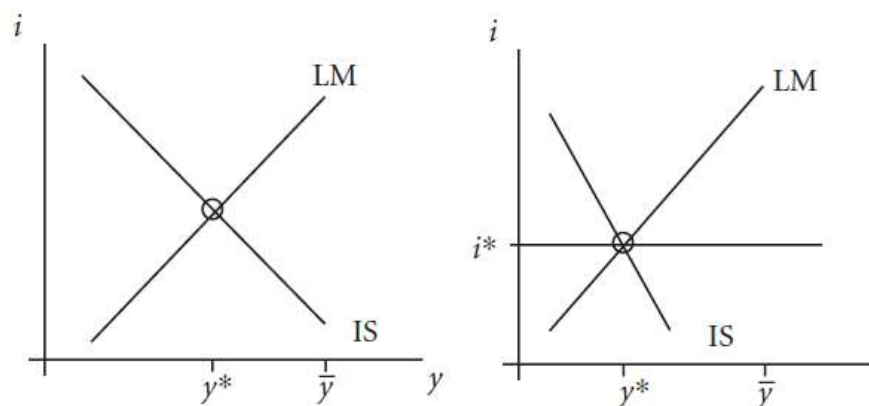


Figure 2.4 Le modèle Hicks-Fleming-Mundell (Arnold, 2002)

Ceci implique que, dans une économie fermée, les équations IS (2.2) et LM (2.3) peuvent être résolues pour trouver la PA à l'équilibre y^* :

$$y = \frac{m-p+\mu g/(\sigma\lambda)}{\phi+1/(\sigma\lambda)} \equiv y^*. \quad (2.4)$$

Pour une économie ouverte, l'équation (2.3) peut être résolue pour trouver la PA à l'équilibre:

$$y = \frac{m-p+i^*/\lambda}{\phi} \equiv y^*. \quad (2.5)$$

Pour revenir au cycle d'affaires : la PA à l'équilibre est alors déterminée par la DA—tout comme dans le modèle initial de Keynes. Les entreprises sont incapables de produire à un niveau où le total de la main-d'œuvre est employé. La production et le taux d'emploi sont restreint par la nécessité d'une compatibilité avec le niveau d'équilibre du marché des biens, ce qui implique un certain niveau de non-emploi causé par un manque de DA. Ceci implique que dans un économie ouverte ($\partial y^*/\partial g = 0$), la politique fiscale est moins efficace que dans une économie fermée ($\partial y^*/\partial g = \mu/(1+\sigma\lambda\phi)$)—l'augmentation du taux t'intérêt étant habituellement associé avec une politique fiscale expansionniste mène à l'augmentation de la demande pour des titres domestiques, ce qui

mène à l'appréciation de la monnaie domestique. En retour, l'appréciation de la monnaie domestique mène à une baisse de la compétitivité globale, ce qui cause une diminution de la DA.

Le Modèle AS-AD

Cette variante Keynésienne assume que les prix sont flexibles, mais que le salaire nominal soit fixes. En assumant le logarithme du salaire nominal w , le modèle AS-AD (*aggregate supply - aggregate demand*) peut-être par les équations suivantes :

$$y = \delta(s + p^* - p) - \sigma i + \mu g, \quad (2.6)$$

$$m - p = \phi y - \frac{i}{\lambda}, \quad (2.7)$$

$$\gamma y = -(w - p), \quad (2.8)$$

$$\delta = 0 \text{ ou } \delta > 0, i = i^*.$$

Ici, les équations (2.6) et (2.7) sont les courbes IS et LM de la section précédente. La différence réside dans le niveau des prix p , maintenant une variable endogène. L'équation (2.8) est une fonction de l'offre agrégée (OA—la partie *AS* du modèle; *aggregate supply*). Les assumptions $\delta > 0$, $i = i^*$ et d'un s endogène démontrent une économie ouverte avec un taux d'échange flexible ainsi qu'une mobilité du capital parfaite. Dans une économie fermée ($\delta = 0$), l'équation (2.4) donne une relation entre la production y et les prix p du point de vue de la demande, démontrée par la courbe AD dans la Fig. 2.3. La courbe AS (2.8) est la deuxième relation entre y et p . La résolution de (2.4) et (2.8) pour y nous donne la PA à l'équilibre :

$$y^* = \frac{m - w + \mu g / (\sigma \lambda)}{\phi + \gamma + 1 / (\sigma \lambda)}.$$

Dans une économie ouverte, l'équation (2.5) donne la courbe AD. La résolution de (2.5) et (2.8) pour la PA à l'équilibre nous donne :

$$y^* = \frac{m - w + i^*/\lambda}{\phi + \gamma}.$$

Ici, si on assume que $y^* < \bar{y}$, le point d'équilibre de la PA est déterminé par l'OA (AS) et la demande agrégée (DA—AD dans la représentation du modèle), sera plus basse que la PA lors de l'emploi complète de la main-d'œuvre.

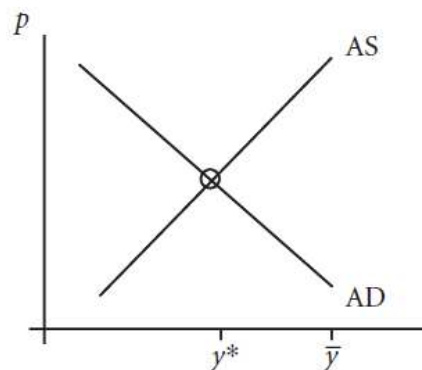


Figure 2.5 : Le modèle AS-AD (Arnold, 2002)

Différemment du modèle Hicks-Fleming-Mundell, les politiques de stabilisation auront ici des effets inflationnaires dans le modèle AS-AD—une poussée vers la droite de la courbe AD augmentera la PA à l'équilibre y^* , ainsi que le niveau des prix à l'équilibre ($p^* = w + \gamma y^*$).

La Théorie Keynésienne - Critique et Sommaire

Une critique de l'approche AS-AD envers la détermination du revenu est qu'elle prédit des salaires réels contracycliques $w - p^* = -\gamma y^*$, tout comme le modèle de dépense de revenus et le modèle Hicks-Fleming-Mundell si l'hypothèse que la main-d'œuvre est compensée en accord avec sa

production marginale telle que (2.8) soit vraie (Dunlop, 1938) (Tarshis, 1939). La contracyclicité des salaires réels est à l'opposé des observations du monde réel. Tarshis (1939) a démontré que les salaires étaient positivement corrélés avec les salaires hebdomadaires, qui sont procycliques.

L'école de pensée économique Keynésienne a donné naissance à la dénommée synthèse néoclassique. Laissée à elle-même, l'économie est sujette à de sévères fluctuations, mais le gouvernement a le pouvoir de la stabiliser en utilisant les politiques monétaires et fiscales appropriées (Arnold, 2002).

Le Monétarisme

Le monétarisme fut développé dans les années 1960 comme contraposition à l'école de pensée Keynésienne. Les monétaristes croient—contrairement aux Keynésiens— que les forces d'auto-corrrection de l'économie fonctionnent assez rapidement par elles-mêmes et conséquemment qu'un système d'intervention politique de gestion de la demande ne constitue pas un besoin. Chez la pensée monétariste, les politiques fiscales et monétaires ne sont pas considérées efficaces comme outil de stabilisation économique. De plus, la gestion de la demande est réputée comme futile puisque les facteurs de l'offre—ignorés par les Keynésiens—déterminent les taux naturels de PA et d'emploi de la main-d'œuvre. Il n'y a donc pas de transfert possible entre les taux d'inflation et de non-emploi (Arnold, 2002). À court terme, une politique activiste est prompte à faire augmenter—plutôt que diminuer—la volatilité de l'économie, dû aux retards liés aux procédures de reconnaissance, d'analyse, de législation, de mise en œuvre et d'efficacité des politiques (Mishkin, 1998).

Le Modèle Monétariste

Dans cette section, nous présenterons une version du modèle de Laidler qui s'applique à une économie fermée et ouverte (Laidler, An Elementary Monetarist Model of Simultaneous Fluctuations in Prices and Output, 1976). Ce modèle résume bien les implications des idées monétaristes en relation avec les cycles d'affaires. Dans ce modèle, l'irrégularité des chocs monétaires mènent à des mouvements cycliques de la production tels que définis par R. Frisch (Frisch, 1933). Le modèle consiste des équations suivantes :

$$y_t = \delta(s_t + p_t^* - p_t) - \sigma r_t + \mu g_t, \quad (3.1)$$

$$m_t - p_t = \phi y_t - i_t / \lambda, \quad (3.2)$$

$$r_t = i_t - \Delta p_{t+1} |^e_t, \quad (3.3)$$

$$\Delta p_{t+1} |^e_t = \Delta p_t, \quad (3.4)$$

$$\delta = 0 \text{ ou } \delta > 0, \quad i_t = i_t^* + \Delta s_{t+1} |^e_t, \quad (3.5)$$

$$r^* = i_t^* - \Delta p_{t+1} |^e_t, \quad (3.6)$$

$$\bar{s}_t \equiv p_t - p_t^*, \quad (3.7)$$

$$\Delta(s_{t+1} - \bar{s}_{t+1}) |^e_t = -\theta(s_t - \bar{s}_t), \quad (3.8)$$

$$\gamma y_t = -(w_t - p_t), \quad (3.9)$$

$$w_t = p_t |^e_{t-1}, \quad (3.10)$$

$$\Delta p_t |^e_{t-1} = \Delta p_{t-1}. \quad (3.11)$$

L'équation (3.1) est la courbe IS, c'est-à-dire la condition pour l'équilibre d'un marché des biens.

r_t représente le taux d'intérêt réel i_t le taux d'intérêt nominal. Puisque l'investissement possède

une dépendance négative avec le taux d'intérêt réel, la PA dans un marché à l'équilibre baisse lorsque le taux d'intérêt réel monte. L'équation (3.2) est la condition pour l'équilibre du marché. L'équation (3.3) est l'équation de Fisher : l'intérêt nominal est égal à l'intérêt réel additionné à l'inflation espérée (Fisher, 1977). L'équation (3.4) fait état que des agents produisent les attentes par rapport à l'inflation de façon adaptative : le taux d'inflation en période $t + 1$ espéré à la période t est égal à l'inflation actuelle Δp_t . Tout comme le modèle Hicks-Fleming Mundell et AS-AD, ce modèle comprends les variantes d'une économie fermée et ouverte (voir équation (3.5)). Le modèle d'économie fermée est obtenu en donnant la valeur $\delta = 0$ attachant une valeur nulle à l'exportation nette. Les équations (3.6)-(3.8) ne jouent aucun rôle dans une économie fermée. Quant à l'application du modèle à une économie ouverte, nous assumons que l'économie soit de petite magnitude, pour que les prix et le taux d'intérêt externe soient sûrs. Le taux d'échange s_t est flexible. Finalement, le capital financier est parfaitement mobile internationalement et les titres externes sont des substituts parfaits. Conséquemment, les obligations domestiques et externes rapportent un rendement espéré identique. L'équation (3.5) donne la condition de parité du taux d'intérêt non-couvert. L'équation (3.7) définit le taux d'échange \bar{s}_t qui implique la parité de pouvoir d'achat (PPA). L'équation (3.9) est la fonction d'OA telle que vue dans le modèle AS-AD. L'équation (3.10) indique que les salaires sont égaux aux prix espérés et le taux de production obtenu si les attentes sont réalisées—i.e. si $\Delta p_{t+1}|_t^e = \Delta p_t$ —est appelé le « taux naturel » de production, dont la valeur est $y_t = 0$, selon l'équation (3.9). Les équations (3.4) et (3.11) sont retardées une fois : les décideurs du salaire ont des attentes adaptatives envers l'inflation. La croissance de la masse monétaire Δm_t est assumée suivant une marche aléatoire (random walk)—autrement dit, $\Delta^2 m_t$ est un bruit blanc et les chocs de croissance de la masse monétaire sont l'unique source de variabilité stochastique de l'économie.

Si l'on considère le modèle du point de vue de l'offre, décrit dans les équations (3.9)-(3.11). Substituant pour w_t de (3.9) et (3.10) donne $\gamma y_t = p_t - p_t|_{t-1}^e$. La PA dépasse son taux naturel ($y_t > 0$) si les prix sont plus hauts que les attentes, et vice versa. De (3.11), $p_t - p_t|_{t-1}^e = \Delta^2 p_t$.
Donc,

$$\gamma y_t = \Delta^2 p_t. \quad (3.12)$$

Cette équation, appelée la *courbe d'accélération de Phillips*, est valide pour les économies ouvertes et fermées. Elle implique qu'il y a toujours un compromis entre l'inflation et le chômage; il n'y a pas de compromis permanent. Ce compromis temporaire ne provient pas de l'inflation elle-même, mais plutôt de l'inflation non-anticipée provenant d'un taux d'inflation à la hausse (Friedman M. , *The Role of Monetary Policy*, 1968). Ceci ramène le côté de l'offre de retour au premier plan, étant précédemment à l'arrière-plan depuis l'ascension de la théorie Keynésienne; l'inflation n'accélère donc pas, la PA est égale à son taux naturel, qui est déterminé par le côté de l'offre de l'économie. Le taux naturel de production fut appelé le *taux de production de l'inflation-non-accélérate* (NAIRO—non-accelerating-inflation rate of output). La courbe Friedman-Phillips est gardée une importance empirique car les modèles Keynésiens ne supportent pas la courbe Phillips.

Le Monétarisme - Critique et Sommaire

En 1992, Laidler se prononce sur la similarité inattendue entre le monétarisme et la théorie Keynésienne.

« Le monétarisme semblait, il y a deux décennies, procurer une approche distincte à notre compréhension des cycles. Ces jours-ci, cette théorie ressemble plutôt à une version particulière de l'orthodoxie à laquelle il était diamétralement opposé. »

(Laidler, *The Cycle Before New-Classical Economics*, 1992)

Le monétarisme fut amené telle une révolution contre la pensée orthodoxe Keynésienne (Arnold, 2002). Pendant les années 1960s, le monétarisme et la pensée Keynésienne étaient perçus comme des explications irréconciliables du cycle d'affaires. Des études telles que celle du test de Friedman-Meiselman (1963) ont contribué à cette impression de disparité entre les deux écoles de pensée (Friedman & Meiselman, 1963). Pourtant, les positions théoriques des deux écoles de pensée ont convergé vers un consensus grandement partagé par les macroéconomistes lors des années 1970s (Johnson, 1971), (Laidler, 1992) : la production moyenne est déterminée par les facteurs du côté de l'offre, alors que le côté de la demande est un déterminant important des fluctuations de la PA aux alentours du niveau de la moyenne—ce qui peut être expliqué par un modèle dans lequel la DA est déterminée par un secteur Hicksien IS-LM et l'OA est donnée par une courbe d'accélération Friedman-Phillips. En conséquence, les politiques fiscale et monétaire exercent une forte influence sur la l'équilibre de la PA.

En somme, le monétarisme est plus sceptique que la théorie Keynésienne en ce qui a trait au besoin et l'efficacité des politiques de stabilisation. Pour ne pas fausser les signaux des prix, le gouvernement devrait rendre le niveau de masse monétaire stable et prévisible; une banque centrale est utile envers l'atteinte de cet objectif. Le modèle de Laidler démontre que l'interaction entre une courbe d'accélération Friedman-Phillips et l'équation de quantité sont suffisantes pour générer des cycles d'affaires. La même chose permet potentiellement l'ascension de cycles d'affaires dans une économie ouverte avec un échange international des commodités et des titres. Le côté de l'offre détermine la PA moyenne (NAIRO) et les interactions entre l'offre et la demande déterminent les fluctuations autour de ce niveau. Les théories Keynésiennes et monétaristes ont convergé vers en un consensus macroéconomique largement accepté. L'impact principal de la «

révolution » monétariste était de ramener à l'avant-plan le côté de l'offre, celui-ci ayant été poussé à l'arrière-plan par les Keynésiens : alors que la DA joue un rôle important envers la détermination des composantes cycliques du produit national brut (PNB), la PA moyenne, elle, est déterminée par le côté de l'offre.

Le Cycle d'Affaires Réel (RBC—Real Business Cycle)

Les origines de la théorie du cycle d'affaires réel (RBC) proviennent des contributions séminales de Kydland & Prescott et de Long & Plosser (Kydland & Prescott, 1982), (Long & Plosser, 1983). Elle offre une explication des fluctuations du cycle d'affaires étant purement du côté de l'offre. Selon la théorie du RBC, les fluctuations exogènes du niveau de productivité totale des facteurs rendent la réallocation régulière des facteurs de production nécessaire au maintien d'une allocation économique efficace. La théorie RBC assume que les ménages maximisent l'utilité intertemporelle et que les entreprises maximisent les profits selon des attentes rationnelles et qu'il n'existe pas d'imperfections du marché. Ceci résulte en un équilibre efficace du marché ne nécessitant aucune intervention gouvernementale. L'opinion selon laquelle les fluctuations du cycle d'affaires observées représentent les variations nécessaires pour le maintien d'une économie complètement efficace est soutenue par le fait que l'on puisse démontrer que plusieurs des régularités cruciales des cycles d'affaires observés peuvent être reproduites qualitativement et numériquement à partir de modèles de marché parfaits, en optimisant le comportement et les attentes rationnelles de tous les preneurs de décision (Arnold, 2002).

Le Modèle RBC

Pour commencer, nous présentons une version sursimplifiée du modèle RBC en se basant sur les hypothèses que la propension à l'épargne et l'offre de main d'œuvre sont fixes, que le capital se déprécie complètement en une seule période et que la production est une fonction Cobb-Douglas.

Ce modèle ne représente pas complètement l'approche du RBS—puisque les règles de décisions utilisées sont *ad hoc* plutôt qu'optimales selon des attentes rationnelles—mais il sert néanmoins de référence utile pour fin d'analyse comparative.

Considérons une économie fermée habitée par un nombre fixe de ménages à espérance de vie infinie. Le ménage est doté de $L(> 0)$ unités de main d'œuvre, qu'elle procure de façon inélastique au marché de la main d'œuvre. Le plein emploi est assumé et la fonction de PA est Cobb-Douglas. Donc,

$$Y_t = \theta_t K_t^{1-\alpha} L^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1, \quad (4.1)$$

où K_t représente le stock de capital au temps t et θ_t le niveau aléatoire du facteur total de productivité (FTP). Les fluctuations du FTP θ représentent les chocs de la productivité. Le processus pour θ_t est spécifié ci-bas. Le capital, K_t , se déprécie complètement lors d'une seule période et les épargnes sont égales à la proportion s ($0 < s < 1$) du revenu agrégé (RA). Conséquemment, $K_t = sY_{t-1}$. En insérant cette fonction dans celle de production, on obtient $Y_t = \theta_t (sY_{t-1})^{1-\alpha} L^\alpha$, ou en prenant les logarithmes,

$$y_t = (1 - \alpha) \log s + \alpha \log L + (1 - \alpha)y_{t-1} + \theta_t, \quad (4.2)$$

où $\theta_t \equiv \log \theta_t$ est le logarithme du facteur total de productivité, dont on assume la stationnarité telle que $E\theta_t = 0$. Alors, la PA est $Ey_t = (1 - \alpha) \log s/a + \log L$ et les déviations $\tilde{y}_t \equiv y_t - Ey_t$ obéissent à

$$\tilde{y}_t - (1 - \alpha)\tilde{y}_{t-1} = \theta_t.$$

En supposant que θ_t est un bruit blanc, la PA fluctue et de la persistance existe. La dynamique du stock de capital est la source de persistance : si le PNB est élevé lors d'une période, les épargnes et donc le stock de capital seront élevés lors de la période suivante.

Le modèle démontré précédemment est la forme la plus simple du RBC. L'intention principale derrière le développement de la théorie RBC est de démontrer que les modèles néoclassiques avec marchés parfaits sont capables de décrire les cycles d'affaires observés de façon numérique. Nous développerons maintenant le modèle RBC de base.

Si L_t représente le temps passé à travailler, le temps dédié au loisir est donc $1 - L_t$. À un point donné dans le temps, un travailleur reçoit de l'utilité $u(C_t, 1 - L_t)$ à partir de sa consommation C_t et de son loisir $1 - L_t$. La fonction d'utilité u est concave et continuellement différentiable avec des utilités marginales positives et descendantes ($\partial u / \partial x > 0 > \partial^2 u / \partial^2 x$ pour $x = C_t, 1 - L_t$). L'utilité intertemporelle au temps t est donnée par la somme escomptée des utilités actuelles :

$$\sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} u(C_{\tau}, 1 - L_{\tau}), \quad (4.3)$$

où $\beta (0 < \beta < 1)$ est le facteur d'escompte. Tout comme dans le modèle simple démontré plus haut, il n'y a qu'un seul bien produit homogène Y servant de consommation et d'investissement. Le processus de production est décrit par la fonction de production néoclassique :

$$Y_t = \theta_t F(K_t, L_t).$$

F est concave et continuellement différentiable avec des productivités marginales descendantes positives ($\partial F / \partial x > 0 > \partial^2 F / \partial^2 x$ pour $x = K_t, L_t$) et des retours à l'échelle ($\lambda \theta_t F(K_t, L_t) = \theta_t F(\lambda K_t, \lambda L_t)$ pour tout $\lambda > 0$). C'est-à-dire, entre les périodes t et $t + 1$ une fraction δ du stock de capital K_t s'épuise :

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + \theta_t F(K_t, L_t) - C_t.$$

Le choc de l'offre actuelle θ_t est observé avant que les décisions soient faites à la période t et il n'y a aucune « surprises de productivité ».

Entre les années 1980 à 2000, la théorie RBC fut le champ de recherche le plus actif en ce qui a trait au cycle d'affaires (depuis, le style monétaire néo-classique sont revenus à l'avant-plan) (Arnold, 2002). Il a été avancé que la lacune la plus marquante des modèles RBC est que la corrélation prévue entre la productivité (ou les salaires) et les heures travaillées est beaucoup trop grande, c'est-à-dire plus de 0.9, alors que la corrélation réelle est plus proche de zéro (Christiano & Eichenbaum, 1992). Malgré cette corrélation élevée, la volatilité prédite des heures travaillées relativement au PNB est trop basse. C'est-à-dire que les agents habitant le modèle RBC de base procurent la main-d'œuvre de façon trop inélastique. Le modèle RBC amènerait des prédictions numériques plus précises si les heures travaillées répondaient aux changements du taux de rémunération avec plus de sensibilité, tel qu'un niveau plus réaliste de variabilité des heures travaillées pourrait être obtenue avec une valeur réaliste de corrélation entre les salaires et les heures.

RBC – Critique et Sommaire

La théorie RBC explique les cycles d'affaires à l'aide de modèles possédant des marchés parfaits et dont les agents exhibent des attentes rationnelles. Les fluctuations observées sont interprétées comme étant le résultat efficace des interactions du comportement maximisateur entre les agents. Alors que le monétarisme a amené le côté de l'offre à l'avant-plan—ayant précédemment été poussé à l'arrière-plan par les Keynésiens—le RBC ignore le côté de la demande complètement et offre une explication des cycles d'affaires purement du côté de l'offre. La théorie RBC vise à

expliquer les fluctuations d'affaires observées non seulement qualitativement, mais aussi numériquement. Une lacune sérieuse de l'approche RBC est que la majorité de la variabilité et de la persistance générée par les modèles calibrés est due à l'exogénéité des chocs de la production— et la notion de choc de la production sur l'économie au grand complet est sujet à débat. Dans le modèle de base du RBC, les heures ne sont pas assez volatiles bien que la corrélation attendue entre les heures et la rémunération réelle soit trop élevée. L'élasticité élevée et nécessaire de la rémunération peut être trouvée en modifiant les modèles RBC avec des indivisibilités de la main-d'œuvre, de la production des ménages, des chocs de la dépense gouvernemental, ou des chocs de préférence. D'autres modifications au modèle RBC de base se concentrent sur le temps de construction, les dynamiques multisectorielles, la monnaie et l'économie internationale (Arnold, 2002).

La théorie du RBC a eu un impact méthodologique exceptionnel sur la science macroéconomique. Les publications classiques du RBC ont érigées des nouveaux standards quant à l'élaboration de théories macroéconomiques (Lucas, 1972), (Kydland & Prescott, 1982), (Long & Plosser, 1983). En revanche, il semble juste de dire que leurs impacts sur notre compréhension des mécanismes générant les fluctuations du cycle d'affaires n'a pas été de la même magnitude (Arnold, 2002). Une critique du modèle RBC qui tient encore aujourd'hui est qu'aucun des messages substantiels des auteurs de la théorie RBC par rapport aux fluctuations du cycle d'affaires n'a été accepté par la majorité des économistes (Chari, 1998). La raison pour laquelle l'impact de la théorie RBC sur notre compréhension des fluctuations du cycle d'affaires est faible est que, alors que la théorie Keynésienne échoue à considérer adéquatement l'OA, la théorie RBC minimise inconvenablement le rôle de la DA. La tentative d'expliquer les fluctuations du cycle d'affaires en négligeant le côté de la demande, couplée de l'apport d'un rôle mineur à la demande pour la consommation,

l'investissement et les exportations nettes, semble pousser l'importance du côté de l'offre d'une façon déraisonnable (Arnold, 2002).

Survol de la littérature – Le Cycle d’Affaires

La Finance, le Cycle de Crédit, le Marché Boursier et le Cycle d’Affaires

La question du rôle financier envers la génération de cycles économiques est aussi vieille que le champ de la macroéconomie lui-même. Pourtant, peu de réponses ont été offertes malgré la vaste recherche produite depuis la crise financière de 2008. On peut cependant dénoter une régularité empirique de l'expansion de l'offre du crédit précédant la Grande Récession des années 2007-2010—opérant principalement à travers la demande des ménages—comme étant une force importante derrière les cycles d'affaires chez plusieurs pays depuis les 40 dernières années. Plus grande est l'augmentation du levier des ménages précédant une récession, plus sévère sera la récession qui s'ensuit (Mian & Sufi, 2018). En effet, la capacité de l'expansion du niveau d'endettement des ménages à prédire la sévérité des récessions fut démontrée à l'aide de plusieurs études (Mian & Sufi, 2010) (Glick & Lansing, 2010) (IMF, 2012) (Martin & Phillipon, 2017).

Plusieurs études supportent l'existence de cycles de crédit prédictibles générant des fluctuations économiques. Aux États-Unis, depuis les années 1920, un rétrécissement de l'écart entre les obligations de sociétés de milieu de gamme et des bons du Trésor Américain prédisent un élargissement subséquent des écarts de crédit (Lopez-Salido, Stein, & Zakrajsek, 2017). Ce cycle prédictible a des effets importants sur le cycle d'endettement des ménages. Suite à un choc positif de l'endettement des ménages, on peut s'attendre à une augmentation du ratio d'endettement des ménages par rapport au produit international brut (PIB) qui durera environ trois ans, suivi d'un déclin rapide de ce même ratio lors des sept années suivant la période de d'augmentation (Mian, Sufi, & Verner, 2017a). C'est ce qu'on appelle le « boom-bust cycle ». Le 22 janvier 2020 lors

d'une entrevue avec *Bloomberg*, le co-Directeur des Investissements de Bridgewater Associates, Bob Prince, a dit croire que le cycle boom-bust soit terminé grâce au resserrement des banques centrales—malgré d'autres magnats de la finance ayant critiqué cette affirmation (Nishant, 2020). Quoi qu'il en soit, les économies développées ont démontré quatre tendances clés depuis les années 1980 :

- 1) La plupart des économies avancées ont vu une augmentation substantielle de l'inégalité de la richesse et du revenu.
- 2) Les coûts d'emprunt ont baissé dramatiquement, spécialement pour la dette sans-risque.
- 3) Les ratios d'endettement des ménages versus PIB ont significativement augmenté; la majorité des prêts bancaires sont maintenant faits sous une forme hypothécaire (Jorda, Schularick, & Taylor, 2016).
- 4) Finalement, le secteur financier a crû en tant que fraction du PIB.

Mian et Sufi (2018) se demandent si ces quatre tendances sont liées—et si elles pourraient expliquer pourquoi les économies développées sont si faibles depuis l'avènement de la Grande Récession de 2007. Ils avancent l'idée préliminaire qu'il y ait un surplus de l'offre d'épargne provenant de la montée de l'inégalité entre les revenus et la tendance qu'ont certaines économies émergentes d'exporter du capital vers les économies plus développées. Ce surplus d'épargne pourrait mener à la croissance du secteur financier, suivi d'un déclin des taux d'intérêt et d'une augmentation du taux d'endettement des ménages chez les économies développées autre que chez ceux qui sont au sommet de la pyramide de distribution des revenus. Mian et Sufi (2018) mentionnent qu'aujourd'hui, le lien entre ces tendances et la croissance économique reste une question ouverte.

Exemples des Effets du Cycle d’Affaires sur les Entreprises

La main-d’oeuvre de vente représente un investissement significatif pour la majorité des organisations—la dépense des compagnies américaines envers leurs mains-d’œuvre de vente est estimée à plus de \$800 milliards par année (Zoltners, Sinha, & Lorimer, 2008). Le cycle économique a un impact significatif sur le chiffre d'affaires et la rentabilité des organisations commerciales ce qui influence directement les coûts d'indemnisation des ventes. Ces observations ont menées Madhani (2010) à noter que le levier d’opération est une variable clé affectant la performance de l’entreprise durant les étapes différentes du cycle d’affaires. Le réajustement des paies fixe et variable de la structure de rémunération aide à la gestion du levier d’opération durant les étapes du cycle d’affaires par les organisations. Une étude a démontré qu’en synchronisant la structure de compensation de la force de ventes— assumée comme responsable d’exécuter les activités et d’améliorer la performance générale des organisations—avec l’étape du cycle d’affaires, les entreprises peuvent profiter de stratégies de compensation optimales (Madhani, 2010).

Les cycles d’affaires peuvent affecter des marchés entiers et causer des déviations d’activités de commercialisation et de performance aux entreprises. Même si les gestionnaires ne peuvent empêcher les cycles d’affaires de se produire, la recherche en commercialisation des quinze dernières années procurent une pile montante d’évidence que l’impacts sur les consommateurs— et donc sur l’entreprise elle-même et la performance des marques—dépend largement du niveau auquel les entreprises ajustent leur stratégie de commercialisation en réponse à ces fluctuations macroéconomiques (Dekimpe & Deleersnyder, 2018).

Les Cycles d'Affaires Politiques

En 1975, William Nordhaus a formalisé en un cadre analytique l'idée que le cours des variables macroéconomiques est purement influencé par des considérations politiques (Nordhaus, 1975). Dans sa théorie, les gouvernements sont motivés par l'intérêt privé et se préoccupent uniquement de leur réélection potentielle. Ils exploitent la courbe de Phillips à court terme et bénéficient des attentes naïves des électeurs pour atteindre leur but. Puisque les électeurs sont concernés par le taux d'emploi, le gouvernement titulaire améliore sa probabilité d'être réélu en augmentant le taux d'inflation pour que le taux de chômage baisse juste avant les élections. Après l'élection, le gouvernement fait face à un taux d'inflation élevé et met en œuvre des mesures d'austérité, ce qui fait monter le taux de chômage à nouveau. Le taux de chômage et l'inflation sont donc sujets à des fluctuations cycliques liées au rythme des élections appelées « cycles d'affaires politiques » (PBCs—political business cycles) (Kalecki, 1943). Depuis, plusieurs chercheurs ont reflété que le contexte d'une élection influence le PBC. Si les conditions politico-économiques sont considérées comme étant bonnes par les agents, la réélection du gouvernement titulaire est assurée et le besoin de générer un PBC est diminué, sinon nul (Dinkel, 1981). Deux indicateurs sont privilégiés lors de l'évaluation du risque qu'un gouvernement perde la prochaine élection, *i.e.* le niveau de popularité du gouvernement titulaire et le niveau de compétitivité électorale (Dubois, 2016). Dans le modèle de Nordhaus, la variable d'action du gouvernement est le taux d'inflation. Si l'on adopte un point de vue monétariste de l'inflation, la séparation de l'autorité monétaire du pouvoir politique—*e.g.* à l'aide d'une banque centrale indépendante—devrait être un moyen d'éliminer les PBCs.

Chapitre 3 : La Volatilité du Marché Boursier

Introduction

À chaque instant, une institution financière est exposée (au moins de façon résiduelle) à la variation d'une centaine, voire de milliers de variables différentes comme les taux d'intérêt, les taux de change ou encore la valeur des actions. L'évolution future d'une variable de marché est incertaine, et la mesure la plus courante de cette incertitude est la volatilité. La modélisation et la prévision de la volatilité des marchés boursiers ont fait l'objet d'une vaste étude empirique et théorique au cours de la dernière décennie, tant par les universitaires que par les praticiens. On peut dire que la volatilité est l'un des concepts les plus importants dans l'ensemble de la finance. Il est très important pour une gestion du risque en bonne et due forme de surveiller cette volatilité, afin d'évaluer au mieux les pertes auxquelles une entité est exposée. Ce chapitre décrit certaines des procédures développées pour accomplir cet objectif.

Nous débutons ce chapitre par une définition de la volatilité. Ensuite, nous expliquons comment l'estimer à partir d'historique de données ou la déduire à partir du prix des options. Nous abordons ensuite différents modèles : moyenne mobile à pondération exponentielle (EWMA), hétéroscédasticité conditionnelle autorégressive (ARCH), hétéroscédasticité conditionnelle autorégressive généralisée (GARCH) et modèles stochastiques. Nous évaluerons également une propriété intéressante de la volatilité : l'asymétrie. Pour finir, nous présentons une courte recension des écrits en ce qui a trait à certaines observations et corrélations en lien avec la volatilité, la volatilité et les gouvernements, les banques, et le comportement des investisseurs.

Définition de la Volatilité

La volatilité, mesurée par l'écart-type ou la variance des rendements, est souvent utilisée comme mesure brute du risque total des actifs financiers. De nombreux modèles de valeur à risque pour mesurer le risque de marché nécessitent l'estimation ou la prévision d'un paramètre de volatilité. La volatilité des cours boursiers entre également directement dans la formule Black-Scholes pour calculer les prix des options négociées.

On définit la volatilité σ comme l'écart-type de la rentabilité par unité de temps lorsque les rentabilités sont exprimées en composition continue. Lorsque l'on utilise la volatilité pour évaluer des options, l'unité de temps est généralement l'année. Dans le cadre de la gestion des risques, on évalue cependant la volatilité en base journalière et elle représente l'écart-type du rendement continu journalier. On traduit la rentabilité d'une variable sur une journée exprimée en composition continue avec $\ln(S_i/S_{i-1})$, où S_i est la valeur de marché de la variable à la fin de la journée i . Cette rentabilité est proche de $\frac{S_i - S_{i-1}}{S_i}$.

L'écart-type du changement proportionnel de la valeur de la variable pendant une journée constitue une définition alternative de la volatilité d'une variable.

La Volatilité Historique

Le modèle de volatilité le plus simple est l'estimation historique. La volatilité historique implique de calculer la variance (ou l'écart-type) des rendements de la manière habituelle sur une période historique, et cela devient alors la volatilité prévue pour toutes les périodes futures.

Lorsque les volatilités sont calculées et utilisées, la difficulté est de savoir s'il faut retenir des jours ouvrés ou calendaires. Les recherches montrent que la volatilité est plus élevée lorsque le marché

est ouvert plutôt que fermé. Lorsque l'on dispose de plusieurs années de données journalières, on peut calculer :

1. La variance des rentabilités entre la fermeture du marché un jour donné et la fermeture du jour suivant lorsque les jours successifs sont des jours ouvrés; et
2. La variance des rentabilités entre la clôture du vendredi et la clôture du lundi suivant.

La seconde variance correspond à une période de trois jours, alors que la première est une variance journalière. Fama (1965), French (1980) et French & Roll (1986) ont démontré que la seconde variance dépasse la première de 22%, 19% et 10.7% respectivement. Une conclusion tirée de ces résultats pourrait être que les échanges eux-mêmes engendrent en grande partie la volatilité (Hull, Godlewski, & Merli, 2012).

La variance moyenne historique (ou écart-type) était traditionnellement utilisée comme intrant de volatilité dans les modèles de tarification des options, bien que de plus en plus de preuves suggèrent que l'utilisation de la volatilité prédite à partir de modèles de séries chronologiques plus sophistiqués conduira à des évaluations d'options plus précises (Akgiray, 1989), (Chu & Freund, 1996). La volatilité historique est toujours utile comme référence pour comparer la capacité de prévision de modèles de séries chronologiques plus complexes (Brooks, 2014).

Si l'on désigne par σ_t la volatilité annuelle d'un actif financier et σ_j la volatilité journalière associée, l'écart-type de rentabilité annuelle est alors σ_t ou $\sigma_j\sqrt{252}$.

La Volatilité Implicite

Tous les modèles de tarification des options financières nécessitent une estimation ou une prévision de la volatilité en entrée. La volatilité implicite se dégage des activités de négociation

d'options quotidiennes et des mesures des rendements de l'actif sous-jacent varient de la date du jour jusqu'à l'expiration de l'option (Cipollini & Manzini, 2007). En d'autres termes, si les marchés d'options sont efficaces et que les prix les modèles sont corrects, alors les volatilités implicites devraient être égales à la volatilité prévue de l'actif sur la durée de vie restante de l'option (Blenman & Wang, 2012). D'une part, une baisse de la volatilité implicite indique la complaisance et, d'autre part, une augmentation est associée à la peur sur les marchés boursiers. Alors que la volatilité implicite est directement liée au prix des options, le lien avec l'action sous-jacente est non linéaire et, par conséquent, difficile à étudier (Auinger, 2015). Compte tenu du prix d'une option négociée obtenu à partir des données de transactions, il est possible de déterminer la volatilité prévue sur la durée de vie de l'option impliquée par la valorisation de l'option. Par exemple, si le modèle Black-Scholes (BSM) standard est utilisé, le prix de l'option, la durée jusqu'à l'échéance, un taux d'intérêt sans risque, le prix d'exercice et la valeur actuelle de l'actif sous-jacent sont tous spécifiés dans les détails des options des contrats ou sont disponibles à partir des données du marché. Par conséquent, étant donné toutes ces quantités, il est possible d'utiliser une procédure numérique, telle que la méthode des bi-sections ou Newton-Raphson pour dériver la volatilité impliquée par l'option (Parramore & Watsham, 2004). Cette volatilité implicite est la prévision du marché de la volatilité des rendements des actifs sous-jacents sur la durée de vie de l'option. Les traders peuvent donc la déduire de la valeur des options. La volatilité implicite est alors le niveau de volatilité à entrer dans le modèle d'évaluation permettant de retrouver le prix des options cotées sur le marché.

En général, la relation entre la volatilité implicite et l'actif sous-jacent peut s'expliquer par le fait qu'une augmentation de la volatilité implicite est le résultat d'une augmentation du prix des options courantes, qui pourraient être associés à la demande de couverture du risque d'actions (Cipollini

& Manzini, 2007). Une méthode pour calculer les volatilités implicites est le modèle de Black et Scholes (BSM) ou théorème de Black-Scholes. Ce modèle est un concept important de la théorie financière moderne et est considéré comme le modèle standard pour évaluer les options (Yalincak, 2012). Le BSM utilise un certain nombre d'entrées pour déterminer la valeur d'une option, y compris le cours actuel de l'action, le taux d'intérêt sans risque, le délai jusqu'à l'échéance de l'option, l'exercice prix et volatilité des rendements. Malgré ce dernier, tous les paramètres inclus dans la formule sont connus à l'avance. Par conséquent, la volatilité est dérivée par une induction en arrière, résultant dans la « volatilité implicite » déjà mentionnée (Majmudar & Banerjee, 2004). Assumant qu'un dividende continu est payé à taux constant, le BSM s'applique directement aux options européennes. En cas d'absence de paiement de dividende, le BSM s'applique également à options *call* américaines, qui peuvent être exercées à tout moment. Cependant, le modèle ne s'applique pas aux options américaines (put ou call) lorsqu'un dividende est payé, ni pour les actions américaines *put*, car celles-ci pourraient être exercées tôt (Fortune, 1996).

Dans une étude de la qualité des prévisions de la volatilité du marché impliquées par les prix des options sur l'indice S&P 100, Jeff Fleming (1998) indique que la volatilité implicite est une prévision haussière biaisée, contenant malgré tout de l'information pertinente concernant la volatilité future. La volatilité implicite domine le taux de volatilité historique en termes de prévisions *ex ante* puissance, et son erreur de prévision est orthogonale aux paramètres fréquemment liés à conditionnelle volatilité, y compris celles utilisées dans diverses spécifications ARCH. Ces découvertes suggèrent qu'un modèle linéaire qui corrige le biais de volatilité implicite peut fournir un estimateur utile basé sur le marché de la volatilité conditionnelle.

L'indice VIX

Le Chicago Board Options Exchange (CBOE) publie des indices de volatilité implicite et le plus populaire est le SPX VIX. Il est calculé à partir de la volatilité d'un grand nombre de *puts* et de *calls* 30 jours sur le S&P 500. Les *futures* ont fait leur apparition en 2004, deux ans plus tard, en 2006, des options sur cet indice ont été introduites (Hull, Godlewski, & Merli, 2012).

Un achat ou une vente d'options sur l'indice S&P 500 est un pari sur l'évolution de l'indice. À l'inverse, un achat ou une vente d'options sur l'indice VIX est un pari sur l'évolution de la volatilité de l'indice S&P 500. Cet indice est surnommé par certains « indice de la peur », car celui-ci démontre des hausses importantes lors de périodes d'incertitude économique telles que la crise financière de 2007 (Hull, Godlewski, & Merli, 2012).

Depuis son introduction, le VIX, aussi appelé « jauge de peur des investisseurs », est un indicateur de la cupidité et de la peur des investisseurs envers le marché (Whaley, 2009). D'un côté, les facteurs qui provoqueront la cupidité comprennent un optimisme excessif, une confiance excessive causée par la sous-estimation des risques, un niveau excessif de désir, etc. D'autre part, la peur se réfère à un sentiment d'incertitude envers le contrôle de la situation et les personnes ayant peur porteront des jugements pessimistes sur les événements futurs (Li & Wang, 2013). Alors qu'un niveau du VIX prolongé et / ou extrêmement élevé indique un degré élevé d'anxiété du marché, un niveau d'indice prolongé et / ou extrêmement bas est le signe d'un degré élevé de complaisance. Par conséquent, la première situation est considérée comme un indicateur haussier et le dernier comme indicateur baissier (Cipollini & Manzini, 2007). L'explication traditionnelle de cette relation inverse entre le SPX et l'indice VIX est que dès que le marché baisse et montre des signes de faiblesse, les investisseurs paniquent et se précipitent pour acheter des options de vente sur indice, ce qui crée un déséquilibre dans l'équilibre offre-demande. La conséquence est une hausse

des prix des options par rapport au niveau du marché et donc une augmentation de la volatilité implicite (Bittman, 2007).

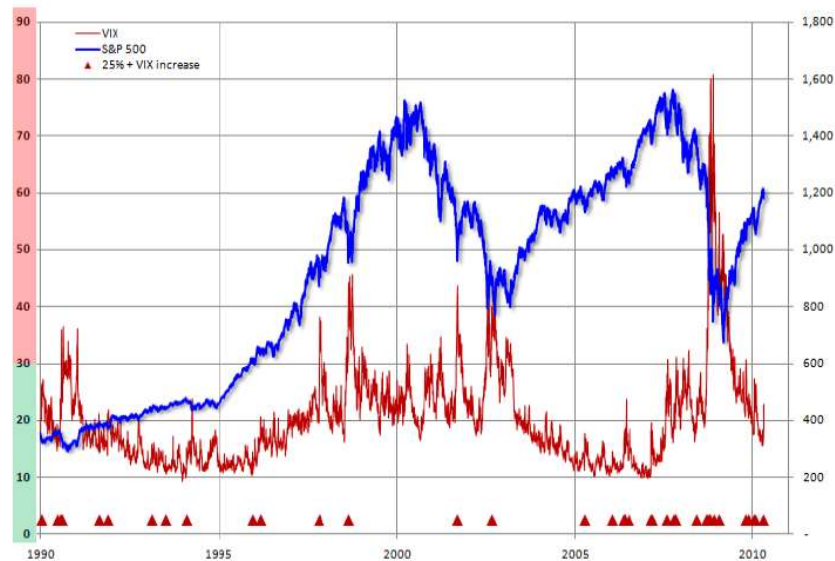


Figure 3.1 : La relation inverse entre les indices SPX & VIX (Dshort.com, 2014)

La **Figure 3.1** démontre la relation inverse entre les indexes depuis 1990 (Dshort.com, 2014). Conséquemment, cela suggère qu'une combinaison de portefeuilles d'indices SPX et VIX devrait fournir des avantages de diversification.

Critique de l'indice VIX

L'indice VIX est basé sur la volatilité implicite, qui suppose que la volatilité est constante, mais il est maintenant assez bien établi, tant en théorie qu'en pratique que ce n'est certainement pas le cas. En particulier, des études telles que Ferris, Kim & Park (2010) et Bakshi & Kapadia (2003) ont prouvé le contraire. Les deux recherches ont suivi la même procédure, à savoir le calcul des gains sur une stratégie delta-couvert. La théorie derrière cette procédure est la suivante: si la volatilité est constante, il n'y a pas de prime de risque pour les changements de volatilité et donc les gains sur une stratégie delta-couvert doivent être nuls. Si la volatilité n'est pas constante, alors la

volatilité est évaluée dans le marché et on devrait s'attendre à voir des gains négatifs avec une telle stratégie, puisque les options offrent une couverture en raison de la corrélation négative entre la volatilité et le niveau de prix sous-jacent. Les résultats des deux études sont cohérents et montrent que les gains apportés par une telle stratégie donnent des rendements négatifs indiquant une volatilité non constante.

Certains chercheurs sont convaincus que les faiblesses concernant le calcul de l'indice VIX conduisent à une sous- / surestimation de la véritable volatilité. En raison de la demande d'assurance de portefeuille, la relation entre les changements du SPX et du VIX est asymétrique. C'est-à-dire que, par exemple, lors d'une hausse SPX de 100 points de base (bps), le VIX chutera de -2,99% et si le SPX chute de 100 bps, alors le VIX augmentera de 4,5 points de pourcentage. En d'autres termes, le VIX est davantage un baromètre de la crainte des spéculateurs envers une baisse du marché qu'un baromètre de l'enthousiasme des investisseurs dans une reprise du marché (Whaley, 2009). De plus, Jiang & Tian (2007) ont constaté que la nouvelle méthode de calcul VIX nécessite plusieurs approximations et certaines d'entre elles peuvent produire des erreurs substantielles. Nwogugu (2012) présente dans son article de nombreuses erreurs de calcul qui conduisent à un indice inexact et inefficace dont le calcul est faux et trompeur. La formule VIX pour calculer le VIX est comme suit:

$$\sigma^2 = \frac{2}{T} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T} \left[\frac{F}{K_0} - 1 \right]^2 \quad (3.1)$$

Premièrement, Wagner, Ellis & Dubofsky (1996) et Ahn, Byoun et Park (2003) ont déjà démontré que la parité *put-call* est souvent violée même après la prise en compte des coûts de transaction et donc le prix dérivé des options à terme (« F » dans la formule VIX) est faux (Bharadwaj & Wiggins, 2001). Deuxièmement, F/K_0 ne reflète pas l'ampleur réelle de l'orientation du marché et

la rentabilité de l'option, non seulement parce que F est faux, mais aussi parce que K_0 n'est peut-être pas le prix d'exercice le plus proche auquel les valeurs du *call* et du *put* sont les plus proches. Définition plus précise de K_0 serait le prix d'exercice le plus proche du prix actuel de l'indice. Troisièmement, $(F/K_0 - 1)^2$ convertit les rendements négatifs en nombres positifs de sorte que la variance / mesure de la volatilité ne peut exprimer les tendances directionnelles. Ce terme implique que les actions qui ont de nombreuses options dans la monnaie sont moins volatiles que les actions avec moins d'options dans la monnaie. Quatrièmement, T est déjà calculé en pourcentage du total de nombre de minutes chaque année, et par conséquent $(1 / T)$ est redondant. Cinquièmement, seules les options hors de la monnaie sont utilisées lors de la dérivation de la volatilité implicite, tandis que les options dans la monnaie contiennent également des informations importantes. De plus, le terme $(\frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT})$ implique que les actions avec des gammes de prix plus élevées ont toujours une volatilité inférieure par rapport aux actions avec des gammes de prix plus bas grâce à la mise au carré des prix d'exercice. De plus, le VIX n'est pas précis car la contribution des options uniques au VIX ne dépend pas du fait qu'il s'agisse d'une option de vente ou d'achat, qui sont traités de la même manière sur tous les prix d'exercice. Cette distinction est cependant critique pour déterminer la volatilité implicite, car la recherche a montré que les volatilités implicites des options de vente et d'achat sont non seulement différentes, mais aussi que les changements de volatilité implicite varient selon le point auquel l'option (*put* ou *call*) est dans le cours ou hors du cours. Par exemple, pour des prix d'exercice qui sont loins de l'argent, les *puts* peuvent avoir une volatilité implicite plus élevée que les *calls* et pour les prix d'exercice proches de la monnaie, la situation est complètement inversée (Nwogugu, 2012).

Le modèle de moyenne mobile à pondération exponentielle (EWMA)

Le modèle de moyenne mobile à pondération exponentielle (EWMA) est un cas particulier du modèle de l'équation :

$$\sigma_n^2 = \sum_{i=1}^m \alpha_i u_{n-i}^2, \quad (3.2)$$

dans lequel les pondérations α_i diminuent exponentiellement lorsque l'on remonte dans le temps.

Plus précisément, $\alpha_{i+1} = \lambda \alpha_i$, avec λ une constante comprise entre 0 et 1.

Le schéma de pondération retenu conduit à une formule très simple de mise à jour des estimations de volatilité. Cette formule s'écrit :

$$\sigma_n^2 = \lambda \sigma_{n-1}^2 + (1 - \lambda) u_{n-1}^2. \quad (3.3)$$

L'estimation S_n (sous-jacent au jour n) est obtenu à partir de la volatilité du jour n (effectuée à la fin du jour $n - 1$) à partir de S_{n-1} (estimation de la volatilité du jour $n - 1$ calculée en fin de journée $n - 2$) et de u_{n-1} (pourcentage de variation quotidienne la plus récente). Pour comprendre en quoi l'équation (3.3) correspond à des poids qui diminuent exponentiellement, il suffit de remplacer σ_{n-1}^2 par sa valeur, alors :

$$\sigma_n^2 = \lambda [\lambda \sigma_{n-2}^2 + (1 - \lambda) u_{n-2}^2] + (1 - \lambda) u_{n-1}^2$$

Autrement :

$$\sigma_n^2 = (1 - \lambda) (u_{n-1}^2 + \lambda u_{n-2}^2) + \lambda^2 \sigma_{n-2}^2$$

En substituant σ_{n-2}^2 , on obtient :

$$\sigma_n^2 = (1 - \lambda) (u_{n-1}^2 + \lambda u_{n-2}^2 + \lambda^2 \sigma_{n-3}^2) + \lambda^3 \sigma_{n-3}^2$$

La perpétuation de l'équation est dénotée par :

$$\sigma_n^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^m \lambda^{i-1} u_{n-i}^2 + \lambda^m \sigma_{n-m}^2.$$

Pour m suffisamment grand, le terme $\lambda^m \sigma_{n-m}^2$ est suffisamment petit et peut être ignoré, de sorte que l'équation (3.3) est identique à l'équation (3.2) avec $\alpha_i = (1 - \lambda)\lambda^{i-1}$. Les pondérations des u_i diminuent au taux λ à mesure que l'on s'éloigne dans le temps. Chaque poids vaut λ fois le poids précédent.

Le modèle EWMA est attirant car il impose le stockage d'une quantité réduite de données. À chaque instant, il suffit de garder en stock l'estimation actuelle du taux de variance et la dernière valeur de la variable de marché. À chaque nouvelle observation de la valeur de cette variable, la nouvelle variation relative est calculée et l'équation (3.3) permet l'estimation immédiate du taux de variance. L'estimation précédente du taux de variance et l'ancienne valeur de la variable de marché peuvent alors être abandonnées.

Le modèle EWMA permet le suivi des évolutions de la volatilité. Supposons qu'une importante modification de la variable de marché se produise durant la journée $n - 1$, conduisant à un u_{n-1}^2 important. D'après l'équation (3.3), cela conduirait à une hausse de l'estimation de la volatilité actuelle. La valeur de λ détermine la sensibilité de la volatilité quotidienne à la plus récente variation en pourcentage. Un λ faible donne une forte pondération à u_{n-1}^2 dans le calcul de S_n . Dans ce cas, les estimations successives de la volatilité quotidienne sont également hautement volatiles. Un λ élevé (approchant 1) conduit à des estimations de la volatilité qui intègrent progressivement les nouvelles informations apportées par le pourcentage de variation quotidienne (Hull, Godlewski, & Merli, 2012).

L'EWMA est essentiellement une extension simple de la mesure de la volatilité moyenne historique, ce qui permet aux observations plus récentes d'avoir un impact plus fort sur les prévisions de volatilité que les points de données plus anciens. Cette approche présente deux avantages par rapport au modèle historique simple. Premièrement, la volatilité est en pratique susceptible d'être davantage affectée par les événements récents, qui ont plus de poids, que les événements plus éloignés dans le passé. Deuxièmement, l'effet sur la volatilité d'une seule observation donnée diminue à un rythme exponentiel à mesure que les pondérations attachées aux événements récents diminuent. D'un autre côté, l'approche historique simple pourrait entraîner un changement brusque de la volatilité une fois que le choc sort de l'échantillon de mesure, et si le choc est toujours inclus dans une période d'échantillonnage de mesure relativement longue, alors une observation anormalement grande impliquera que les prévisions resteront à un niveau artificiellement élevé même si le marché est par la suite calme.

Le modèle EWMA peut également être exprimé comme tel:

$$\sigma_n^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i (S_{n-i} - \bar{S})^2 \quad (3.4)$$

où σ_n^2 est l'estimation des variances pour la période n , qui devient également la prévision de la volatilité future pour toutes les périodes, \bar{S} est le retour moyen estimé sur les observations et λ est le « facteur de décroissance » qui est estimé à 0,94 par de nombreuses études (Brooks, 2014).

Il convient de noter deux limitations importantes des modèles EWMA. Premièrement, bien qu'il existe plusieurs méthodes qui pourraient être utilisées pour calculer l'EWMA, l'élément crucial dans chaque cas est de se rappeler que lorsque la somme infinie de (3.4) est remplacée par une somme finie de données observables, les poids de l'expression donnée sommeront maintenant à

moins d'un. Dans le cas de petits échantillons, cela pourrait faire une grande différence pour l'EWMA calculé et donc une correction pourrait être nécessaire. Deuxièmement, la plupart des modèles de séries chronologiques, tels que GARCH (voir ci-dessous), auront des prévisions qui tendent vers la variance inconditionnelle de la série à mesure que l'horizon de prédiction augmente. C'est une bonne propriété pour un modèle de prévision de la volatilité, car il est bien connu que les séries de volatilité « reviennent vers la moyenne ». Cela implique que lorsqu'elles sont actuellement à un niveau élevé par rapport à leur moyenne historique, elles auront tendance à retomber vers leur niveau moyen, alors que si elles sont à un niveau faible par rapport à leur moyenne historique, elles auront tendance à augmenter vers un retour à leur moyenne. Cette caractéristique est prise en compte dans les modèles de prévision de la volatilité GARCH, mais pas dans les EWMA (Brooks, 2014).

Les modèles autorégressifs conditionnellement hétéroscédastiques (ARCH)

Les modèles de volatilité autorégressifs sont un exemple relativement simple de la classe des spécifications de volatilité stochastique. L'idée est d'obtenir une série chronologique d'observations sur certains indicateurs de volatilité. Les procédures standard de type Box-Jenkins pour estimer les modèles autorégressifs ou (ARMA) peuvent ensuite être appliquées à cette série. Pour une estimation de la volatilité quotidienne, deux « proxy » naturels ont été utilisés dans la littérature: les rendements quotidiens au carré ou les estimateurs de la plage quotidienne (Brooks, 2014). Pour produire une série de rendements quotidiens au carré, il suffit de prendre une colonne de rendements observés et de mettre au carré chaque observation. Le retour au carré à chaque instant, n , devient alors l'estimation de la volatilité quotidienne pour le jour t . Un estimateur de fourchette implique généralement le calcul du logarithme du rapport entre le prix observé le plus élevé et le

prix observé le plus bas pour le jour de bourse n , qui devient alors l'estimation de la volatilité pour le jour n

$$\sigma_n^2 = \log\left(\frac{\max_n}{\min_n}\right) \quad (3.5)$$

Étant donné le rendement quotidien au carré ou l'estimateur de la plage, un modèle autorégressif standard est estimé, les coefficients β_i étant estimés à l'aide de la méthode des moindres carrés ordinaires

$$\sigma_n^2 = \beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{n-j}^2 + \varepsilon_n \quad (3.6)$$

Un modèle non linéaire utilisé à grande échelle en finance est connu sous le nom de modèle « ARCH » (autorégressif conditionnellement hétéroscédastique). Pour voir pourquoi cette classe de modèles est utile, rappelons qu'un modèle structurel typique pourrait être exprimé par une équation de la forme donnée par

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + u_t,$$

ou encore, sous forme matricielle

$$y = X\beta + u, \quad u_t \sim N(0, \sigma^2).$$

L'hypothèse du modèle de régression linéaire classique (CLRM) selon laquelle la variance des erreurs est constante est connue sous le nom d'homoscédasticité (c'est-à-dire que l'on suppose que $\text{var}(u_t) = \sigma^2$). Une variance des erreurs inconstante serait connue sous le nom d'hétéroscédasticité. Il est peu probable dans le contexte des séries chronologiques financières que

la variance des erreurs soit constante dans le temps, il est donc logique d'envisager un modèle qui ne suppose pas que la variance est constante et qui décrit comment la variance des erreurs évolue.

Une autre caractéristique importante de nombreuses séries de rendements d'actifs financiers qui rend attrayante la classe de modèles ARCH est connue sous le nom de « grappes de volatilité » ou de « bassins de volatilité » (Brooks, 2014). Cette tendance de regroupement de la volatilité décrit la prédisposition de grands changements des prix des titres du marché à être suivis de grands changements additionnels de façon quasi-réursive, et il en va de même pour les petits changements. En d'autres termes, le niveau actuel de volatilité a tendance à être positivement corrélé avec son niveau au cours des périodes précédentes. Le phénomène est illustré dans la **Figure 3.2**, qui trace les rendements quotidiens de la S&P 500 pour les années 2003 à 2014.

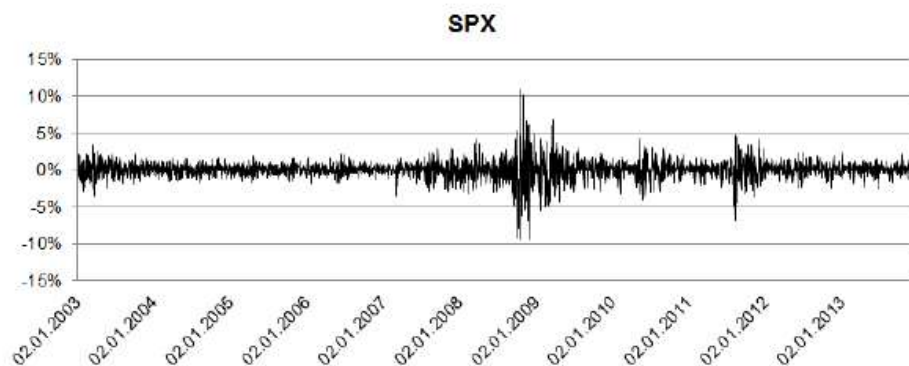


Figure 3.2 : La volatilité historique du S&P 500 (Brooks, 2014)

Un point important à noter à partir de la **Figure 3.2** est que la volatilité se produit par rafales. Il semble y avoir eu une période prolongée de relative tranquillité sur le marché au cours de la période précédant le début de la crise financière, comme en témoignent des rendements positifs et négatifs relativement faibles jusqu'à ce point. D'un autre côté, entre le milieu de l'année 2008 et le milieu de l'année 2009, il y a eu beaucoup plus de volatilité, période durant laquelle de nombreux

rendements positifs et négatifs importants ont été observés pendant un court laps de temps. On pourrait donc dire que la volatilité est légèrement auto-corrélée. Une façon de modéliser ce phénomène est d'utiliser un modèle ARCH en utilisant une variable aléatoire, u_t , avec une variance conditionnelle notée σ_t^2 , et en supposant que $E(u_t) = 0$, de sorte que:

$$\sigma_t^2 = \text{var}(u_t | u_{t-1}, u_{t-2}, \dots) = E[u_t^2 | u_{t-1}, u_{t-2}, \dots] \quad (3.7)$$

L'équation (3.7) indique que la variance conditionnelle d'une variable aléatoire moyenne u_t normalement distribuée à moyenne nulle est égale à la valeur conditionnelle attendue du carré de u_t . Sous le modèle ARCH, l'autocorrélation de volatilité est modélisée en permettant à la variance conditionnelle du terme d'erreur, σ_t^2 , de dépendre de la valeur précédant immédiatement l'erreur quadratique

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 \quad (3.8)$$

Le modèle ci-dessus est appelé ARCH (1), car la variance conditionnelle dépend d'une seule erreur quadratique décalée. L'équation (3.8) n'est qu'un modèle partiel, car rien n'a encore été dit sur la moyenne conditionnelle. Sous ARCH, l'équation de moyenne conditionnelle pourrait prendre presque toutes les formes souhaitées par le chercheur. Un exemple de modèle complet serait

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + u_t \quad u_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (3.9)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 \quad (3.10)$$

Le modèle donné par (3.8) et (3.9) pourrait facilement être étendu au cas général où la variance d'erreur dépend de q décalages d'erreurs au carré, qui serait connu comme un modèle ARCH(q):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q u_{t-q}^2 \quad (3.11)$$

Il existe d'autres façons d'exprimer les modèles ARCH. Par exemple, considérons un modèle ARCH(1) exprimé de deux manières qui semblent différentes mais qui sont en fait identiques, la première est celle donnée en (3.9) et (3.10) ci-dessus, la seconde serait la suivante:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + u_t \quad (3.12)$$

$$u_t = v_t \sigma_t \quad v_t \sim N(0,1) \quad (3.13)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 \quad (3.14)$$

La forme du modèle donnée en (3.9) et (3.10) est plus couramment présentée, bien que la spécification du modèle comme dans (3.12) - (3.14) soit nécessaire afin d'utiliser un processus GARCH dans une étude de simulation. Pour montrer que les deux méthodes d'expression du modèle sont équivalentes, considérons qu'en (3.13), v_t est normalement distribué avec une moyenne nulle et une variance unitaire, de sorte que u_t sera également normalement distribué avec une moyenne nulle et une variance σ_t^2 .

Critique et Limites des modèles ARCH(q)

ARCH a fourni un cadre pour l'analyse et le développement de modèles chronologiques de volatilité. Cependant, les modèles ARCH eux-mêmes ont rarement été utilisés au cours de la dernière décennie ou plus, car ils entraînent un certain nombre de difficultés:

1. Comment décider de la valeur le nombre de retards du carré résiduel dans le modèle, i.e. q ?
Une approche à ce problème serait l'utilisation d'un test de rapport de vraisemblance, mais il n'y a pas de meilleure approche claire.
2. La valeur de q , le nombre de retards de l'erreur quadratique requis pour capturer toute la dépendance dans la variance conditionnelle, peut être très grande. Il en résulterait un modèle de variance conditionnelle important qui n'était pas parcimonieux. Engle (1982) a contourné

ce problème en spécifiant une longueur de retard arbitrairement décroissante de façon linéaire sur un ARCH (4)

$$\sigma_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1(0.4\hat{u}_{t-1}^2 + 0.3\hat{u}_{t-2}^2 + \hat{u}_{t-3}^2 + \hat{u}_{t-4}^2) \quad (3.15)$$

de sorte que seulement deux paramètres sont requis dans l'équation de variance conditionnelle (γ_0 et γ_1), plutôt que les cinq qui seraient nécessaires pour une ARCH sans restriction (4).

3. Les contraintes de non-négativité peuvent être violées. *Ceteris paribus*, plus il y a de paramètres dans l'équation de la variance conditionnelle, plus il est probable qu'un ou plusieurs d'entre eux auront des valeurs estimatives négatives

Une extension naturelle d'un modèle ARCH (q) qui surmonte certains de ces problèmes est un modèle ARCH généralisé (GARCH). Contrairement aux modèles ARCH, les modèles GARCH sont largement utilisés dans la pratique (Brooks, 2014).

Les modèles ARCH généralisés (GARCH)

Dans un article du *Journal of Econometrics*, Bollerslev (1986) propose une nouvelle classe de processus plus générale, GARCH (Autorégressif conditionnellement hétéroscédastique généralisé), est introduite, permettant une structure de décalage beaucoup plus flexible. L'extension du processus ARCH au processus GARCH ressemble beaucoup à l'extension du processus de série chronologique standard AR au processus ARMA général et, comme cela est expliqué ci-dessous, permet une description plus parcimonieuse dans de nombreuses situations.

Le modèle GARCH permet à la variance conditionnelle de dépendre des décalages antérieurs, de sorte que l'équation de la variance conditionnelle dans le cas le plus simple est maintenant

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (3.16)$$

s'agissant d'un modèle GARCH (1,1). σ_t^2 est connu sous le nom de *variance conditionnelle* car il s'agit d'une estimation anticipée d'une période pour la variance calculée sur la base de toute information passée jugée pertinente. En utilisant le modèle GARCH, il est possible d'interpréter la variance ajustée actuelle, h_t , comme fonction pondérée d'une valeur moyenne à long terme (dépendante de α_0), des informations sur la volatilité au cours de la période précédente ($\alpha_1 u_{t-1}^2$ et la variance ajustée du modèle au cours de la période précédente ($\beta \sigma_{t-1}^2$). Notez que le modèle GARCH peut être exprimé sous une forme qui montre qu'il est effectivement un modèle ARMA pour la variance conditionnelle

$$u_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta)u_{t-1}^2 - \beta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.17)$$

Cette expression est un processus ARMA (1,1) pour les erreurs quadratiques.

Alors pourquoi GARCH est-il plus largement utilisé que ARCH? C'est parce que le premier est plus parcimonieux et évite le surajustement. Par conséquent, le modèle est moins susceptible de violer les contraintes de non-négativité. Afin d'illustrer pourquoi le modèle est parcimonieux, on prend d'abord l'équation de variance conditionnelle dans le cas GARCH (1,1), soustrayant 1 de chacun des indices de temps de l'équation de variance conditionnelle dans (3.16), de sorte que l'expression suivante soit obtenue

$$\sigma_{t-1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-2}^2 + \beta \sigma_{t-2}^2 \quad (3.18)$$

soustrayant à nouveau 1 de chacun des indices de temps,

$$\sigma_{t-2}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-3}^2 + \beta \sigma_{t-3}^2 \quad (3.19)$$

en substituant dans (3.16) pour σ_{t-1}^2 ,

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_0 \beta + \alpha_1 \beta u_{t-2}^2 + \beta^2 \sigma_{t-2}^2 \quad (3.20)$$

en substituant dans (3.20) pour σ_{t-2}^2 ,

$$\sigma_t^2 = \alpha_0(1 + \beta + \beta^2) + \alpha_1 u_{t-1}^2 (1 + \beta L + \beta^2 L^2) + \beta^3 \sigma_{t-3}^2 \quad (3.21)$$

Un nombre infini de substitutions successives de ce type donnerait

$$\sigma_t^2 = \alpha_0(1 + \beta + \beta^2 + \dots) + \alpha_1 u_{t-1}^2 (1 + \beta L + \beta^2 L^2 + \dots) + \beta^\infty \sigma_{t-0}^2 \quad (3.22)$$

Par conséquent, le modèle GARCH (1,1) peut s'écrire

$$\sigma_t^2 = \gamma_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 (1 + \beta L + \beta^2 L^2 + \dots) \quad (3.23)$$

$$= \gamma_0 + \gamma_1 u_{t-1}^2 + \gamma_2 u_{t-2}^2 + \dots, \quad (3.24)$$

étant un modèle ARCH d'ordre infini restreint. Ainsi, le modèle GARCH (1,1), qui ne contient que trois paramètres dans l'équation de variance conditionnelle, est un modèle très parcimonieux, qui permet à un nombre infini d'erreurs quadratiques passées d'influencer la variance conditionnelle actuelle.

Le modèle GARCH (1,1) peut être étendu à une formulation GARCH (p, q), où la variance conditionnelle actuelle est paramétrée pour dépendre de q retards de l'erreur quadratique et de p retards de la variance conditionnelle

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q u_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \beta_p \sigma_{t-p}^2 \quad (3.25)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (3.26)$$

Mais en général, un modèle GARCH (1,1) sera suffisant pour capturer le regroupement de la volatilité dans les données, et il est rare qu'un modèle d'ordre supérieur soit estimé ou même abordé dans la littérature financière académique (Brooks, 2014).

Les modèles de volatilité stochastique

Les modèles de volatilité stochastique diffèrent du GARCH principalement en ce que l'équation de variance conditionnelle d'une spécification GARCH est complètement déterministe étant donné toute l'information disponible jusqu'à celle de la période précédente. Autrement dit, il n'y a pas de terme d'erreur dans l'équation de variance d'un modèle GARCH, seulement dans l'équation de la moyenne.

Les modèles de volatilité stochastique contiennent un deuxième terme d'erreur, faisant partie de l'équation de variance conditionnelle. La spécification de la volatilité autorégressive est simple à comprendre et simple à estimer, car elle nécessite une mesure observable de la volatilité qui est ensuite simplement utilisée comme toute autre variable dans un modèle autorégressif. Cependant, le terme « volatilité stochastique » est généralement associé à une formulation différente, dont un exemple possible serait:

$$y_t = \mu + u_t \sigma_t, \quad u_t \sim N(0,1) \quad (3.27)$$

$$\log(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \beta_1 \log(\sigma_{t-1}^2) + \sigma_\eta \eta_t \quad (3.28)$$

où η_t est une autre variable aléatoire $N(0,1)$ indépendante de u_t . Ici, la volatilité est latente plutôt qu'observée et est donc modélisée indirectement.

Les modèles de volatilité stochastique sont étroitement liés aux théories financières utilisées dans la littérature sur la tarification des options. Les premiers travaux de Black et Scholes (1973) supposaient que la volatilité était constante à travers le temps. Cette hypothèse était faite en grande partie par souci de simplicité, bien qu'elle ne puisse guère être considérée comme réaliste. Un effet secondaire peu attrayant de l'utilisation d'un modèle avec l'hypothèse intrinsèque que la volatilité est fixe est que, les options profondément dans la monnaie et loin de la monnaie sont sous-évaluées

par rapport aux prix réels négociés (Hull J. C., 2003). Cette observation empirique a fourni une partie de l'élan derrière la genèse des modèles de volatilité stochastique, où le logarithme d'un processus de variance non observé est modélisé par une spécification stochastique linéaire, comme un modèle autorégressif. Le principal avantage des modèles de volatilité stochastique est qu'ils peuvent être considérés comme des approximations temporelles discrètes des modèles temporels continus utilisés dans les cadres de tarification des options (Hull & White, 1987). Cependant, ces modèles sont difficiles à estimer, Taylor (1994), Ghysels *et al.* (1995) ou Shephard (1996) et les références qui y figurent examinent plus en profondeur des modèles de volatilité stochastique univariés.

Bien que les modèles de volatilité stochastique soient largement utilisés dans la littérature pour la tarification mathématique des options, ils ne sont pas populaires dans les applications financières empiriques en temps discret, probablement en raison de la complexité impliquée dans le processus d'estimation des paramètres du modèle (Harvey, Ruiz, & Shephard, 1994). Ainsi, bien que les modèles de type GARCH soient plus éloignés de leurs fondements théoriques du temps continu que de la volatilité stochastique, ils sont beaucoup plus simples à estimer en utilisant le maximum de vraisemblance (Brooks, 2014).

La Littérature Financière et la Volatilité

Cette partie du chapitre fait état d'une recension des écrits non-exhaustive ayant trait à la littérature financière et économique par rapport à la volatilité du marché boursier.

La Volatilité du Marché : Observations et Corrélations

Schwert (1989) a analysé la relation entre la volatilité des titres et la volatilité macroéconomique réelle et nominale, l'activité économique, le levier financier, et l'activité des actions commerciales en utilisant des données mensuelles de 1857 à 1987. Un fait important noté par Officer (1973), est

que la variabilité des retours sur les titres était inhabituellement élevés durant la Grande Dépression de 1929-1939. Même si le levier financier agrégé est corrélé significativement avec la volatilité, il n'explique qu'une petite portion des changements de la volatilité des titres en bourse. L'amplitude des fluctuations de la volatilité des titres agrégés est difficile à expliquer en utilisant des modèles simples d'évaluation des titres, particulièrement pendant la Grande Dépression.

Dans une étude de données en panel de 34 pays de l'Organisation pour la Coopération et le Développement Économique (OCDE) entre 2000 et 2010, Thomas, Spataro & Mathew (2014) ont investigué la relation empirique entre la proportion d'actifs des fonds de pension et la volatilité du marché boursier à l'aide d'un modèle de panel à effets aléatoires et une régression Prais-Winsten avec des erreurs standard corrigées par panel et des erreurs autorégressives. Leurs estimations ont démontré une relation négative significative entre la proportion des actifs des fonds de pension investis en actions et la volatilité des marchés boursiers sur les marchés de l'OCDE. Les modèles binaires *probit* et *logit* valident davantage l'argument selon lequel les fonds de pension en tant qu'investisseurs institutionnels peuvent atténuer la volatilité des marchés boursiers.

Les relations entre la volatilité du marché, les retours du marché et des flux globaux de fonds d'action dans un contexte international ont été identifiées et testées via un modèle vectoriel autorégressif structurel (SVAR) (Lee, Paek, Ha, & Ko, 2015). L'étude de Lee & al. démontre que ces relations sont plus prononcées dans le marché américain, et que les effets contemporains sont les facteurs les plus pertinents de ces relations—les résultats d'une analyse de décomposition de la variance implique que les investisseurs américains sont plus concernés par la volatilité du marché que les investisseurs asiatiques. Les conclusions tirées d'une analyse du marché américain ne sont donc pas nécessairement applicables aux autres pays, notamment chez les pays asiatiques.

Dans une étude de Asgharian et al. (2015) appliquant l'indice d'incertitude macroéconomique (MUI)—développé par Bali et al. (2014)—basé sur la dispersion des prévisions des variables macroéconomiques, les auteurs étudient comment la volatilité à long terme et la corrélation des actions et des obligations sont influencées par l'incertitude macroéconomique. Les auteurs ont appliqué l'échantillonnage de données mixtes pour combiner le MUI trimestriel avec les rendements quotidiens des actions et des obligations, ce qui leur a permis d'étudier l'incertitude macroéconomique sur les caractéristiques des actions et des obligations. Leurs résultats démontrent que l'incertitude macroéconomique exerce une influence significative sur la volatilité à long terme des actions et sur la corrélation actions-obligations à long terme, alors que la volatilité des obligations à long terme ne semble pas affectée. La corrélation à long terme a tendance à être faible et négative lorsque l'incertitude macroéconomique est élevée. Ces résultats supportent le phénomène de fuite vers la qualité, *i.e.* le transfert d'argent des titres à haut risque vers le marché des obligations à faible risque lors des périodes de difficulté économique.

Dans une étude similaire, Dimic et al. (2016) examinent l'impact de l'incertitude des marchés financiers mondiaux et des facteurs macroéconomiques nationaux sur la corrélation actions-obligations chez les marchés émergents en utilisant l'approche d'analyse en ondelettes sur différents horizons temporels dans dix marchés émergents. Les auteurs ont constaté que le facteur le plus important influençant la corrélation actions-obligations à court terme est l'orientation de la politique monétaire, tandis que les facteurs ayant le plus grand impact à long terme sont l'inflation et l'incertitude des marchés boursiers. Leurs observations démontrent également que l'incertitude des marchés boursiers mondiaux joue un rôle plus important que l'incertitude du marché obligataire mondial pour expliquer les corrélations actions-obligations dans les marchés émergents.

La Volatilité et les Gouvernements

Dans une étude de Bialkowski, Gottschakl & Wisniewski (2008), les auteurs ont sélectionné un échantillon de 27 pays faisant partie de l'OCDE pour y examiner si les élections nationales induisaient une augmentation de la volatilité du marché boursier. Ils ont trouvé que la composante spécifique au pays de la variance des retours de l'indice peut facilement doubler pendant la semaine d'une élection, ce qui démontre que les investisseurs sont surpris par le résultat de l'élection. Plusieurs facteurs, tels qu'une marge de victoire mince, le manque d'une loi de vote obligatoire, un changement d'orientation politique du gouvernement ou l'élection d'un gouvernement minoritaire; contribuent significativement à la magnitude du choc de volatilité causé par l'élection. Pour fin d'optimisation, les stratégies d'investissement institutionnelles et individuelles doivent donc prendre en compte l'exposition directe et indirecte au risque de volatilité de façon proportionnelle à l'imminence d'une élection.

Le niveau de corruption corporative affecte également la volatilité du marché boursier. Dans une étude de Lau, Demir & Bilgin (2013), les auteurs font correspondre les données de niveau d'entreprise de la Banque Mondiale (World Bank) avec les pots-de-vin à un ensemble de données macroéconomiques sur plusieurs pays, obtenu grâce aux indicateurs de développement de la World Bank. L'étude démontre qu'une plus grande couverture de la corruption corporative « réalisée » chez les marchés émergents réduit la volatilité du marché boursier attribuée à une diminution de l'incertitude de la politique gouvernementale en relation avec l'environnement commercial. Leurs résultats suggèrent que la volatilité du prix des titres diminue au fur et à mesure que la politique gouvernementale devient plus transparente, ce qui est cohérent avec les hypothèses de Pastor et Veronesi (2012).

La Volatilité et les Banques

Tan & Floros (2012) ont examiné les effets de la volatilité du marché boursier sur la performance des banques Chinoises à l'aide de la méthode de différence des moments généralisés, en utilisant un échantillon de 11 banques listées au Chinese Stock Exchange (CSE) entre 2003 et 2009. Leurs résultats démontrent qu'un haut niveau de volatilité du marché boursier peut se traduire en de plus grands retours sur capitaux propres. Pour augmenter la profitabilité de services traditionnels d'emprunt-dépôt, les banques Chinoises pourraient cibler leurs investissements chez des projets et compagnies jugés comme étant à plus haut risque.

Une étude de Papadamou, Sidiropoulos & Spyromitros (2014) examine l'impact du niveau de transparence des banques centrales sur la volatilité du marché boursier. En utilisant un modèle macroéconomique simple, ils démontrent une relation négative entre la volatilité des prix des titres et la transparence des banques centrales. En appliquant une analyse des données en panel sur un ensemble de 40 pays entre les années 1998 à 2005, leurs résultats supportent cette relation négative en utilisant trois mesures différentes de la volatilité du marché boursier. Les auteurs recommandent alors d'augmenter la transparence de la politique monétaire afin de réduire la volatilité des marchés, ce qui apporterait des bénéfices significatifs envers la stabilité financière des pays. Dans une étude subséquente de Papadamou et al. (2017), les auteurs abordent la question des effets de l'indépendance des banques centrales sur la volatilité des marchés boursiers. Leurs résultats démontrent un lien positif entre la volatilité des cours des actions et l'indépendance de la banque centrale. En performant une analyse des données en panel sur un ensemble de 29 pays de 1998 à 2005, leurs résultats supportent cette relation positive en utilisant deux mesures différentes de la volatilité, contrairement à trois dans leur étude précédente.

La Volatilité et le Comportement des Investisseurs

Des études empiriques ont documenté l'influence du sentiment des investisseurs sur les marchés financiers, mais les mécanismes économiques sous-jacents ne sont pas clairs. Dans une étude liant la recherche psychologique à un modèle traditionnel de tarification des actifs, Shu & Chang (2015) ont examiné l'effet des variations du sentiment des investisseurs sur les marchés financiers. En relâchant les hypothèses de rationalité des investisseurs, les auteurs ont démontré qu'un modèle Lucas (1978) modifié peut interpréter adéquatement des anomalies du marché financier; telles qu'une volatilité élevée, la formation de bulles et de crash boursiers; ainsi que la relation entre le sentiment des investisseurs, le prix des actions et les retours espérés.

Un peu à l'encontre des résultats de l'étude mentionnée précédemment, Brunetti, Buyuksahin & Harris (2015) constatent qu'à peu près rien n'indique que les spéculateurs (tels les fonds spéculatifs et les opérateurs sur contrats de swap) déstabilisent les marchés financiers. Au contraire, leurs résultats semblent supporter l'hypothèse selon laquelle les fonds spéculatifs sont d'importants fournisseurs de liquidités et jouent un grand rôle dans la stabilisation des marchés de contrats à terme.

Shiller (1990) a tenté d'étudier le processus de détermination des prix spéculatifs en demandant si des « manies » (*fads*) existaient parmi ce processus. Il note que la volatilité des prix spéculatifs observée et la tendance du retour d'information entre les prix et les dividendes (ou retours) suggèrent que le comportement des investisseurs pourrait être démontré par des modèles de rétroaction assez simple; quoique ces modèles « simples » ne soient pas encore bien établis et ne satisfassent pas aux fondations théoriques courantes des marchés financiers.

Pour étudier le lien entre la volatilité des marchés boursiers et le comportement des investisseurs, Wang & Deng (2018) ont simulé une communauté d'investisseurs. Leurs trois conclusions

majeures provenant de cette simulation furent : (1) Il existe une relation de dépendance conditionnelle asymétrique entre la constance des attentes et la constance comportementale. (2) La volatilité du marché est principalement due à la différence des attentes et des comportements. Au fur et à mesure que la densité de connections chez le réseau de la communauté d'investisseurs augmente, la différence entre ceux-ci croît. (3) Les investisseurs influents ont des impacts significatifs sur la formation des attentes et des comportements des investisseurs normaux. Les investisseurs influents jouent donc un rôle important envers la détermination du niveau de volatilité du marché.

Chapitre 4: Volatilité du Marché Boursier en Relation avec le Cycle

d’Affaires: Une Relation Causale?

En s’appuyant sur les bases jetées par les chapitres 2 et 3, ce chapitre tentera de répondre à la question suivante : Peut-on, à l’aide de tendances observées chez la volatilité du marché boursier, prédire la fin d’une phase de croissance économique?

Cette question porte des implications importantes pour l’investisseur, qui tente de maximiser ses gains lors de périodes haussières du marché et d’éviter les pertes engendrées par le déclin du marché précédant une récession. La prévision des conditions économiques futures a été un sujet passionnant pour les chercheurs, voir, entre autres, Harvey (1989), Stock et Waston (1991), Estrella et Hardouvelis (1991), Friedman et Kuttner (1994), Chauvet (1998), Estrella et Mishkin (1996), Kim et Nelson (1998), Chauvet et Hamilton (2006), Chauvet et Piger (2008) et Espinoza, Fornari et Lombardi (2012). Ces études utilisent des variables financières et des méthodes paramétriques pour prévoir les conditions commerciales futures. Ils n’abordent pas la question de savoir si la prévisibilité de leurs modèles est suffisante pour réussir la synchronisation du marché boursier et obtenir des rendements supérieurs. D’autres chercheurs, par exemple Ma et Wang (2015) ont trouvé des stratégies de synchronisation rentables en utilisant une méthode non paramétrique pour identifier le pic ou le creux d’un cycle économique en suivant l’utilisation des capacités de l’économie et le taux de chômage. Plus d’information sur les stratégies rentables découvertes est présentée ci-bas.

La volatilité et le « timing » du marché

Un phénomène de la finance comportementale appelée « timing du marché » ou encore « market timing » consiste à vendre des actions pour investir cet argent dans des obligations, des commodités peu corrélées avec le marché, ou même de tenir une plus grande liquidité sans l'investir—dans le but d'éviter une période de déclin du marché boursier jugée imminente par l'investisseur. Selon le National Bureau of Economic Research, les États-Unis ont connu 13 expansions en temps de paix au 20^e siècle., à l'exclusion de la reprise suivant la récession de 1973 à 1975. En combinant les données probantes et en faisant la moyenne de ces cycles, Raymond Piccini (1980), du CFA Institute, arrive aux conclusions suivantes :

- (1) Le moment idéal pour vendre des actions est entre un à trois mois avant le début d'une récession.
- (2) Cependant, étant donné que les moyennes ont évolué dans un intervalle assez étroit avant les pics cycliques, les investisseurs feraient probablement aussi bien en vendant huit mois avant le pic d'activité économique.
- (3) Un investisseur ne perdra probablement pas beaucoup s'il vend ses actions plusieurs mois avant que l'activité ne commence à décliner, plutôt que d'attendre des indications claires d'une récession, il ne devrait pas conserver ses actions une fois la récession débutée. Le marché a continué de progresser dans une seule des 13 récessions examinées (l'anomalie de 1929), au cours des six premiers mois de récession.
- (4) Tout comme les cours des actions baissent généralement avant que l'activité économique ne commence à décliner, ils remontent généralement avant que le cycle économique n'atteigne son creux. Bien qu'en moyenne les contractions sont plus courtes que les expansions (18 mois, contre 27 pour les expansions), aucune n'a duré moins de huit mois.

Les investisseurs prudents devraient probablement attendre au moins six mois après le début d'une récession avant de commencer à racheter des actions.

Une étude plus récente (Cliff, Ilmanen, & Maloney, 2017) démontre que les investisseurs tentant une stratégie de « market timing » ne performant que légèrement au-delà du marché. La stratégie combinée de « value timing » basée sur le ratio CAPE et du momentum atteint un niveau brut plus élevé de Ratios de Sharpe par rapport à l'achat et à la détention (Buy and Hold). Les preuves suggèrent que l'ajout d'un signal de momentum aide à répondre aux défis du timing contraire, c'est-à-dire aux pertes associées à la vente de titres ayant un élan haussier.

Liens entre la volatilité du marché boursier et les variables macroéconomiques

Bien que la pensée conventionnelle accepte que la bourse joue un rôle important pour les développements macroéconomiques et le cycle économique, les liens entre le marché boursier et les agrégats macroéconomiques ne sont pas bien compris. Ce point de vue est également cohérent avec Barro et Ursua (2009), qui montrent que même si les krachs boursiers ont un pouvoir prédictif des ralentissements du cycle économique, seulement 30% des krachs du marché boursier sont associés à des dépressions, alors que les dépressions sévères sont presque toujours associées aux krachs boursiers. Autrement dit, les krachs du marché boursier se produisent avec beaucoup plus de fréquence que les dépressions. Si les krachs étaient liés à des ralentissements économiques de manière causale, on pourrait s'attendre à voir qu'une plus grande fraction de ceux-ci soient associés à des périodes de ralentissement. Romer (1990) suggère un angle supplémentaire par lequel les fluctuations des marchés boursiers, bien que pas nécessairement les krachs boursiers eux-mêmes, peuvent influencer la demande globale. Dans sa théorie, l'hypothèse fait état que la volatilité du

marché boursier entraîne une incertitude sur les conditions économiques futures et peut ainsi entraîner une baisse de la consommation et des dépenses d'investissement.

La récente crise économique et financière mondiale a stimulé la recherche sur la relation entre les marchés financiers et la macroéconomie (Diebold & Yilmaz, 2008). Il existe désormais des preuves substantielles dans la littérature que les chocs d'incertitude positifs prédisent un ralentissement de l'activité économique. Cependant, quoiqu'il existe un consensus selon lequel les chocs d'incertitude positifs prédisent un ralentissement de l'activité économique, la littérature ne démontre pas si cette relation est stable à travers le temps. Beetsma et Giuliodori (2012), en utilisant des données américaines du début de 1950 jusqu'au milieu de 2011, démontrent que le modèle de réponse macroéconomique aux chocs de volatilité des marchés boursiers a considérablement changé, c'est-à-dire que la réponse négative de la croissance du PIB à de tels chocs s'est atténuée au fil du temps. De plus, alors que dans les intervalles antérieurs de l'échantillon des auteurs, un ralentissement de la croissance de la consommation et de l'investissement contribue à une réduction de la croissance du PIB, dans les parties ultérieures, seule la réaction de l'investissement contribue au ralentissement du PIB. Finalement, les auteurs utilisent une décomposition de la variance pour la croissance de la consommation et montrent que la contribution de la volatilité des marchés boursiers devient négligeable au fur et à mesure que les auteurs passent des parties antérieures à ultérieures de l'échantillon, tandis que la décomposition correspondante pour la croissance des investissements révèle une augmentation du rôle de la volatilité des marchés boursiers. De tels changements dans le modèle de réponse macroéconomique pourraient fournir aux responsables des politiques des informations

supplémentaires sur (l'importance relative) des canaux par lesquels les chocs d'incertitude affectent la macroéconomie et sur le rôle que la politique joue dans la transmission.

Il existe plusieurs canaux potentiels par lesquels une augmentation inattendue de l'incertitude dans l'économie peut affecter les variables macroéconomiques. Cela peut conduire à une augmentation de l'épargne par précaution (Carroll & Samwick, 1998), réduisant ainsi les dépenses de consommation. Elle peut augmenter la compensation requise pour supporter un risque systématique sur les marchés financiers, augmentant ainsi le coût du capital et, par conséquent, décourager l'investissement. Une incertitude plus élevée augmente également la valeur de l'option à attendre pour prendre des décisions d'investissement irréversibles, ralentissant ainsi les dépenses d'investissement (Bernanke, 1983), (Dixit & Pindyck, 1994), (Bloom, Bond, & Van Reenen, 2007). Il en va de même pour les biens de consommation durables. Il a été fait valoir qu'une volatilité (boursière) plus élevée reflète une incertitude accrue quant aux flux financiers futurs et aux taux d'escompte résultant de l'anticipation de changements structurels consommant des ressources, ce qui freine la croissance du PIB tel que démontré par Campbell *et al.* (2001). Ainsi, dans une régression de la croissance du PIB sur la volatilité décalée des marchés boursiers, cette dernière variable devrait entrer avec un coefficient négatif.

La volatilité des actions est en grande partie contracyclique (Mele, 2008), étant plus prononcée dans les mauvais temps que dans les bons. Comprendre les origines et les implications de ces faits est extrêmement pertinent pour les responsables des politiques. En effet, si la volatilité boursière est contracyclique, elle doit nécessairement être porteuse d'information sur l'évolution du cycle économique. Les responsables des politiques pourraient alors tenter d'extraire les signaux que la

volatilité du marché contient pour expliquer le développement du cycle économique. Le rendement des actions est difficile à prévoir, mais les rendements des actions au carré ne le sont pas. Des dizaines d'études ont documenté une variation temporelle importante de la variance conditionnelle des rendements boursiers, ce qui signifie que les actions sont des investissements beaucoup plus risqués à certains moments que d'autres. Un effort considérable a été consacré à la modélisation du comportement dynamique de cette mesure de risque fondamentale (Bollerslev, Chou, & Kroner, 1992), (Engle, 1993). La recherche démontre qu'en étudiant le comportement des séries chronologiques conjointes des rendements boursiers mensuels et de la croissance de la production industrielle, on observe que les rendements boursiers sont bien caractérisés par des épisodes d'une année de forte volatilité, séparés par des périodes de silence plus longues. La croissance de la production réelle, en revanche, est sujette à des changements brusques de la moyenne associés aux récessions économiques. Dans une étude de modèle bivariée dans laquelle ces deux changements sont entraînés par des variables connexes non observées, les auteurs concluent que les récessions économiques sont le principal facteur qui divise les fluctuations de la volatilité des rendements boursiers (Hamilton & Lin, 1996).

Les chocs de volatilité et la production (inter)nationale

Comment un choc chez la volatilité du marché boursier pourrait-il affecter nos prédictions de la production future des différents pays?

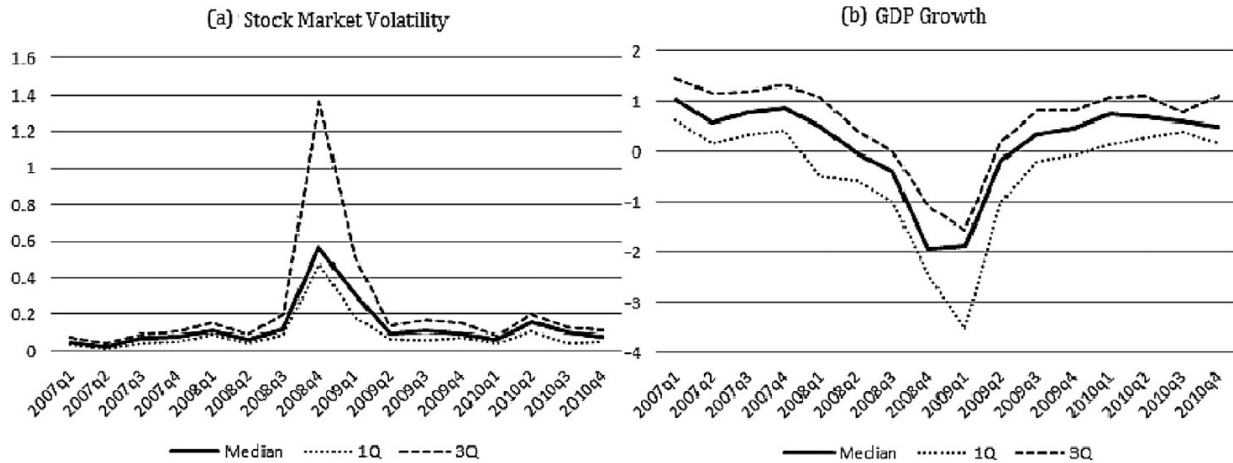


Figure 4.1. Volatilité des marchés boursiers et croissance de la production (2007.Q1-2010.Q4)

Remarque: Cette figure présente la médiane, 1er quartile (noté 1Q) et 3ème quartile (noté 3Q) de la volatilité des marchés boursiers et de la croissance de la production dans 27 pays de 2007.Q1 à 2010.Q4. Les données sont désaisonnalisées. Les dates officielles de récession du NBER pour les États-Unis sont de 2007.Q2 à 2009.Q2, soit 18 mois.

La **Figure 4.1** représente à la fois la variance trimestrielle de l'indice standard des actions par pays de Morgan Stanley Capital International (MSCI) et la croissance de la production réelle. Deux motifs sont visibles. Premièrement, la croissance de la production diminue après les pics de volatilité des marchés boursiers. Deuxièmement, la récession de 2007 est indéniablement l'une des plus dévastatrices depuis la Grande Dépression, avec une stagnation de la croissance de la production prolongée et des retombées marquantes entre les pays.

Vu (2015) a étudié des séries chronologiques et les réponses transversales de la production à la variation de la volatilité des marchés boursiers dans 27 pays sur 40 ans, en contrôlant un certain nombre de caractéristiques propres à chaque pays. L'auteur démontre qu'une volatilité élevée des marchés boursiers est préjudiciable à la croissance future de la production non seulement après les

crises financières, comme souligné précédemment dans la littérature, mais également en dehors des périodes de crise. Vu (2015) démontre que la croissance de la production et les taux d'intérêt réagissent négativement à un choc aléatoire de volatilité et reviennent à leurs valeurs moyennes rapidement par la suite, et ses résultats sont robustes après contrôle de l'incertitude des politiques économiques, du niveau de développement financier et de l'orientation du marché.

Une étude de Chauvet (1998) explore la relation dynamique entre les fluctuations des marchés boursiers et du cycle d'affaires. L'auteur explique que les fluctuations boursières et les cycles économiques sont représentés par des facteurs dynamiques non linéaires à la fréquence mensuelle. Le modèle proposé génère des prévisions du cycle économique des points de retournement en utilisant le facteur de cycle économique, et l'anticipation de ces tours prévus en utilisant le facteur de marché boursier. La Bourse et les indicateurs du cycle économique sont construits comme facteurs dynamiques inobservables. Soit Y_t le vecteur $n \times 1$ de facteurs économiques et financiers observables variables:

$$Y_t = \Lambda(L)F_t + v_t \quad (4.1)$$

Λ est la matrice des chargements factoriels pour les variables observables, la fonction $\Lambda(L)$ est un polynôme de décalage fini d'ordre p , et L est l'opérateur de décalage. Le vecteur Y_t comprend des variables financières qui reflètent des informations contemporaines sur l'état des finances conditions macroéconomiques qui évoluent avec les agrégats activité économique. Ces variables sont composées des termes idiosyncratiques, v_t et du facteur latent stochastique $F_t = \begin{bmatrix} SM_t \\ BC_t \end{bmatrix}$ où SM_t représente le facteur boursier et BC_t le facteur de cycle économique. Les variables d'erreurs idiosyncratiques pour l'économie et la finance suivent un processus autorégressif:

$$v_t = d(L)v_t - 1 + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim s.s.d.N(0, \Sigma) \quad (4.2)$$

où ε_t sont les erreurs de mesure $n \times 1$, Σ^* et Σ_t sont la matrice de covariance pour les variables économiques et financières, respectivement, et $\Xi = \begin{pmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & \Sigma^* \end{pmatrix}$.

Les résultats indiquent que le facteur de marché boursier extrait est un indicateur avancé de l'état du cycle économique et permet d'anticiper les tournants en temps réel. Chaque facteur suit une auto-régression inobservable dont la moyenne et la variance conditionnelle sont fonctions des variables de Markov à deux états, S_t et S_t^* comme suit:

$$F_t = \alpha_{st} + \Phi(L)F_t - 1 + \eta_{S_t} \quad \eta_{S_t} \sim s.s.d.N(0, HS_t), \quad (4.3)$$

$$S_t = 0,1 \text{ et } S_t^* = 0,1,$$

où $\Phi = \begin{bmatrix} \varphi & 0 \\ 0 & \varphi^* \end{bmatrix}$ est la matrice des termes autorégressifs pour les facteurs, $\eta_{S_t} = \begin{bmatrix} \eta_{st}^f \\ \eta_{st}^* \end{bmatrix}$

correspond aux chocs de transition dépendants de l'état vers le facteur boursier, η_{st}^f , et au facteur du cycle économique, η_{st}^* et $H_{st} = \begin{bmatrix} \sigma_{st}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{st}^{*2} \end{bmatrix}$ est sa matrice covariance. Il est supposé que les

facteurs ne soient pas corrélés avec les termes idiosyncratiques à tous les retards. Autrement dit,

$\theta_{S_t} \sim NI \begin{pmatrix} H_{st} & 0 \\ 0 & \Xi \end{pmatrix}$. Les termes d'interception, $\alpha_{st} = \begin{bmatrix} \alpha_0 & + & \alpha_1 S_t \\ \alpha_0^* & + & \alpha_1^* S_t^* \end{bmatrix}$, et la variance des

facteurs dynamiques, H_{st} , basculent entre les états, régis par les probabilités de transition des

processus de Markov à deux états du premier ordre, $p_{ij} = Prob[S_t = j | S_t - 1 = i]$, $p_{ij}^* =$

$Prob[S_t^* = j | S_t^* - 1 = i]$, et $\sum_{j=0}^1 p_{ij}^* = \sum_{j=0}^1 p_{ij} = 1, i, j = 0, 1$. La chaîne de Markov S_t

représente la phase haussière ($S_t = 1$) ou la phase baissière ($S_t = 0$) du cycle boursier, alors que

S_t^* représente les expansions ($S_t^* = 1$) et les contractions ($S_t^* = 0$) du cycle économique. Le

modèle génère des probabilités de contraction boursière (marchés baissiers) et d'expansions

(marchés haussiers), qui peuvent être utilisées pour la prévision en temps réel des points de

changement cycliques de l'activité économique. L'auteur constate que l'indice boursier est utile pour prédire l'état du cycle d'affaires en temps réel.

Causalité entre la volatilité du marché boursier et le cycle d'affaires: Une analyse empirique.

La relation entre la volatilité des marchés boursiers et le cycle d'affaire est un point central de plusieurs études dans la littérature existante. Il s'agit également d'une question d'une importance vitale pour les décideurs en matière de politiques et d'investissement. Par exemple, Fama (1990); Schwert (1990); Corradi et al. (2013); Chauvet et al. (2014) ont tous contribué à la connaissance sur cette relation. Dans notre étude, nous tentons de déterminer si une relation de causalité-Granger existe entre le cycle d'affaires et la volatilité du marché boursier Canadien. Nous produisons d'abord une régression des moindres carrés ordinaires (MCO) entre la volatilité des retours du marché boursier Canadien en utilisant les données du Toronto Stock Exchange (TSX) et la croissance économique Canadienne estimée par le PIB. Une analyse vectorielle autorégressive (VAR) est ensuite effectuée afin de déterminer l'existence d'une relation de causalité Granger de la volatilité envers le cycle d'affaires, ou vice-versa. Notre hypothèse initiale est que la volatilité pourrait avoir un effet de causalité Granger envers le taux de croissance du PIB, puisque les études mentionnées plus haut dans cet ouvrage démontrent que les périodes de décroissances économiques sont associées à une forte volatilité du marché boursier.

Modèles Vectoriels Autorégressifs (VAR)

Les modèles vectoriels autorégressifs (VAR) ont été popularisés en économétrie par Sims (1980) telle une généralisation naturelle des modèles ARMA univariés. Un VAR est un modèle de régression de systèmes (c'est-à-dire qu'il existe plus d'une variable dépendante) qui peut être considéré comme une sorte d'hybride entre les modèles de séries chronologiques univariées

examinés au chapitre 3 et les modèles d'équations simultanées. Les VAR ont souvent été préconisés comme une alternative aux modèles structurels d'équations simultanées à grande échelle.

Le cas le plus simple qui peut être envisagé est un VAR bivarié, où il n'y a que deux variables, y_{1t} et y_{2t} , chacune des valeurs actuelles dépend de différentes combinaisons de K valeurs précédentes des deux variables et des termes d'erreur:

$$y_{1t} = \beta_{10} + \beta_{11}y_{1t-1} + \dots + \beta_{1k}y_{1t-k} + \alpha_{11}y_{2t-1} + \dots + \alpha_{1k}y_{2t-k} + u_{1t} \quad (4.4)$$

$$y_{2t} = \beta_{20} + \beta_{21}y_{2t-1} + \dots + \beta_{2k}y_{2t-k} + \alpha_{21}y_{1t-1} + \dots + \alpha_{2k}y_{1t-k} + u_{2t} \quad (4.5)$$

où u_{it} est un terme de perturbation du bruit blanc avec $E(u_{it}) = 0$, ($i = 1, 2$), $E(u_{1t}u_{2t}) = 0$.

Une caractéristique importante du modèle VAR est donc sa flexibilité et sa facilité de généralisation. Par exemple, le modèle pourrait être étendu pour englober les erreurs à moyennes mobiles, produisant une version multivariée d'un modèle ARMA, connu sous le nom de VARMA.

Les modèles VAR ont plusieurs avantages par rapport aux modèles de séries chronologiques univariés ou aux modèles structurels d'équations simultanées:

1- Il n'y a pas besoin de spécifier quelles variables sont endogènes ou exogènes—toutes sont endogènes. Une exigence pour que les modèles structurels d'équations simultanées soient estimables est que toutes les équations du système soient identifiées.

2- Les VAR permettent à la valeur d'une variable de dépendre de plus que ses propres décalages ou combinaisons de termes de bruit blanc, les VAR sont donc plus flexibles que les modèles AR univariés.

Les modèles VAR ont bien sûr des inconvénients et des limites par rapport aux autres classes de modèles:

1- Les VAR sont athéoriques (comme le sont les modèles ARMA), car ils utilisent peu d'informations théoriques sur les relations entre les variables pour guider la spécification du modèle. D'un autre côté, des restrictions d'exclusion valides qui garantissent l'identification des équations à partir d'un système structurel simultané informeront sur la structure du modèle.

2- Choisir la longueur de décalage optimal pour le VAR. Souvent, la théorie financière n'aura pas grand-chose à dire sur la longueur de décalage appropriée pour un VAR et sur la durée des changements de variables pour fonctionner dans le système. Dans de tels cas, il existe en gros deux méthodes qui pourraient être utilisées pour déterminer la longueur de décalage optimale: les restrictions d'équations croisées et les critères d'information.

3- L'implication de nombreux paramètres. S'il y a g équations, une pour chacune des variables g et avec k décalages de chacune des variables dans chaque équation, les paramètres $(g + kg^2)$ devront être estimés.

Tests de causalité

Il est probable que, lorsqu'un VAR comprend de nombreux décalages de variables, il sera difficile de voir quels ensembles de variables ont des effets significatifs sur chaque variable dépendante et lesquels n'en ont pas. Afin de résoudre ce problème, des tests sont généralement effectués pour limiter tous les décalages d'une variable particulière à zéro.

En supposant que toutes les variables du VAR sont stationnaires, les hypothèses communes peuvent facilement être testées dans le cadre du test F, car chaque ensemble individuel de restrictions implique des paramètres tirés d'une seule équation. Les équations seraient estimées

séparément à l'aide du MCO pour obtenir la somme résiduelle non restreinte des carrés (RSS), puis les restrictions imposées et les modèles réestimés pour obtenir le RSS restreint. Ainsi, l'évaluation de l'importance des variables dans le contexte d'un VAR se produit presque invariablement sur la base de tests conjoints sur tous les décalages d'une variable particulière dans une équation, plutôt que par l'examen des estimations de coefficients individuels. En fait, les tests décrits ci-dessus pourraient également être appelés tests de causalité. Des tests de cette forme ont été décrits par Granger (1969) et une légère variante due à Sims (1972). Les tests de causalité cherchent à répondre à des questions simples du type « Les changements de y_1 provoquent-ils des changements de y_2 ? ». L'argument suit que si y_1 met fin à y_2 , les décalages de y_1 devraient être significatifs dans l'équation pour y_2 . Si tel est le cas et non l'inverse, on dirait que y_1 « cause-Granger » y_2 ou qu'il existe une causalité unidirectionnelle de y_1 à y_2 . Si les deux ensembles de décalages étaient significatifs, on dirait qu'il y a une « causalité bidirectionnelle ». Si t_1 est trouvé pour la cause de Granger y_2 , mais pas l'inverse, on dirait que la variable y_1 est fortement exogène dans l'équation pour y_2 . Si aucun ensemble de décalages n'est statistiquement significatif dans l'équation pour l'autre variable, on dirait que y_1 et y_2 sont indépendants. Enfin, le mot « causalité » est quelque peu impropre, car la causalité de Granger ne signifie en réalité que d'une corrélation entre la valeur actuelle d'une variable et les valeurs passées d'autres; cela ne signifie pas que les mouvements d'une variable provoquent les mouvements d'une autre.

Description des Données

Nous utilisons des données mensuelles du Canada. Notre ensemble de données est dérivé de Yahoo Finance (^TSX) et du gouvernement du Canada (Statistics Canada) et couvre la période entre 2001:06 et 2019:12. L'indice boursier choisi pour représenter le Canada est l'indice composé TSX. Les rendements boursiers mensuels composés en continu sont calculé comme suit:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (4.4)$$

où P_t et P_{t-1} désignent les cours de l'indice boursier aux temps t et $t - 1$ respectivement. Le taux de croissance de la production industrielle totale (c'est-à-dire changements-log de l'indice de la production industrielle totale) représente le cycle économique et est obtenu à une fréquence mensuelle (corrigée des variations saisonnières). Les valeurs de croissances du PIB Canadien ont été obtenues directement via Statistiques Canada; aucune manipulation des données du PIB n'a été nécessaire.

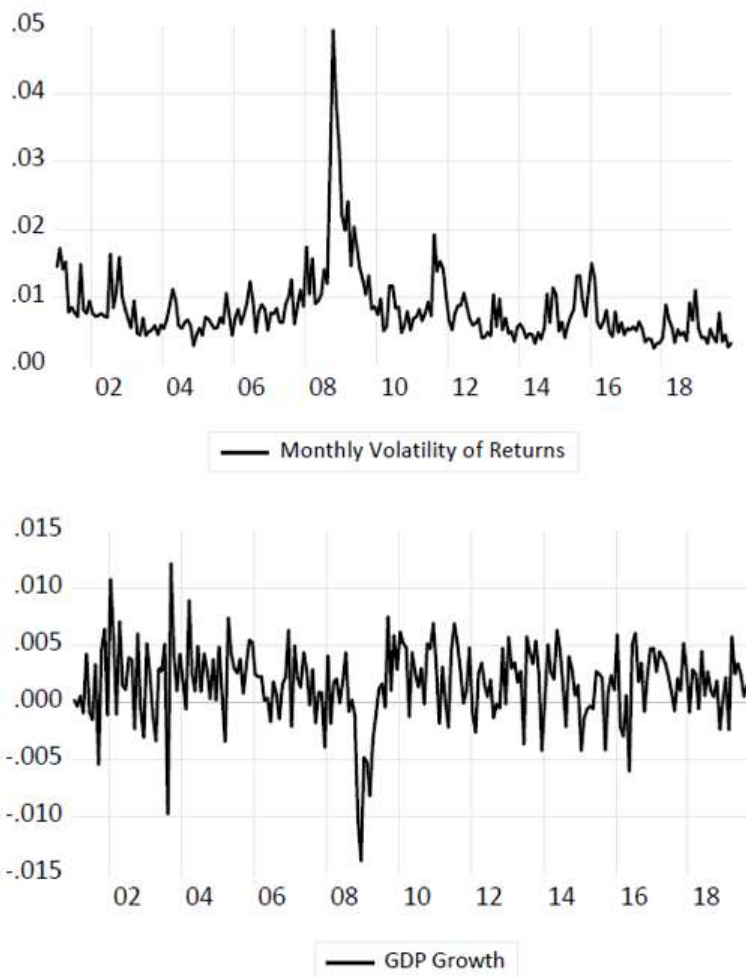


Figure 4.2. Comparaison des séries chronologiques de la croissance mensuelle du PIB Canadien et le taux de volatilité mensuel de l'indice boursier du TSX entre 2001 :01 et 2019 :12 performé à l'aide du logiciel économétrique EViews©.

Méthodologie

Avant d'évaluer la relation entre nos variables, un test de stationnarité Dickey-Fuller augmenté (1981) fut effectué séparément pour chacune de nos variables, sous l'hypothèse nulle que la variable possédait une racine unitaire.

Un VAR sous forme réduite est utilisé à l'aide du logiciel économétrique EViews© et, par conséquent, chaque équation peut effectivement être estimée à l'aide de la méthode des MCOs. Pour qu'un VAR ne soit pas restreint, il est nécessaire que le même nombre de retards de toutes les variables soit utilisé dans toutes les équations. Par conséquent, afin de déterminer les longueurs de décalage appropriées, la généralisation multivariée du critère d'information d'Akaike (AIC) est utilisée.

Dans le cadre du système d'équations VAR, la signification de tous les décalages de chacune des variables individuelles est examinée conjointement avec un test statistique de Fisher (test F). Étant donné que plusieurs décalages des variables sont inclus dans chacune des équations du système, les coefficients des décalages individuels peuvent ne pas apparaître significatifs pour tous les décalages et peuvent avoir des signes et des degrés de signification qui varient avec la longueur du décalage. Cependant, les tests F pourront déterminer si tous les décalages d'une variable particulière sont significatifs conjointement.

Un VAR bivarié de trois retards de la forme matricielle

$$\begin{bmatrix} y_{1,t} \\ y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{1,1}^1 & a_{1,2}^1 \\ a_{2,1}^1 & a_{2,2}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1,t-1} \\ y_{2,t-1} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} a_{1,1}^3 & a_{1,2}^3 \\ a_{2,1}^3 & a_{2,2}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1,t-3} \\ y_{2,t-3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1,t} \\ e_{2,t} \end{bmatrix}$$

fut performé en utilisant deux variables endogènes, soient :

1. La croissance mensuelle du PIB Canadien entre 2001 :01 et 2019 :12;
2. Le taux de volatilité mensuel de l'indice boursier du TSX.

Discussion

Tel que démontré par les **Tableaux 4.4** et **4.5** Les tests de stationnarité Dickey-Fuller augmentés ont démontré une stationnarité chez nos deux séries chronologiques avec une forte statistique-*t*, soient -5.69 ($p < 0.0000$) pour la croissance économique mensuelle et -5.41 ($p < 0.0000$) pour la volatilité des retours mensuels de l'indice TSX. Les deux séries chronologiques sont donc stationnaires et appropriées pour être assujettis à une analyse VAR (voir **Tableau 4.1**). Le critère de sélection Akaike informe une sélection du troisième retard (voir **Tableau 4.2**). Le test de causalité Granger indique une forte dépendance causale du taux de croissance mensuel du PIB Canadien via la volatilité mensuelle de l'indice TSX, c'est-à-dire que la volatilité aide à expliquer la croissance du PIB deux mois à l'avance. Ces résultats sont alignés avec notre hypothèse, puisqu'il a été démontré que les périodes de haute volatilité sont directionnellement causales aux périodes de déclin rapide du PIB. Une modélisation plus sophistiquée pourrait être faite en comparant les tendances asymétriques de la volatilité en lien avec la phase du cycle d'affaires. La nature asymétrique de la volatilité en lien avec les retours du marché boursier est bien supportée, et il serait intéressant pour les investisseurs d'avoir cet indicateur pour estimer à quel point du cycle d'affaires serait la période actuelle.

Bibliographie

- Ahn, C., Byoun, S., & Park, H. Y. (2003). Put-call parity: The case for KOSPI 200 options in Korea. *Working paper*.
- Akgiray, V. (1989). Conditional Heteroscedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecasts. *The Journal of Business*, 61(1), 55-80.
- Arnold, L. G. (2002). *Business Cycle Theory*. ProQuest Ebook Central: Oxford University Press. Récupéré sur <http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliouqo-ebooks/detail.action?docID=4963165>
- Asgharian, H., Christiansen, C., & Hou, A. H. (2015). Effects of macroeconomic uncertainty on the stock and bond markets. *Finance Research Letters*, 13, 10-16.
- Asness, C. S., & Frazzini, A. (2013). The Devil in HML's Details. *The Journal of Portfolio Management*, 39, 49-68.
- Auinger, F. (2015). *The Causal Relationship between the S&P 500 and the VIX Index: Critical Analysis of Financial Market Volatility and Its Predictability*. Linz, Austria: Springer Gabler.
- Bakshi, G., & Kapadia, N. (2003). Delta-hedged gains and the negative market volatility risk premium. *Review of Financial Studies*, 16, 527-566.
- Bali, T. G., Brown, S. J., & Tang, Y. (2014). Macroeconomic Uncertainty and Expected Stock Returns. *Working Paper SSRN*.

- Barro, R. J., & Ursua, J. F. (2009). *Stock-Market Crashes and Depressions*. NBER Working Paper 14760.
- Beetsma, R., & Giuliodori, M. (2012). The changing macroeconomic response to stock market volatility shocks. *Journal of Macroeconomics*, 34, 281-293.
- Bernanke, B. (1983). Irreversibility, uncertainty and cyclical investment. *Quarterly Journal of Economics*, 98, 85-106.
- Bharadwaj, A., & Wiggins, J. B. (2001). Box spread and put-call parity tests for the S&P 500 index LEAPS market. *The Journal of Derivatives*, 8, 62-71.
- Bialkowski, J., Gottschalk, K., & Wisniewski, T. P. (2008). Stock market volatility around national elections. *Journal of Banking & Finance*, 32, 1941-1953.
- Bittman, J. (2007). VIX: It protects and diversifies. *Futures-Cedar Falls IOWA then Chicago*, 36, 38.
- Black, F., & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3), 637-54.
- Blenman, L. P., & Wang, G. J. (2012). New Insights on the Implied and Realized Volatility Relation. *Review of Pacific Basin Financial Markets and Policies*, 15.
- Bloom, N., Bond, S., & Van Reenen, J. (2007). Uncertainty and investment dynamics. *Review of Economic Studies*, 74, 391-415.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.

- Bollerslev, T., Chou, R. Y., & Kroner, K. F. (1992). ARCH modelling in finance: a review of the theory and empirical evidence. *Journal of Econometrics*, 52, 5-59.
- Bolten, S. E. (1985). Cycle exegesis. *Financial Planning*, 20, 208=210.
- Bolten, S. E., & Besley, S. (1986). Long-term asset allocation under dynamic interaction of earnings and interest rates. *Financial Review*, 26, 269-274.
- Bolten, S. E., & Weigand, R. A. (2000). The Generation of Stock Market Cycles. Dans S. E. Bolten, *Stock Market Cycles: A Practical Explanation* (pp. 120-127). Wesport, Conn.: Glenwood Publishing Group.
- Bonham, M. S. (2017, 9). *Business Cycles in Canada*. Récupéré sur The Canadian Encyclopedia: <https://www.thecanadianencyclopedia.ca/en/article/business-cycles>
- Bormotov, M. (2010). Economic cycles: historical evidence, classification and explication. *MPRA*. Récupéré sur <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/19660/>
- Brooks, C. (2014). *Introductory Econometrics for Finance - Third Ed.* Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press.
- Brunetti, C., Buyuksahin, B., & Harris, J. (2015). *Speculators, Prices and Market Volatility*. Ottawa: Bank of Canada.
- Campbell, J. Y., & Schiller, R. J. (1988). Stock prices, earnings, and expected dividends. *Journal of Finance*, 43, 661-676.
- Campbell, J. Y., Lettau, M., Malkiel, B. G., & Xu, Y. (2001). Have individual stocks become more volatile? An empirical exploration of idiosyncratic risk. *Journal of Finance*, 56(1), 1-43.

- Carroll, C. D., & Samwick, A. (1998). How important is precautionary saving? *Review of Economics and Statistics*, 80(3), 410-419.
- Chari, V. V. (1998). Nobel Laureate Robert E. Lucas, Jr.: Architect of Modern Macroeconomics. *Journal of Economic Perspectives*, 12, 171-86.
- Chauvet, M. (1998). An economic characterization of business cycle dynamics with factor structure and regime switches. *International Economic Review*, 39, 969-996.
- Chauvet, M. (1998). Stock market fluctuations and the business cycle. *Journal of Economic and Social Measurement*, 25, 235-257.
- Chauvet, M., & Hamilton, J. D. (2006). Dating business cycle turning points. Dans M. Costas, P. Rothman, & D. V. Djik, *Nonlinear Time Series Analysis of Business Cycles*. Amsterdam: Elsevier.
- Chauvet, M., & Piger, J. (2008). A comparison of the real-time performance of business cycle dating methods. *Journal of Business Economics and Statistics*, 26, 42-49.
- Chauvet, M., Gotz, T., & Hecq, A. (2014). *Realized volatility and business cycle fluctuations: a mixed-frequency VAR approach*. Working paper.
- Christiano, L. J., & Eichenbaum, M. (1992). Current Real-Business-Cycle Theories and Aggregate Labor-Market Fluctuations. *American Economic Review*, 82, 430-50.
- Chu, S.-H., & Freund, S. (1996). Volatility estimation for stock index options: A GARCH approach. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 36(4), 431-450.
- Cipollini, A., & Manzini, A. (2007, April). Can the VIX signal market's direction? An asymmetric dynamic strategy. *An Asymmetric Dynamic Strategy*.

- Cliff, A., Ilmanen, A., & Maloney, T. (2017). Market Timing: Sin a little - Resolving the valuation timing puzzle. *Journal of Investment Management*, 23-40.
- Corradi, V., Distaso, W., & Mele, A. (2013). Macroeconomic determinants of stock volatility and volatility premiums. *Journal of Monetary Economics*, 2, 203-220.
- Cuadra, G., & Lorenzo, M. (2019). Capital Flows and the Business Cycle. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 106, 103717.
- Dekimpe, M. G., & Deleersnyder, B. (2018). Business cycle research in marketing: a review and research agenda. *Journal of the Academic Marketing Science*, 46, 31-58.
- Di Matteo, L. (2017, 10). *Gross Domestic Product (GDP)*. Récupéré sur The Canadian Encyclopedia: <https://www.thecanadianencyclopedia.ca/en/article/gross-domestic-product>
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1981). Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Econometrica*, 49(4), 1057-72.
- Diebold, F. X., & Yilmaz, K. (2008). *Macroeconomic Volatility and Stock Market Volatility, Worldwide*. NBER Working Paper 14269.
- Dimic, N., Kiviaho, J., Piljak, V., & Aijo, J. (2016). Impact of financial market uncertainty and macroeconomic factors on stock-bond correlation in emerging markets. *Research in International Business and Finance*, 36, 41-51.
- Dinkel, R. (1981). Political business cycles in Germany and the United States: some theoretical and empirical considerations. Dans D. A. Hibbs, & H. Fassbender, *Contemporary Political Economy* (pp. 209-230). Amsterdam: North-Holland.

- Dixit, A. K., & Pindyck, R. S. (1994). *Investment Under Uncertainty*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Dshort.com. (2014). The S&P 500 and the VIX since 1990. *Dshort.com*.
- Dubois, E. (2016). Political business cycles 40 years after Nordhaus. *Public Choice*, 166, 235-259.
- Dunlop, J. T. (1938). The Movement of Real and Money Wage Rates. *Economic Journal*, 48, 413-34.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4), 987.
- Engle, R. F. (1993). Statistical models for financial volatility. *Financial Analysts Journal*, 49(1), 72.
- Espinoza, R., Fornari, F., & Lombardi, M. J. (2012). The role of financial variables in predicting economic activity. *Journal of Forecasting*, 31(1), 15-46.
- Estrella, A., & Hardouvelis, G. A. (1991). The term structure as a predictor of real economic activity. *Journal of Finance*, 46, 555-576.
- Estrella, A., & Mishkin, F. S. (1996). Predicting U.S. recessions: financial variable as leading indicators. *The Review of Economics and Statistics*, 80, 45-61.
- Fama, E. F. (1965). The Behavior of Stock-Market Prices. *The Journal of Business*, 38(1), 34-105.
- Fama, E. F. (1981). Stock returns, real activity, inflation and money. *American Economic Review*, 82, 545-565.

- Fama, E. F. (1990). Stock returns, expected returns, and real activity. *Journal of Finance*, 45(4), 1089-1108.
- Fama, E. F., & French, K. R. (2015). A five-factor asset pricing model. *Journal of Financial Economics*, 116, 1-22.
- Fama, E., & French, K. (1993). Common Risk Factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33, 3-56.
- Ferris, S. P., Kim, W., & Park, K. (2010). The informational quality of implied volatility and the volatility risk premium. *Applied Economics Letters*, 17, 445-450.
- Fisher, I. (1977). *The Theory of interest*. Philadelphia: Porcupine Press.
- Fleming, J. (1998). The quality of market volatility forecasts implied by S&P 100 index option prices. *Journal of Empirical Finance*, 5, 317-345.
- Fleming, J. M. (1962). Domestic Financial Policies under Fixed and under Floating Exchange Rates. *IMF Staff Papers*, 9, 369-9.
- Fortune, P. (1996). Anomalies in options pricing: The black-scholes model revisited. *New England Economic Review*, 17-40.
- French, K. R. (1980). Stock returns and the weekend effect. *Journal of Financial Economics*, 8(1), 55-69.
- French, K. R., & Roll, R. (1986). Stock return variances: The arrival of information and the reaction of traders. *Journal of Financial Economics*, 17(1), 5-26.
- Friedman, B. M., & Kuttner, K. N. (1994). *Why does the paper-bill spread predict real economic activity*. NBER Working Paper 3879.

- Friedman, M. (1968). The Role of Monetary Policy. *American Economic Review*, 58, 1-17.
- Friedman, M., & Meiselman, D. (1963). The Relative Stability of Monetary Velocity and the Investment Multiplier in the United States, 1897-1958. Dans E. C. Brown, R. M. Solow, A. Ando, & J. Kareken, *Stabilization Policies* (pp. 165-268). Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Friedman, M., & Schwartz, A. J. (1963). *A Monetary History of the U.S.* Princeton: Princeton University Press.
- Frisch, R. (1933). Propagation Problems and Impulse Problems in dynamic Economics. Dans *Economic Essays in Honor of Gustav Cassel* (pp. 171-205). London: George Allen and Unwin.
- Ghysels, E., Harvey, A. C., & Renault, R. (1995). Stochastic Volatility. Dans G. S. Maddala, & C. R. Rao, *Handbook of Statistics Volume 14* (pp. 119-91). Amsterdam: Elsevier.
- Glick, R., & Lansing, K. J. (2010, 01 11). Global Household Leverage, House Prices and Consumption. *FRBSF Economic Letter 2010-01*.
- Granger, C. W. (1969). Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral Methods. *Econometrica*, 37, 424-38.
- Hamilton, J. D., & Lin, G. (1996). Stock market volatility and the business cycle: Summary. *Journal of Applied Econometrics*, 11, 573-593.
- Harvey, A., Ruiz, E., & Shephard, N. (1994). Multivariate Stochastic Variance Models. *Review of Economic Studies*, 61, 247-64.

- Harvey, C. R. (1989). Forecasting Economic Growth with the Bond and Stock Markets. *Financial Analysts Journal*, 38-45.
- Hicks, J. R. (1937). Mr. Keynes and the Classics: A Suggested Interpretation. *Econometrica*, 5, 147-59.
- Hull, J. C. (2003). *Options, Futures and Other Derivatives (5th ed.)*. Prentice-Hall.
- Hull, J. C., & White, A. D. (1987). The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities. *Journal of Finance*, 42(2), 281-300.
- Hull, J., Godlewski, C., & Merli, M. (2012). *Risk Management & Financial Institutions - Third Edition*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- IMF. (2012, April). Dealing with Household Debt. *World Economic Outlook; Growth Resuming, Dangers Remain*.
- Jiang, G. Y., & Tian, Y. S. (2007). Extracting model-free volatility from option prices: An examination of the VIX index. *The Journal of Derivatives*, 14, 35-60.
- Johnson, H. G. (1971). The Keynesian Revolution and the Monetarist Counter-Revolution. *American Economic Review*, 61, 1-14.
- Jorda, O., Schularick, M., & Taylor, A. M. (2016). The Great Mortgaging: Housing Finance, Crises and Business Cycles. *Economic Policy*, 31(85), 107-152.
- Kalecki, M. (1943). Political aspects of full employment. *Political Quarterly*, 14(4), 322-331.
- Keynes, J. M. (1936). *General Theory of Employment, Interest, and Money*. London: Macmillan.

- Kim, C., & Nelson, C. R. (1998). Business cycle turning points, a new coincident index, and tests of duration dependence based on a dynamic factor model with regime-switching. *Review of Economics and Statistics*, 80, 188-201.
- Kydland, F., & Prescott, E. C. (1982). Time to Build and Aggregate Fluctuations. *Econometrica*, 50, 1345-70.
- Laidler, D. E. (1976). An Elementary Monetarist Model of Simultaneous Fluctuations in Prices and Output. Dans H. Frisch, *Inflation in Small Countries* (pp. 75-89). Berlin: Springer.
- Laidler, D. E. (1992). The Cycle Before New-Classical Economics. Dans M. T. Belongia, & M. R. Garfinkel, *The Business Cycle: Theories and Evidence* (pp. 85-112). Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Lau, C. K., Demir, E., & Bilgin, M. H. (2013). Experience-based corporate corruption and stock market volatility: Evidence from emerging markets. *Emerging Markets Review*, 17, 1-13.
- Lee, B. S., Paek, M., Ha, Y., & Ko, K. (2015). The dynamics of market volatility, market return, and equity fund flow: International evidence. *International Review of Economics and Finance*, 35, 214-227.
- Li, C. A., & Wang, J. C. (2013). The influences of greed and fear on fund performance. *International Journal of Business & Finance Research*.
- Long, J., & Plosser, C. (1983). Real Business Cycles. *Journal of Political Economy*, 91, 39-69.
- Lopez-Salido, D., Stein, J. C., & Zakrajsek, E. (2017). Credit-Market Sentiment and the Business Cycle. *Quarterly Journal of Economics*, 132(3), 1373-1426.

- Lucas, R. E. (1972). Expectations and the Neutrality of Money. *Journal of Economic Theory*, 4, 103-24.
- Lucas, R. E. (1978). Asset Prices in an Exchange Economy. *Econometrica*, 46, 1429-1445.
- Ma, J., & Wang, Y. (2015). Technical Analysis, Business Cycle, and Stock Market. *Advances in Management & Applied Economics*, 5(2), 43-61.
- Madhani, P. M. (2010). Rebalancing Fixed and Variable Pay in a Sales Organization: A Business Cycle Perspective. *Compensation & Benefits Review*, 42(3), 179-189.
- Majmudar, U., & Banerjee, A. (2004). Vix forecasting. *The 40th Annual Conference of the Indian Econometrics Society*.
- Martin, P., & Phillioon, T. (2017). Inspecting the Mechanism: Leverage and the Great Recession in the Eurozone. *American Economic Review*, 107(7), 1904-37.
- Mele, A. (2008). *Understanding Stock Market Volatility: A Business Cycle Perspective*. London School of Economics.
- Mian, A., & Sufi, A. (2010). Household Leverage and the Recession. *IMF Economic Review*, 58(1), 74-117.
- Mian, A., & Sufi, A. (2018). Finance and Business Cycles: The Credit-Driven Household Demand Channel. *Journal of Economic Perspectives*, 32(3), 31-58.
- Mian, A., Sufi, A., & Verner, E. (2017a). *How Do Credit Supply Shocks Affect the Real Economy? Evidence from the United States in the 1980s*.
- Mishkin, F. S. (1998). *The Economics of Money, Banking, and Financial Markets, 5th Edn*. Reading: Addison-Wesley.

- Mundell, R. (1961). The International Disequilibrium System. *Kyklos*, 14, 154-227.
- Mundell, R. (1963). Capital Mobility and Stabilization Policy under Fixed and Flexible Exchange Rates. *Canadian Journal of Economics and Political Science*, 29, 475-85.
- Nishant, K. (2020, 01 22). Bridgewater Co-CIO Bob Prince Says Boom-Bust Cycle Is Over. *Bloomberg*.
- Nordhaus, W. D. (1975). The political business cycle. *Review of economic studies*, 42(2), 169-190.
- Nwogugu, M. C. (2012, March 10). A Critique of the VIX Index, CDS Indices, Options-Based Indices, and Synthetic ETFs/Funds. *CDS Indices, Options-Based Indices, and Synthetic ETFs/Funds*.
- Officer, R. R. (1973). The variability of the market factor of the New York Stock Exchange. *Journal of Business*, 46, 434-453.
- Papadamou, S., Sidiropoulos, M., & Spyromitros, E. (2014). Does central bank transparency affect stock market volatility? *Journal of international Financial Markets, Institutions and Money*, 31, 362-377.
- Papadamou, S., Sidiropoulos, M., & Spyromitros, E. (2017). Does central bank independence affect stock market volatility? *Research in International Business and Finance*, 42, 855-864.
- Parramore, K., & Watsham, T. (2004). Mathematical foundations of risk management. Dans C. Alexander, & E. Sheedy, *The professional risk manager's handbook: a comprehensive*

- guide to current theory and best practices (Vol. II)*. U.S.: Professional Risk Managers International Association.
- Pastor, L., & Veronesi, P. (2012). Uncertainty about government policy and stock prices. *Journal of Finance*, 67, 1219-1264.
- Piccini, R. (1980). Stock Market Behavior Around Business Cycle Peaks. *Financial Analysts Journal - CFA Institute*, 55-58.
- Romer, C. (1990). The Great Crash and the Onset of the Great Depression. *The Quarterly Journal of Economics*, 105, pp. 597-624.
- Samuelson, P. (1939). Interactions Between the Multiplier Analysis and the Principle of Acceleration. *Review of Economics and Statistics*, 21, 75-8.
- Samuelson, P. (1946). Lord Keynes and the General Theory. *Econometrica*, 14, 187-200.
- Samuelson, P. (1955). *Economics, 3rd Edn*. New York: McGraw-Hill.
- Sargent, T. J. (1979). *Macroeconomic Theory*. New York: Academic Press.
- Schwert, G. W. (1989). Why does stock market volatility change over time? *The Journal of Finance*, 154(5), 1115-1152.
- Schwert, G. W. (1990). Stock returns and real activity: a century of evidence. *Journal of Finance*, 45(4), 1237-1257.
- Shephard, N. (1996). Statistical aspects of ARCH and stochastic Volatility. Dans D. R. Cox, D. V. Hinkley, & O. E. Barndorff-Nielsen, *Time Series Models: in Econometrics, Finance, and Other Fields* (pp. 1-67). London: Chapman and Hall.

- Shiller, R. J. (1990). Market Volatility and Investor Behavior. *The American Economic Review*, 80(2), 58.
- Shu, H.-C., & Chang, J.-H. (2015). Investor Sentiment and Financial Market Volatility. *Journal of Behavioral Finance*, 16, 206-219.
- Sims, C. A. (1972). Money, income, and Causality. *American Economic Review*, 62(4), 540-42.
- Sims, C. A. (1980). Macroeconomics and Reality. *Econometrica*, 48, 1-48.
- Statistics Canada. (s.d.). *Table 36-10-0434-01 Gross domestic product (GDP) at basic prices, by industry, monthly (x 1,000,000)*. Ottawa: Government of Canada.
doi:<https://doi.org/10.25318/3610043401-eng>
- Stock, J. H., & Watson, M. W. (1991). A probability model of the coincident economic indicators. Dans K. Lahiri, & G. H. Moore, *Leading Economic Indicators: New Approaches and Forecasting Records*. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press.
- Tan, Y., & Floros, C. (2012). Stock market volatility and bank performance in China. *Studies in Economics and Finance*, 29(3), 211-228.
- Tarshis, L. (1939). Changes in Real and Money Wages. *Economic Journal*, 49, 45-65.
- Taylor, S. J. (1994). Modelling Stochastic Volatility: A Review and Comparative Study. *Mathematical Finance*, 4, 183-204.
- Thomas, A., Spataro, L., & Mathew, N. (2014). Pension funds and stock market volatility: An empirical analysis of OECD countries. *Journal of Financial Stability*, 11, 92-103.
- Tobin, J. (1993). Price Flexibility and Output Stability: An Old Keynesian View. *Journal of Economic Perspectives*, 7, 45-65.

- Vu, N. T. (2015). Stock market volatility and international business cycle dynamics: Evidence from OECD economies. *Journal of International Money and Finance*, 50, 1-15.
- Wagnet, D., Ellis, D. M., & Dubofsky, D. A. (1996). The Factors Behind Put-Call Parity Violations of S&P 100 Index Options. *Financial Review*, 31, 535-552.
- Wang, Y., & Deng, H. (2018). Expectations, Behavior, and Stock Market Volatility. *Emerging Markets Finance & Trade*, 54, 3235-3255.
- Whaley, R. E. (2009). Understanding the VIX. *The Journal of Portfolio Management*, 35, 98-105.
- Yalincak, H. (2012, July). Criticism of the Black-Scholes Model: But Why is it Still Used?: (The Answer is Simpler than the Formula). *The Answer is Simpler than the Formula*.
- Yoshikawa, H. (2013, May). Stochastic Macro-equilibrium and Microfoundations for Keynesian Economics. *Research Institute of Economy, Trade and Industry: Discussion Paper Series 13-E-039*.
- Zarnowitz, V. (1992). *Business Cycles: Theory, History, Indicators and Forecasting*. University of Chicago Press. doi:ISBN: 0-226-97890-7
- Zoltners, A. A., Sinha, P., & Lorimer, S. E. (2008). Sales force effectiveness: A framework for researchers and practitioners. *Journal of Personal Selling & Sales Management*, 28(2), 115-131.

ANNEXE A

Résultats

Tableau 4.1 : Résultats d'un VAR bivarié à trois retards comparant la croissance mensuelle du PIB Canadien et le taux de volatilité mensuel de l'indice boursier du TSX entre 2001 :01 et 2019 :12 performé à l'aide du logiciel économétrique EViews©.

Vector Autoregression Estimates		
Date: 04/13/20 Time: 08:54		
Sample (adjusted): 2001M04 2019M12		
Included observations: 225 after adjustments		
Standard errors in () & t-statistics in []		
	GDPGROW	VOLATILITY
GDPGROWTH(-2)	0.011989 (0.06411) [0.18702]	0.033201 (0.09231) [0.35965]
GDPGROWTH(-3)	0.180675 (0.06271) [2.88095]	0.057382 (0.09031) [0.63541]
VOLATILITY(-2)	-0.311572 (0.05687) [-5.47866]	0.603768 (0.08189) [7.37260]
VOLATILITY(-3)	0.085574 (0.05932) [1.44250]	0.071753 (0.08543) [0.83994]
C	0.003233 (0.00050) [6.50410]	0.002451 (0.00072) [3.42454]
R-squared	0.243468	0.418770
Adj. R-squared	0.229713	0.408202
Sum sq. resids	0.001911	0.003964
S.E. equation	0.002948	0.004245
F-statistic	17.70017	39.62690
Log likelihood	994.2858	912.2397
Akaike AIC	-8.793652	-8.064353
Schwarz SC	-8.717738	-7.988440
Mean dependent	0.001662	0.008260
S.D. dependent	0.003359	0.005518
Determinant resid covariance (dof adj.)	1.56E-10	
Determinant resid covariance	1.49E-10	
Log likelihood	1907.253	
Akaike information criterion	-16.86447	
Schwarz criterion	-16.71265	
Number of coefficients	10	

Tableau 4.2 : Évaluation des critères de sélection d'ordre des retards d'un VAR standard comparant la croissance mensuelle du PIB Canadien et le taux de volatilité mensuel de l'indice boursier du TSX entre 2001 :01 et 2019 :12 performé à l'aide du logiciel économétrique EViews©.

VAR Lag Order Selection Criteria						
Endogenous variables: GDP_GROWTH MONTHLY_VOLATILITY_OF_RETURNS						
Exogenous variables: C						
Date: 03/08/20 Time: 10:27						
Sample: 2001M01 2019M12						
Included observations: 218						
Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	1769.259	NA	3.12e-10	-16.21338	-16.18233	-16.20084
1	1882.539	223.4417	1.14e-10	-17.21595	-17.12280*	-17.17832
2	1890.990	16.51497	1.10e-10	-17.25679	-17.10154	-17.19408*
3	1895.576	8.877964	1.09e-10*	-17.26217*	-17.04481	-17.17437
4	1898.882	6.339428	1.10e-10	-17.25580	-16.97635	-17.14293
5	1901.493	4.957176	1.11e-10	-17.24305	-16.90150	-17.10509
6	1903.267	3.336478	1.14e-10	-17.22263	-16.81897	-17.05959
7	1910.185	12.88397	1.11e-10	-17.24940	-16.78364	-17.06127
8	1911.692	2.780538	1.13e-10	-17.22654	-16.69868	-17.01333
9	1914.235	4.641043	1.15e-10	-17.21316	-16.62320	-16.97487
10	1920.094	10.58974*	1.13e-10	-17.23022	-16.57816	-16.96684
* indicates lag order selected by the criterion						
LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)						
FPE: Final prediction error						
AIC: Akaike information criterion						
SC: Schwarz information criterion						
HQ: Hannan-Quinn information criterion						

Tableau 4.3 : Test de causalité Granger d'un VAR standard comparant la croissance mensuelle du PIB Canadien et le taux de volatilité mensuel de l'indice boursier du TSX entre 2001 :01 et 2019 :12 performé à l'aide du logiciel économétrique EViews©.

VAR Granger Causality/Block Exogeneity Wald Tests			
Date: 03/08/20 Time: 10:50			
Sample: 2001M01 2019M12			
Included observations: 226			
Dependent variable: GDP_GROWTH			
Excluded	Chi-sq	df	Prob.
MONTHLY_VOLATILIT	52.14054	2	0.0000
All	52.14054	2	0.0000
Dependent variable: MONTHLY_VOLATILITY_OF_RETURNS			
Excluded	Chi-sq	df	Prob.
GDP_GROWTH	0.298105	2	0.8615
All	0.298105	2	0.8615

Tableau 4.4 : Test de stationnarité Dickey-Fuller augmenté de la série chronologique à zéro retard (sélectionné sous le critère d'information de Schwartz) du taux de volatilité mensuel de l'indice boursier du TSX entre 2001 :01 et 2019 :12 performé à l'aide du logiciel économétrique EViews©.

Null Hypothesis: MONTHLY_VOLATILITY_OF_RETURNS has a unit root				
Exogenous: Constant, Linear Trend				
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=14)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-5.412317	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.998997	
	5% level		-3.429745	
	10% level		-3.138397	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(MONTHLY VOLATILITY OF RETURNS)				
Method: Least Squares				
Date: 03/11/20 Time: 05:37				
Sample (adjusted): 2001M02 2019M12				
Included observations: 227 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
MONTHLY_VOLATILITY_OF_RETURNS(-	-0.230780	0.042640	-5.412317	0.0000
C	0.002360	0.000643	3.670068	0.0003
@TREND("2001M01")	-4.18E-06	3.60E-06	-1.161359	0.2467
R-squared	0.115653	Mean dependent var		-4.98E-05
Adjusted R-squared	0.107757	S.D. dependent var		0.003669
S.E. of regression	0.003466	Akaike info criterion		-8.478604
Sum squared resid	0.002691	Schwarz criterion		-8.433340
Log likelihood	965.3216	Hannan-Quinn criter.		-8.460340
F-statistic	14.64710	Durbin-Watson stat		2.145122
Prob(F-statistic)	0.000001			

Tableau 4.5 : Test de stationnarité Dickey-Fuller augmenté de la série chronologique à deux retards (sélectionné sous le critère d'information de Schwartz) de la croissance mensuelle du PIB Canadien entre 2001 :01 et 2019 :12 performé à l'aide du logiciel économétrique EViews©.

Null Hypothesis: GDP_GROWTH has a unit root				
Exogenous: Constant, Linear Trend				
Lag Length: 2 (Automatic - based on SIC, maxlag=14)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-5.694847	0.0000
Test critical values:				
	1% level		-3.999365	
	5% level		-3.429923	
	10% level		-3.138502	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(GDP_GROWTH)				
Method: Least Squares				
Date: 03/11/20 Time: 05:32				
Sample (adjusted): 2001M04 2019M12				
Included observations: 225 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
GDP_GROWTH(-1)	-0.558716	0.098109	-5.694847	0.0000
D(GDP_GROWTH(-1))	-0.370339	0.086785	-4.267309	0.0000
D(GDP_GROWTH(-2))	-0.256482	0.065232	-3.931832	0.0001
C	0.001085	0.000472	2.301072	0.0223
@TREND("2001M01")	-1.31E-06	3.30E-06	-0.396459	0.6922
R-squared	0.484255	Mean dependent var		1.26E-05
Adjusted R-squared	0.474878	S.D. dependent var		0.004436
S.E. of regression	0.003214	Akaike info criterion		-8.620425
Sum squared resid	0.002273	Schwarz criterion		-8.544511
Log likelihood	974.7978	Hannan-Quinn criter.		-8.589786
F-statistic	51.64195	Durbin-Watson stat		1.956168
Prob(F-statistic)	0.000000			