

MÉMOIRE DE MAÎTRISE

PRÉSENTÉ À
SAID BOUKENDOUR, PhD.
RÉSPONSABLE DU PROGRAMME
TANDJA MBIANDA DJERRY CHARLI, PhD.

COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN ÉCONOMIE FINANCIÈRE

PAR
MOHAMED ZAH DARANE

ÉTUDE COMPARATIVE DES PERFORMANCES ET RISQUES DES
INDICES SECTORIELS DU S&P, TSX AVANT ET POST-COVID-19

TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES MATIÈRES	1
LISTE DES FIGURES	4
LISTE DES TABLEAUX	7
0.1 CONTEXTE	9
0.2 PROBLÉMATIQUE	10
0.3 ORGANISATION	11
1 LA FINANCE CLASSIQUE ET LE CARACTÈRE D'ATTACHEMENT AUX CRISES	13
INTRODUCTION	13
1.1 INTRODUCTION	14
1.2 LA CRISE ÉCONOMIQUE & FINANCIÈRE COVID-19 S'AJOUTE AUX CRISES ACCUMULÉES PAR LE SYSTÈME CLASSIQUE	15
1.2.1 L'épidémie de Coronavirus et l'impact sur l'économie mondiale	15
1.3 LES CRISES DU SYSTÈME CAPITALISTES	18
1.3.1 La crise de 1929	18
1.3.2 Les crises récurrentes après l'effondrement du système de Bretton Woods	19
1.3.3 La crise de subprimes (2007-2008)	21
1.4 L'ANALYSE CRITIQUE DU SYSTÈME CAPITALISTE:LES THÉORIES DES CYCLES ET LES CRISES ÉCONOMIQUES	22
1.4.1 La théorie de Joseph Clément JUGLAR (1983)	22
1.4.2 Le cycle Kitchin (1923)	23
1.4.3 Le cycle de Kuznets (1930)	23
1.4.4 Le cycle de Kondratiev (1926)	23
1.4.5 La vision de Karl Marx envers le système capitaliste	24
2 LA GESTION INDICIELLE	26
INTRODUCTION	26
2.1 INTRODUCTION	27
2.2 PRÉSENTATION DE LA GESTION INDICIELLE	27
2.3 TYPES DE LA GESTION INDICIELLE	30
2.3.1 La gestion indicielle passive	30
2.3.2 La gestion indicielle active	30
2.3.3 La gestion indicielle tiltée	31
2.3.4 La gestion coeur satellite	31
2.4 MÉTHODES DE LA GESTION INDICIELLE	32
2.4.1 La gestion répliquante	32

2.4.2	Les techniques de gestion indicielle active	35
	CONCLUSION	36
3	PARADIGME RENTABILITÉ/RISQUE	38
	INTRODUCTION	38
3.1	LA RENTABILITÉ	40
3.1.1	Pour une action	40
3.1.2	Pour un portefeuille d'actions	42
3.1.3	Les faits stylisés des rentabilités	43
3.2	LE RISQUE	45
3.2.1	Définition du risque	45
3.2.2	Le risque financier	45
3.2.3	Les mesures classiques de risque	47
3.3	LES MESURES DE PERFORMANCE	50
3.3.1	Les mesures de performance classiques	51
3.3.2	Les autres mesures de performance "Alternatives"	53
	CONCLUSION	54
4	LA THÉORIE MODERNE DE PORTEFEUILLE	56
	INTRODUCTION	56
4.1	LE MODÈLE DE MARKOWITZ	58
4.1.1	Les hypothèses de base	58
4.1.2	Le portefeuille optimal	59
4.1.3	La diversification	67
4.1.4	La frontière efficiente et choix de portefeuille	68
4.1.5	Les critiques adressées au modèle Moyenne-Variance	72
4.2	LE MODÈLE D'ÉVALUATION DES ACTIFS FINANCIERS (MEDAF)	73
4.2.1	Les hypothèses de base	73
4.2.2	Le modèle de base	74
4.2.3	Les limites du modèle MEDAF	75
4.3	LE MODÈLE D'ÉVALUATION PAR ARBITRAGE (MEA)	76
4.3.1	Les hypothèses de base	76
4.3.2	Le modèle initial de Ross (1976)	76
	CONCLUSION	77
5	MÉTHODOLOGIES DE RECHERCHES ET DONNÉES	79
	INTRODUCTION	79
5.1	DONNÉES	80
5.2	MÉTHODOLOGIE	85
5.2.1	Comparaison de portefeuilles: mesures de performance	85
5.2.2	Comparaison de indices: mesures de risque	87
	CONCLUSION	101
6	ÉTUDE COMPARATIVE DES PERFORMANCES DES INDICES SEC- TORIELS	103
	INTRODUCTION	103
6.1	DONNÉES	104
6.2	ANALYSE EMPIRIQUE DE L'ÉCHANTILLON	105
6.3	MESURES DE PERFORMANCE	106
6.4	RÉSULTATS	107
6.5	DISCUSSION	116

CONCLUSION	118
7 ÉTUDE COMPARATIVE DES RISQUES DES INDICES SECTORIELS	119
INTRODUCTION	119
7.1 MÉTHODOLOGIE: COMPARAISON DES INDICES	121
7.1.1 Valeur en Risque (VaR)	124
7.1.2 Valeur en Risque Conditionnelle (CVaR)	129
CONCLUSION	132
CONCLUSION GÉNÉRALE	133
8 RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	134
A ANNEXES	141
A.1 LES TESTS DE RACINE UNITAIRE DES RENDEMENTS SUR EViews	142
A.2 ESTIMATION DES PARAMÈTRES DU MODÈLE GARCH(1,1) AVEC LA DISTRIBUTION NORMALE	144

LISTE DES FIGURES

3.1	Représentation du coefficient de Skewness positif et négatif par rapport à une distribution symétrique	44
3.2	Représentation du coefficient de kurtosis positif et négatif par rapport à une distribution symétrique	45
4.1	Représentation de la frontière efficiente de Markowitz (en l'absence d'actif sans risque)	70
4.2	Représentation de la frontière efficiente de Markowitz (en présence d'actif sans risque)	71
4.3	Représentation de la frontière efficiente et les courbes d'indifférences	72
5.1	Representation graphique de l'indice Metals & Mining . . .	81
5.2	Representation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Energy	81
5.3	Representation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Financiers	82
5.4	Representation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Health Care	82
5.5	Representation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Information Technology	82
5.6	Representation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Real Estate	83
5.7	Representation graphique de l'indice TSX Clean Technology	83
5.8	Representation graphique de l'indice TSX Cons Discretion	83
5.9	Representation graphique de l'indice S&P TSX Cons Staples	84
5.10	Representation graphique de l'indice S&P TSX Industrials .	84
5.11	Representation graphique de l'indice S&P TSX REIT	84
5.12	Representation graphique de l'indice S&P TSX Telecomm .	85
5.13	La méthodologie utilisée pour comparer les indices	85
5.14	Représentation graphique de la VaR	88
5.15	Représentation graphique de la CVaR	89
6.1	Illustration graphique des rangs des différents indices selon le rendement moyen au cours de la période Pré-COVID 19 (2018-2019)	109
6.2	Illustration graphique des rangs des différents indices selon le rendement moyen au cours de la période Post-COVID 19 (2020-2021)	109
6.3	Illustration graphique des rangs des différents indices selon l'écart type au cours de la période Pré-COVID 19 (2018-2019))	111

6.4	Illustration graphique des rangs des différents indices selon l'écart type au cours de la période Post-COVID 19 (2020-2021)	111
6.5	Illustration graphique des rangs des différents indices selon Ratio de Sharpe au cours de la période Pré-COVID 19 (2018-2019))	112
6.6	Illustration graphique des rangs des différents indices selon Ratio de Sharpe au cours de la période Post-COVID 19 (2020-2021)	113
6.7	Illustration graphique des rangs des différents indices selon Ratio de Treynor au cours de la période Pré-COVID 19 (2018-2019))	114
6.8	Illustration graphique des rangs des différents indices selon Ratio de Treynor au cours de la période Post-COVID 19 (2020-2021)	114
6.9	Illustration graphique des rangs des différents indices selon Alpha de Jensen au cours de la période Pré-COVID 19 (2018-2019))	115
6.10	Illustration graphique des rangs des différents indices selon Alpha de Jensen au cours de la période Post-COVID 19 (2020-2021)	116
6.11	Illustration graphique des rangs des différents indices selon le redement mensuel durant toute la période	117
6.12	Illustration graphique des rangs des différents indices selon l'écart type durant toute la période	117
6.13	Illustration graphique des rangs des différents indices selon le Ratio de Sharpe durant toute la période	117
6.14	Illustration graphique des rangs des différents indices selon le Ratio de Treynor durant toute la période	117
6.15	Illustration graphique des rangs des différents indices selon Alpha de Jensen durant toute la période	118
A.1	Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Health Care	142
A.2	Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Health Care	142
A.3	Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Health Care	143
A.4	Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Energy	144
A.5	Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Financiers	144
A.6	Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Health Care	145
A.7	Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Information technology	145
A.8	Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Real Estate	146
A.9	Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Metals and Mining	146

A.10	Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Telecomm	147
------	---	-----

Liste des Tableaux

6.1	Les statistiques descriptives des données de l'échantillon . . .	105
6.2	Les résultats de l'évaluation mensuelle du taux de rendement	108
6.3	Classement des performances des portefeuilles selon l'Alpha de Jensen	115
7.1	Les tests de racine unitaire des rendements	122
7.2	Estimation des paramètres du modèle GARCH(1,1) avec la distribution normale	123
7.3	Estimation des paramètres du modèle GARCH(1,1) avec la distribution Student	123
7.4	Estimation des paramètres du modèle GRJ-GARCH(1,1) . .	123
7.5	Résultats de Couverture inconditionnelle et conditionnelle du modèle VaR-GARCH(1,1) avec la distribution normale pour les indices	124
7.6	Résultats de Couverture inconditionnelle et conditionnelle du modèle VaR-GARCH(1,1) avec la distribution normale l'approximation de Cornish-Fisher pour les indices	125
7.7	Résultats de Couverture inconditionnelle et conditionnelle du modèle VaR-GARCH(1,1) avec la distribution normale avec la fonction Johnson pour les indices	125
7.8	Résultats de Couverture inconditionnelle et conditionnelle du modèle VaR-GARCH(1,1) avec la distribution Student . .	126
7.9	Résultats de Couverture inconditionnelle et conditionnelle du modèle VaR-GARCH(1,1) avec la distribution Student avec l'approximation de Cornish-Fisher pour les indices . .	126
7.10	Résultats de Couverture inconditionnelle et conditionnelle du modèle VaR-GARCH(1,1) avec la distribution Student avec la fonction Johnson pour les indices	127
7.11	Résultats de Couverture inconditionnelle et conditionnelle du modèle VaR-GJRGARCH(1,1) pour les indices	127
7.12	Résultats de la Valeur en Risque conditionnelle (CVaR) du modèle VaR-GARCH(1,1) avec distribution normale.	129
7.13	Résultats de la Valeur en Risque conditionnelle (CVaR) du modèle VaR-GARCH(1,1) avec distribution normale et l'approximation de Cornish-Fisher.	129
7.14	Résultats de la Valeur en Risque conditionnelle (CVaR) du modèle VaR-GARCH(1,1) avec distribution normale avec et la fonction Johnson	129
7.15	Résultats de la Valeur en Risque conditionnelle (CVaR) du modèle VaR-GARCH(1,1) avec distribution Student.	130

7.16	Résultats de la Valeur en Risque conditionnelle (CVaR) du modèle VaR-GARCH(1,1) avec distribution Student et l'approximation de Cornish-Fisher.	130
7.17	Résultats de la Valeur en Risque conditionnelle (CVaR) du modèle VaR-GARCH(1,1) avec distribution Student et la fonction Johnson.	130
7.18	Résultats de la Valeur en Risque conditionnelle (CVaR) du modèle VaR-GJRGARCH(1,1)	130

INTRODUCTION GÉNÉRALE

0.1 CONTEXTE

La pandémie **Covid-19**, provoquée par le Coronavirus SARS COV2 est la maladie infectieuse émergente, apparue dans la ville chinoise de Wuhan, avant qu'elle ne se propage d'une rapidité incroyable dans la major partie du monde. Ce contexte inédit et tragique de crise sanitaire que nous vivons, a tout d'abord des impacts humains très lourds avec en effet plus de 1 868 893 morts et 86 millions de cas recensés dans 218 pays et territoires (CFNEWS¹). Ce constat a conduit les Etats à prendre des mesures draconiennes pour freiner l'épidémie, en bloquant dans un premier temps l'ensemble des frontières afin de limiter le transit, puis en adoptant le confinement des populations. Ces mesures très responsables appuyées par l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS) pour réduire la propagation du virus, ont un impact direct sur la dynamique économique mondiale qui subit un ralentissement considérable. En effet, les grands pôles économiques mondiaux sont sévèrement touchés ; la Chine dans un premier temps, puis l'Europe, où l'Italie et la France sont gravement impactés par le virus et dernièrement les Etats-Unis où la maladie s'est propagée à grande vitesse. Aujourd'hui tous les signaux économiques sont au rouge, ainsi comme il est clairement annoncé dans le titre du rapport publié par l'Organisme Coopératif du Développement Economique (OCDE) au début de mars 2020 (**l'économie mondiale menacée**), l'organisation a estimé un ralentissement de la croissance mondiale de 2.9% à 2.4% dû à la propagation de la pandémie. Sur le plan financier le secteur bancaire n'est pas épargné comme l'indique l'agence de notation standard and Poor's dans un rapport assez alarment publié par le Financial Times qui annonce le risque d'une hausse de 750 milliards d'euros aux créances des banques chinoises si la crise se prolonge. A son tour le Fond Monétaire International (FMI) estime que 15 % des prêts chinois sont à risque ce qui impact fort la dynamique du pays. Le domaine de la bourse a également été affecté dès la mi-janvier, où les prix réagissent de façon irrationnelle. Parallèlement à cela, la guerre pétrolière entre les pays du moyen orient, la Russie, et les Etats-Unis, ne fait que s'intensifier faisant effondrer les cours du pétrole à des prix du jamais vu dans l'histoire. Ainsi une estimation de la situation économique mondiale même à la veille de l'apparition de la crise sanitaire actuelle fait montrer une instabilité politique et une aggravation de l'intensité des conflits commerciaux entre les grandes puissances économiques mondiales (tel que la guerre commerciale entre la chine et les Etats-Unis). Face à ces différents facteurs plusieurs opérateurs

¹<https://www.cfnews.net> visité au mois de Décembre.

économiques et financiers craintes de la reproduction d'un tel scénario de la grande dépression de 2008.

Le présent mémoire de recherche propose une étude sur le comportement des indices sectoriels au sein du marché financier Canadien dans la période de récession économique actuelle engendrée par la crise biologique de Covid-19, l'indice Toronto Stock Exchange 300 (TSE 300²), lancé en janvier 1977, est un indice pondéré en fonction de la valeur du marché, composé des 300 plus grandes actions négociées, sélectionnées avec soin à la Bourse de Toronto sur la base des politiques et des critères établis par le comité de l'indice. Les principaux indices, tels que le Standard & Poor's 500 (S&P 500) et le TSE 300, remplissent plusieurs fonctions, notamment celle de servir de référence de performance et de représenter le marché des actions pour les gestionnaires professionnels des investissements. Pour servir de référence de performance appropriée, la performance de l'indice doit reproduire fidèlement la performance du marché des actions canadiennes. Pour représenter le marché canadien des actions, le TSE 300 doit capter un pourcentage élevé de la capitalisation boursière du marché. En mai 2002, la gestion du TSE 300 a été reprise par Standard & Poor's et le TSE 300 a été rebaptisé en indice composite S&P/TSX. Il consistait en la première modification importante du TSE 300 depuis 1977, et la transition s'est faite progressivement sur six mois.

0.2 PROBLÉMATIQUE

La particularité de TSE 300 été le classement des actions en 14 secteurs. Ce système de classification était unique sur le marché canadien. Toutefois, en mars 2002, les actions ont été classées en 10 secteurs basé sur la norme de classification globale des industries (GICS) développée par Standard & Poor's et Morgan Stanley Capital International (MSCI). Le but de ce reclassement était de permettre pour une meilleure comparaison des secteurs industriels canadiens sur une base mondiale. D'une manière plus précise nous allons essayer d'apporter des éléments de réponse à la problématique suivante : **Quel comportement des indices boursiers sectoriels au sein de la conjoncture économique actuelle ?** Une panoplie des études de ce genre ont été précédemment élaborées, cherchant à répondre à cette problématique fondamentale de la comparaison de la performance des indices boursiers sectoriels et de leurs benchmarks ou leurs homologues, or que les résultats produits par ces recherches se caractérisent par la divergence des constats et l'absence d'unanimité sur la surperformance ou la sous-performance d'un secteur.

Afin d'aborder cette problématique, nous commençons par une présentation de la bourse des valeurs de Toronto et l'indice Toronto Stock Exchange 300 (TSE 300). En mettant l'accent sur les changements apportés au TSE 300 et sa la nouvelle composition dans les sous-sections suivantes : le nombre de composantes de l'indice, les catégories de secteurs, la périodicité des révisions de l'indice et les critères d'éligibilité et de maintien.

²L'indice TSE 300 était un indice boursier canadien qui suivait les cours de 300 actions influentes négociées à la Bourse de Toronto. Depuis le 1er mai 2002, il a été remplacé par l'indice composite S&P/TSX.

Dans un second temps, nous nous intéresserons à faire une revue de littérature exhaustive sur la problématique de la performance et les risques des indices boursiers, nous mettons en doigt les spécificités, les synthèses et les limites de la littérature antérieure.

Dans un troisième temps, nous nous intéresserons au paradigme risque/rendement comme un couple sur lequel tous les investisseurs fondent leurs choix en matière de sélection de portefeuilles et d'indices.

Par la suite, Nous développerons notre recherche en trois volets. D'abord, nous appliquerons les mesures de performances sur les indices pour déterminer les plus performants et les moins performants. Ensuite, nous proposerons une étude empirique permettant de confronter ces indices en termes du risque total mesuré par les mesures de risque.

0.3 ORGANISATION

Cette thèse se compose de deux parties principales contenant chacune des chapitres.

Première partie: Dans ce volet, nous commençons par les fondements théorique de notre travail qui se compose de 4 chapitres:

-Chapitre 1: Dans le cadre de ce premier chapitre, nous mettre l'accent sur le marché financier Canadien et l'impact de la crise sanitaire sur la santé du système financier.

-Chapitre 2: Dans ce chapitre, nous allons présenter la notion de gestion indicielle avec ses spécificités, tout en expliquant les différentes formes sous-lesquelles elle est caractérisée. Mais aussi de traiter les stratégies relatives à chaque type de gestion .

-Chapitre 3: prolonge et complète le premier qui porte sur le comportement face au risque. Dans ce sens, le présent chapitre aborde un rappel du cadre théorique qui oriente la recherche et la réflexion en finance. Plus particulièrement, nous présenterons le couple rentabilité-risque considéré comme fondamental pour la gestion de portefeuilles d'actifs.

-Chapitre 4: Dans ce chapitre, nous présentons la théorie moderne du portefeuille qui est en mesure de proposer des solutions pratiques pour tous les problèmes d'allocation d'actifs. Des étapes importantes sont Markowitz (1952a), Markowitz (1959), le Capital Asset Pricing Model (CAPM), tirés par Sharpe (1964), Mossin (1966), Lintner (1965), le CAPM intertemporelle par Merton (1973) et le modèle d'évaluation par arbitrage (MEA) de Ross (1976). Ce chapitre fournit une sélection des résultats de recherche précédents importants liés aux sujets abordés dans cette thèse. Ce sont la théorie de Markowitz et ses extensions et les résultats sur les aspects théoriques et empiriques des stratégies d'allocation d'actifs.

Deuxième partie: Elle est consacrée aux travaux effectués sur le marché financier Canadien. Comme tout projet de recherche scientifique nous réservons cette partie à l'étude empirique dont l'objectif est de réaliser une étude comparative des risques et de la performance entre les indices sectoriels au sein de la conjoncture économique actuelle qui vit des pleines turbulences. Elle est constituée de 3 chapitres:

-Chapitre 5: a pour objectif de présenter en premier lieu les choix méthodologiques que nous avons adopté, à savoir la démarche méthodologique, la source des données, la période et l'échantillon d'étude.

-Chapitre 6: Ensuite, nous décortiquons les mesures de performances et les outils statistiques manipulés dans l'étude à savoir les mesures de rentabilités et de volatilités et les mesures de performance ajustée au risque.

-Chapitre 7: Dans ce chapitre, nous nous intéresserons aux concepts de la Valeur en Risque (VaR) et la Valeur en Risque Conditionnelle (CVaR) qui ont gagné leurs place comme des mesures de risque majeures dans la gestion des risques, ainsi que les développements des méthodes d'estimation et de validation des ces deux mesures.

LA FINANCE CLASSIQUE ET LE CARACTÈRE D'ATTACHEMENT AUX CRISES

1

SOMMAIRE

INTRODUCTION	13
1.1 INTRODUCTION	14
1.2 LA CRISE ÉCONOMIQUE & FINANCIÈRE COVID-19 S'AJOUTE AUX CRISES ACCUMULÉES PAR LE SYSTÈME CLASSIQUE	15
1.2.1 L'épidémie de Coronavirus et l'impact sur l'économie mondiale	15
1.3 LES CRISES DU SYSTÈME CAPITALISTES	18
1.3.1 La crise de 1929	18
1.3.2 Les crises récurrentes après l'effondrement du système de Bretton Woods	19
1.3.3 La crise de subprimes (2007-2008)	21
1.4 L'ANALYSE CRITIQUE DU SYSTÈME CAPITALISTE:LES THÉORIES DES CYCLES ET LES CRISES ÉCONOMIQUES	22
1.4.1 La théorie de Joseph Clément JUGLAR (1983)	22
1.4.2 Le cycle Kitchin (1923)	23
1.4.3 Le cycle de Kuznets (1930)	23
1.4.4 Le cycle de Kondratiev (1926)	23
1.4.5 La vision de Karl Marx envers le système capitaliste	24

Dans le cadre de ce premier chapitre, nous allons présenter, le contexte général des marchés financiers et l'impact de la crise sanitaire sur la santé du système financier.

Mots Clés : marché boursier canadien, COVID-19, crise

1.1 INTRODUCTION

L'évolution du système capitaliste depuis le 18^{ème} siècle, est marqué par un processus de développement fragile et critiquable, entaché par une succession des crises économiques et financières, qui frappent tout domaine et secteur, les marchés financiers ne font pas exception. Le krach boursier de Wall Street déclenché aux Etats Unis en 1929, avait provoqué une crise financière suivie d'une récession qui s'aggravait durant plusieurs années, conduisant au phénomène unique d'une "grande dépression" qui s'étendait sur près d'une décennie (Gravereau and Trauman, 2001). Ainsi, l'effondrement des marchés des prêts hypothécaires à risque aux Etats Unis produisant le scandale financier de 2008 "crise des subprimes" sont comptés les plus dévastatrices de l'histoire des crises, certains auteurs sont intéressés à étudier les facteurs communs de ces deux crises, ainsi que le note (Hamon and Jacquillat, 2009), " Dans les deux cas, le système financier semble être un facteur déterminant " (p. 6). En effet le caractère irréal des transactions boursières engendré par l'instabilité chronique liée à la spéculation à haute tension, et le manque de confiance face à la dominance des pratiques amORALES, crainte la stabilité de ce système, et rend inévitable l'apparition des crises au fil du temps. Ce processus nocif démontre la fragilité de ce système et son incapacité à soutenir les besoins de l'économie mondiale à long terme.

Face à ses défaillances continues, le fonctionnement du système capitaliste subissait depuis plusieurs années une vague de critiques par plusieurs économistes, détracteurs et courants intellectuels appelant à la réforme et la justice économique et sociale.

Depuis le début de la pandémie de COVID-19, les institutions financières canadiennes ont permis aux emprunteurs de reporter le remboursement de divers prêts. Combinés aux programmes d'aide gouvernementale, ces sursis ont grandement aidé les ménages à composer avec les perturbations financières découlant de la pandémie. Cependant, le nombre élevé de reports de paiement ayant été accordés soulève des préoccupations quant à la possibilité que les cas de défaillances des ménages puissent monter en flèche quand ces mesures prendront fin.

Dans le premier chapitre il est d'abord question d'établir un cadrage général sur du logique de fonctionnement de l'économie et la finance classiques en s'appuyant sur les lacunes et les imperfections qui imprègnent son évolution, d'où nous mettons en exergue la nécessité de la reformulation d'un ensemble de concepts économiques classiques jugés exclus des principes éthiques et morales qui servent avant toutes choses les intérêts de l'humanité dans son ensemble, chose qui se manifestait par l'émergence d'un ensemble de courants et modes de financement dites alternatifs qui cherchent à proposer des solutions robustes capables de combler les défaillances du système financier conventionnel.

D'une manière plus précise nous subdivisons le présent chapitre en trois sections primordiales, nous traiterons dans une première les impacts économiques de la pandémie les éléments de réponse au questionnement suivant : Pourquoi la crise de Coronavirus est-elle exceptionnelle et inédite?, puis nous traiterons dans une deuxième les échecs du système capitaliste à cause de son caractère d'attachement aux crises. Nous réservons

la dernière section nous discutons les différentes théories traitant les cycles économiques et les crises économiques.

1.2 LA CRISE ÉCONOMIQUE & FINANCIÈRE COVID-19 S'AJOUTE AUX CRISES ACCUMULÉES PAR LE SYSTÈME CLASSIQUE

L'exceptionnel cauchemar sanitaire provoqué par la maladie de coronavirus " Covid 19 " qui vit l'humanité aujourd'hui a par unanimité des répercussions très lourdes sur la santé de l'économie mondiale, du même que son impact économique qui peut s'allonger plusieurs années même après le contournement et le traitement de la pandémie. Dans une autre optique, plusieurs économistes et détracteurs financiers voient que la crise de coronavirus n'est qu'une confirmation de l'apparition d'une grande dépression économique dont plusieurs signaux alarmants sont clairement constatés avant même l'apparition de la crise actuelle, (les conflits politiques et commerciaux entre les grandes puissances économiques mondiales comme celle entre la Chine et les États-Unis, la guerre pétrolière, le recul de la croissance économique dans plusieurs pays), cette crise qui aggravera sans doute la situation d'un système tombé déjà en panne.

1.2.1 L'épidémie de Coronavirus et l'impact sur l'économie mondiale

La pandémie de COVID 19 qui a débuté en Chine en fin 2019 a engendré une crise économique mondiale, en effet pour enrayer la propagation du virus plusieurs pays ont dû prendre des mesures de confinement qui limitent les déplacements de la population. Cette crise économique est inédite par son ampleur et sa vitesse de diffusion à l'échelle planétaire. Ce contexte tragique et inédit de cette crise unique nous sollicite l'intérêt d'étudier son impact nocif sur la santé de l'économie mondiale, mais avant de procéder à traiter les impacts économiques de la pandémie, nous tenons au préalable à apporter des éléments de réponse au questionnement suivant : Pourquoi la crise de Coronavirus est-elle exceptionnelle et inédite?

La crise économique qui découlerait de la pandémie du coronavirus est inédite à plusieurs niveaux :

Une crise à caractère mondial

La grande ampleur de la propagation de la pandémie de Covid-19 est sans doute l'un des raisons de sa gravité inédite que ce soit sur le plan humain et social ou économique, en effet dans un monde moderne caractérisé par la mondialisation, le commerce extérieur, le tourisme international et la globalisation financière, il serait inévitable la propagation rapide des maladies infectieuses et des crises économiques, d'où la crise de Coronavirus est une crise globale et généralisée touchant presque la totalité de l'économie mondiale (plus gravement les grands pôles économiques mondiaux tel que ; la Chine, les États-Unis, la France) à cause de l'arrêt brutal de toutes formes d'activités.

Une crise imprévue et dont le futur est encore ambigu

La crise économique de Covid-19 est exceptionnelle par rapport aux celles passées du fait de son apparition imprévu, où nul n'était en mesure de repérer des signaux ou de prévenir le déclenchement de cet événement majeur. Sa gravité réside également dans son schéma de déroulement tragique et encore méconnue dont les connaissances, le savoir-faire et dernières avancées scientifiques partout dans le monde (que ça soit économiques financières ou dans le domaine de la médecine), ainsi du côté des économistes, des gouverneurs et décideurs internationaux se trouvent tous incapables ni de produire des vaccins pour la maladie ni de proposer clairement des solutions économiques robustes capables de gérer ce genre de situation nouvelle. De plus la gravité de cette crise réside dans la dépendance directe de l'état d'urgence économique actuelle à la durée de contournement et du traitement de la pandémie qui est jusqu'à présent incertaine.

La crise économique de COVID-19 combine à la fois un choc d'offre et de la demande

Le choc d'offre d'abord parce qu'une grande partie des travailleurs est confinés à cause de l'arrêt d'un grand nombre des chantiers, de plus les entreprises ont des problèmes d'approvisionnement, les marchandises nécessaires pour produire venant des fournisseurs étrangers ou même nationaux ne sont plus échelonnés, cette rupture des chaînes de production entraîne une baisse de l'offre.

Le choc de la demande car une partie importante des travailleurs sont mis en chômage complet ou partiel ainsi qu'ils voient leurs ressources déminuer, de plus de l'effet direct du confinement qui empêche les ménages de consommer comme d'habitude. En suite face à l'incertitude concernant l'avenir les ménages peuvent être moins enclins à consommer. En fin la chute des marchés boursiers entraîne une baisse des valeurs des actions, les ménages craignent alors des pertes dans leurs plans d'épargne et les entreprises dans leurs placements, chacun donc préfère d'attendre avant d'investir ou de consommer.

Une crise à impacts économiques majeurs

Les présentes turbulences économiques qui découlerait de la pandémie à la maladie " Covid-19 " est considérée dévastatrice au regard de plusieurs impacts macroéconomiques:

- Effondrement de la croissance économique mondiale:

Face à la propagation rapide de la pandémie, les mesures de l'état d'urgence sanitaires; du confinement et du distanciation sociale exigées par les autorités sanitaires sont un impact direct sur la dynamique économique mondiale qui subit jusqu'aujourd'hui un ralentissement considérable. Ainsi comme il est clairement annoncé dans le titre du rapport publié par l'Organisation Coopérative du Développement Économique (OCDE) au début de mars 2020 (l'économie mondiale menacée). Le FMI de son côté reste prudent,

il déclare publiquement dans ses prévisions divulguées le 14 avril 2020 la chute de la croissance mondiale à un taux négative estimé à (-3%), cette chute devrait affecter en premier lieu les pays avancés (-6.1%) est donc les grands pôles qui jouent le rôle du moteur de la croissance de l'économie mondiale. L'organisation prévoit un impact peu important pour les pays en développement (-1%). Au sein de ces incertitudes, l'économie mondiale se trouve face à deux batailles ; premièrement, la gestion prudente des politiques économiques au sein de la pandémie et deuxièmement la question de redémarrage économique une fois l'effet de la pandémie sera passé.

- Une forte montée du chômage:

L'une des conséquences directes des mesures du confinement et de distanciation sociale recommandées par l'OMS et adoptés par la majorité des pays afin de limiter l'effet de contagion de la maladie est le déséquilibre radical du marché de l'emploi, en effet la fermeture de plusieurs activités économiques ; industrielles, commerciales, d'agriculture, touristiques a provoqué une forte montée du chômage dans la plupart des pays. Selon le FMI, la hausse du taux de chômage à cause du Coronavirus est une chose évidente pour la part majeure des pays sauf que la vitesse de l'augmentation est différente, selon l'organisation les pays développés semblent être plus touchés avec une prévision de 9.9% pour les pays avancés de l'Europe au lieu de 6.6% en 2019, et 10.7% pour les Etats-Unis quant à 3.7 en 2019. Face à cette flambée du chômage on assiste à la remise en route du chômage technique, et l'utilisation du télétravail dans plusieurs entreprises.

- Une tendance à la hausse de l'inflation:

L'arrêt brutal d'un ensemble d'activités économiques à cause de la pandémie a provoqué un recule remarquable de la croissance à l'échelle internationale. Sur la base de la théorie économique, la chute de la production mondiale (les PIB mondiaux) et l'impact de la pandémie sur le commerce international a engendré la rareté et le besoin dans certaine catégorie de produits et services que ça soit au niveau national ou international, en effet cette situation devrait mener au moyen et à long terme à une augmentation du niveau général des prix de ses produits (Ajili Wissem, 2020). Cependant, à court terme les niveaux d'inflation semblent être stable et parfois tendent à la baisse, ce constat s'explique premièrement par les interventions massives des politiques publiques qui visent à maintenir l'équilibre des prix et d'empêcher l'inflation, deuxièmement cela est dû aux stocks stratégiques réservés par les Etats et les entreprises notamment pour les produits de base. Dans ce contexte le FMI prévoit une augmentation des indices des prix à la consommation à une moyenne de 0.5% en 2020 dans les pays développés. Néanmoins il compte sur une stabilité de l'IPC dans les économies émergentes pour la période d'entre 2020 et 2021 soit une variation moyenne de 4.5%.

- Accumulation des déficits et augmentation des dettes publiques:

Afin de gérer l'état d'urgence sanitaire et amortir les impacts économiques et sociaux de la pandémie de Covid-19, les Etats ont dû à prendre une série de mesures stricts à travers leurs politiques monétaires et budgétaires, ces interventions urgentes devraient se traduire par une augmentation des dépenses publiques nettement vers le domaine de la santé, sous forme d'aides sociales ou soutenir l'économie, cela à l'encontre du recule des recettes publiques (ajustement des politique fiscales pour soutenir les dommages des entreprises à cause de la pandémie, la baisse des recettes d'investissement publiques). Face à cette situation les Etats se trouvent face aux déséquilibres des budgets générales et l'accumulation de leurs dettes intérieures et extérieures.

1.3 LES CRISES DU SYSTÈME CAPITALISTES

L'évolution du système monétaire internationale a traversé plusieurs étapes, chacune se caractérise par des normes organisationnelles et des réglementations spécifiques, du même, la fréquence des crises se diffère d'une phase à une autre.

Durant le présent axe nous essayerons d'étudier les différentes crises financières ayant imprégnés l'évolution du système classique. Pour se faire nous admettons la décomposition suivante : premièrement nous traiterons la crise de 1929, puis nous analysons les crises récurrentes après l'effondrement du système de Bretton Woods. Nous concilions par l'étude de la crise contemporaine (la crise de 2008).

1.3.1 La crise de 1929

La crise de 1929 est le krach boursier de Wall Street déclenché au Etats-Unis le 24 octobre 1929 (le jeudi noir), provoquant la plus grande dépression marquée dans l'histoire économique, conjuguait par une crise dévastatrice, à l'instar financière puis bancaire qui s'est prolongeait durant plusieurs années touchant sévèrement la stabilité du système financier mondiale. L'extrême gravité de ce phénomène nous incite à étudier les caractéristiques de cette crise.

1.3.1.1 Les signes de la crise

Parmi les facteurs majeurs de l'apparition et du développement de la crise est la fragilité de la structure du système bancaire américain à l'époque, dans la mesure où les banques se sont concentrées en trois grands groupes dominants ; Morgan, Rockefeller et Mellon. Ce regroupement accroît le risque systémique et l'effet de contagion entre les groupes, ce qui avait accéléré la propagation de la crise dans la globalité du système.

La stagnation de la production industrielle depuis 1925, les marchés internes s'est trouvé saturés, d'où le recours à l'exportation extérieure était le seul moyen pour soutenir l'économie interne. En 1998 l'industrie automobile affiche un état de surproduction. La confiance aveugle en hégémonie de libéralisme productif a provoqué une croissance trop accélérée

de la production, du même qu'au recours aux crédits bancaires, en plus de l'accentuation de l'intensité spéculative sur les marchés financiers.

A l'instar de 1927, les taux d'intérêt montaient de 4.06% à 7.6%, cette augmentation s'explique par:

La fuite massive des capitaux à l'étranger.

L'augmentation de la demande sur le marché de crédit (les banques) pour financer la grande consommation, mais aussi pour saisir des opportunités de spéculation sur la bourse.

A l'ouverture d 1929, l'économie américaine a déjà dévoilée des signes d'affaiblissement du fait que le stock de production des entreprises avait été triplé pendant une seule année.

1.3.1.2 Le processus de la crise

D'après les signes de la crise que nous venons de développer précédemment, ainsi que l'indique (Hautcoeur, 2015), le déclenchement de la crise est dû essentiellement aux trois facteurs directs majeurs:

- La surproduction industrielle
- La spéculation boursière
- L'endettement généralisé

Effet déclencheur de la crise est l'annonce de la chute des prix des rendements industriels à la seconde moitié d'octobre 1929, une grande partie des spéculateurs boursiers ont contractés massivement des positions de vente d'actions des sociétés cotés en bourse de New York (Wall Street), l'effet qui a entraîné une panique incontrôlable sur le marché, faisant effondrer les cours d'une rapidité incroyable, pendant seulement 24 heures (le jeudi noir) le marché a connu une offre sans précédent qui s'élève à 16 millions de titres sans acheteurs.

L'effondrement brutal des cours boursiers s'est propagé alors rapidement dans les différents secteurs américains, puis il a devenu une crise internationale suite à la déclaration de l'incapacité des banques américaines de rembourser leurs prêts à l'étranger, de plus de la détérioration des relations d'échange et du commerce extérieur. L'époque qui a enregistré des vagues de faillites massives des banques et des entreprises dans différents secteurs.

Sur le plan social, l'effet de la crise a creusé le taux de chômage à 25%, 30 millions personnes se sont trouvés sans emploi dont les classes sociales les plus démunies sont considérés les premières victimes de ce scandale financier.

1.3.2 Les crises récurrentes après l'effondrement du système de Bretton Woods

Le système monétaire international a connu des différentes phases dont la fréquence des crises se diffère d'une période à une autre. Le tableau ci-dessous démontre la fréquence des crises relative à chaque phase du SMI.

Durant son évolution toutes les études se concordent sur la période du système de brettonwoods comme étant la meilleur période de l'histoire du SMI, caractérisée par la stabilité monétaire internationale et la faible fréquence d'apparition des crises ainsi que le symbolise (Eichengreen, 1994) " c'est un paradis perdu ". Donc quel est ce système et quels sont ses caractéristiques ?

1.3.2.1 Le système de brettonwoods

Le système de brettonwoods se définit comme le produit des accords politiques et économiques conclus entre les 44 pays alliés à la fin de la seconde guerre mondiale, le 22 juillet 1944, à la petite ville en l'occurrence de nomination du système brettonwoods basée à l'état du New Hampshire aux Etats-Unis.

Le fruit de ces accords se manifestait par l'instauration d'un nouveau système monétaire globale basé sur le change fixe dont pivot est le dollar, qui sera exclusivement échangé en or avec une parité de change fixée à 35 dollars l'once (Gold Exchange Standard), ainsi de telle manière que les autres devises seront liées au dollar américain respectivement à des parités correspondantes (taux de changes). L'USA accordait la légitimité de la conversion de l'or en devise comme l'une des conventions signées à brettonwoods.

Suit à cette conférence deux institutions financières se sont créés voir continuent leur fonctionnement jusqu'à nos jour d'aujourd'hui, il s'agit du Fond Monétaire International (FMI), qui se chargeait des occupations d'ordre international dans différents domaines (la stabilité monétaire, l'emploi, rassurer l'équilibre des échanges internationaux), deuxièmement la Banque Mondiale (BM) pour favoriser les économies et qui s'occuperait de prêter aux pays s'il est nécessaire. Ce système jugé idéal accompagnait les trente glorieuses, l'économie mondiale connaît une prospérité économique sans pareil. Le SBW se trouvait remis en question suite à des problèmes lié à la confiance en crédibilité du dollars (respect de la parité avec l'or), et comme réaction à l'annonce du président Richard Nixon l'interdiction de la convertibilité externe du dollar en or. Ce système de change fixe s'effondrait alors en 1971, et il s'est remplacé par le régime du change flottant .

1.3.2.2 Les crises fréquentes après l'effondrement du système de brettonwoods

Depuis l'écroulement du système de brettonwoods les systèmes monétaires et financiers mondiaux connaît des déséquilibres et semblent plus vulnérables aux attaques des crises ce qui les rendent fragiles. Dans ce qui suit nous citons les crises récurrentes depuis les années soixante-dix :

- La crise de la dette des pays du tiers monde en 1982 ;
- La crise du SME en 1992 1993 ;
- La crise mexicaine en 1994 1995 ;
- La crise asiatique en 1997 1998 ;

- La crise russe et la faillite du fonds LTCM (Long Term Capital Management) en 1998 ;
- Les crises du Brésil en 1999 et en 2002,
- Le krach des valeurs de la nouvelle économie et la crise turque en 2000 ;
- La crise argentine en 2001-2003 ".

1.3.3 La crise de subprimes (2007-2008)

La crise de 2007-2008 est la crise financière provoquée par l'effondrement des marchés des prêts hypothécaire aux Etats-Unis, ce qui a menacé sévèrement l'instabilité de la finance américaine en premier lieu puis devenant un phénomène mondial, produisant des désastres économiques, financiers et sociaux scandaleux.

1.3.3.1 Les origines de la crise

Les origines de cette crise se manifestait premièrement par la politique incitative menée par le gouvernement américain et de la part de la réserve fédérale (FED) à partir des années 2000 qui vise à encourager les ménages à faible revenu d'acquérir des logements et de convier les banques de leurs accorder des crédits immobiliers à prix réduits. Les économistes et les analystes financier se réunis sur le fait que la titrisation est le facteur direct déclencheur de la crise, à travers cette pratique les banques avait transféré leurs créances immobilières pour être négocié sous forme de titres sur les marchés financiers, ainsi, étant donné que cette période est caractérisée par des politiques monétaires pratiquant des taux extrêmement bas (ils génères plus rien pour les investisseurs), l'investissement et la spéculation sur les titres immobiliers était des placement de tendance à l'époque et un investissement de la mode à pratiquer, d'où l'augmentation exponentielle de la demande sur ce genre de titres.

Certains opérateurs financiers accusent les agences de notation sur la male évaluation des titres représentatifs des créances hypothécaires échangés sur la bourse, ainsi que nous allons l'explicitier dans ce qui suit, c'est à travers cette opération de titrisation d'une grande partie des titres toxiques appelés **surbrimes** de la part des banques que le risque avait été transféré aux marchés financiers.

1.3.3.2 Dérroulement de la crise

Face à la demande croissante sur les titres immobiliers de la part des grandes banques d'investissement, les fonds spéculatifs ainsi que des particuliers, les banques ont pris le choix de contracter massivement plus de crédits immobiliers (à risque majeur) pour les titrisé. Du même, à cause de la demande importante et de la spéculation les prix immobiliers ont grimpé trop vite générant une bulle spéculative.

Au début de 2006, le nombre des défauts de paiement commence à augmenter, à l'instar personne ne paniquait car il suffit de saisir et revendre l'hypothèque pour récupérer la créance, sauf que les subprimes pesait

600 milliards de dollars soit un quart du total des crédits distribués aux Etats-Unis (Artus et al., 2008), et comme les prêts sont très hauts personne n'est plus là pour les acheter, d'où les banques sont trouvées coincées face à des grandes sommes de crédits irrécouvrables. Septembre 2008 Lehman Brothers l'une des banques d'investissement les plus anciennes et les plus puissantes au monde déclare sa faillite. Suivie d'une vague de faillites d'un grand nombre de banques et des entreprises. L'Etat américain rentrait alors dans une dépression économique profonde. Octobre 2008, l'USA annonce un plan de sauvetage du système financier américain. La crise devient mondiale les Etats dépensent des milliards de dollars pour sauver leurs systèmes et leurs économies.

1.4 L'ANALYSE CRITIQUE DU SYSTÈME CAPITALISTE:LES THÉORIES DES CYCLES ET LES CRISES ÉCONOMIQUES

D'après les théoriciens des cycles l'évolution de l'activité économique est marquée par la succession des phases d'expansion et de dépression plus ou moins régulières autour d'un trend, ainsi que le définit (Burns and Mitchell, 1946) le cycle économique est déterminé par " une phase d'expansion simultanée de nombreux secteurs d'activité, suivie d'une phase de contraction, puis d'une reprise, qui débouche sur une nouvelle phase d'expansion ". Pour ces théories l'apparition des crises est un élément inévitable et systématique dans l'évolution de la croissance économique. Les économistes protagonistes de l'école de business cycle cherchent alors l'origine et les périodes d'apparition des crises dans la cyclicité des marchés. Dans ce qui suit nous discutons les différentes théories traitant les cycles économiques et les crises économiques.

1.4.1 La théorie de Joseph Clément JUGLAR (1983)

L'idée principale derrière la théorie du Juglar est basée sur la répétition des périodes d'expansion et des périodes de ralentissement et de dépression économiques, Juglar décrit la crise comme étant un moment particulier qui apparaît au sein du mouvement global. L'économiste français estime une durée des cycles comprise entre 4 et 13 ans dont les phases sont les suivantes :

- Phase d'expansion : cette phase est caractérisée par la bonne santé de l'économie, certaines industries se prospèrent, elles jouent le rôle du moteur de l'économie à travers leur contribution au dynamisme d'autres secteurs. Cette situation a pour conséquence l'accroissement des investissements et la dynamique financière et du marché de l'emploi.
- Le sommet cyclique : plusieurs raisons sont à l'origine de la maturité et de saturation du cycle voire : la montée de l'inflation, le recul du pouvoir d'achat et le plafonnement de la demande globale. Le sommet cyclique marque donc le point de retournement de l'activité économique.

- La récession et/ou la dépression : suite à la contraction économique à cause des problèmes de surproduction et de l'inflation, cette période enregistre le ralentissement de l'activité économique chose qui s'explique par la baisse des investissements et de prix, la montée du chômage à cause des licenciements et des faillites des entreprises.

Comment distinguer la récession de la dépression ?

Si la période de surproduction et du ralentissement de l'activité est à durée courte, elle est qualifiée alors d'une récession. En cas où cette situation s'allonge en longue durée on parle d'une dépression que Juglar qualifie comme une crise.

- Le creux cyclique : il correspond à la phase de ralentissement de l'activité économique, grâce à des mesures d'intervention politiques, et l'édification des nouvelles niches de croissance économique voire l'apparition des nouveaux secteurs (technologiques par exemple) et l'amélioration du progrès technique.

1.4.2 Le cycle Kitchin (1923)

Fut inventé par l'économiste, homme d'affaire britannique Joseph Kitchin en 1923, sur la base de ses travaux centrés sur l'étude des fluctuations des marchés américains dans la période s'étalait entre la fin de XIXe siècles achevés en 1923. Le cycle Kitchin est le plus court cycle sa période varie entre 3 à 5 ans. Il n'explique pas ni l'apparition des récessions ni des crises, sa faible longueur correspond juste à un ralentissement léger de l'expansion précédente (Kitchin, 1923).

1.4.3 Le cycle de Kuznets (1930)

En 1930, Simon Kuznets (économiste américain) fut théorisé le modèle des cycles plus longue que ceux expliqués en avant, sa la durée est fixée entre 15 à 25 ans, Kuznets s'intéressait à l'étude cyclique de la relation entre la variation démographique et le dynamisme économique.

1.4.4 Le cycle de Kondratiev (1926)

Ce sont les fruits des efforts de Nikolaï Kondratiev ayant ont attiré remarquablement l'intérêt des chercheurs économistes intéressés à l'école de business cycle. Pour Kondratiev ; dans une économie capitaliste il existe trois phases qui se succèdent et qui se répètent : la phase d'expansion, c'est la phase de croissance et de prospérité, elle dure 20 ans. puis la phase du plateau qui est une phase courte dans laquelle l'offre et la demande s'équilibrent, cette période est estimée selon Kondratiev à 10 ans, puis finalement la phase de dépression engendrée par le recul de la demande et la baisse des prix des entreprises pour maintenir la même quantité d'offre et donc la rentrée dans la guerre des prix, c'est la phase de la détérioration de la situation économique (faillites, licenciements, chômage) cette dernière phase (de crise) prend une durée de 20 ans. Schumpeter achevait les travaux de Kondratiev après son assassinat, sauf que pour Schumpeter les phases de croissance sont liées à des innovations technologiques

majeurs comme l'eau courante ou l'électricité, cette période de prospérité prend une période de 20 ans, elles arrivent alors à leur maturité, suite à la saturation de la demande puis baisse ce qui mène à la diminution des prix et l'acharnement de la compétitivité, on rentre alors dans la phase de déclin, la nouvelle expansion se déclenche par l'arrivée d'une nouvelle vague d'innovation, c'est la destruction créatrice de Schumpeter (Legrand and Hagemann, 2007).

1.4.5 La vision de Karl Marx envers le système capitaliste

Karl Marx est un auteur allemand de XIXe siècle, il est à la fois journaliste, philosophe, sociologue, et essayiste . Il est connu par sa conception dite matérialiste de l'histoire et sa description des rouages du capitalisme et pour son activité révolutionnaire au sein du mouvement ouvrier. Il publie en 1867 son fameux ouvrage intitulé " le capital " qui dresse un constat cinglant de la société européenne occidentale capitaliste profondément impacté par la révolution industrielle et les nouveaux modes de production. Cinq grandes idées en ressortent :

- Aliénation par le travail : Cette première notion stipule qu'au-delà de l'utilité du travail, il représente également pour l'ouvrier un accomplissement personnel et une façon de produire le meilleur en soi, sauf que à cause des démarches capitalistes fondés sur la division du travail dans une logique de la réduction des coûts de production, les travailleurs sont mis en force, ils sont exclus des décisions prises, certes la production de chaque travailleur augmente mais il s'agit d'un travail forcé et peu épanouissant qui aliène le travailleur.
- La précarité des travailleurs : Les multiples avancées technologiques depuis la révolution industrielle ont bien eu évidemment des avantages pour les travailleurs en les soulageant parfois des tâches pénibles et pour les propriétaires en augmentant leur rendement, cependant Marx note un effet négatif c'est le remplacement des hommes par les machines ce qui provoque l'exclusion sociale des travailleurs.
- L'Accumulation primitive : Le système capitaliste repose sur une relation inégale entre le travailleur et le propriétaire capitaliste bourgeois, le travailleur fournit au patron bourgeois son travail (la compétence et le temps nécessaire pour réaliser les tâches) en contrepartie du salaire versé par le propriétaire certes ce salaire est inférieur à la valeur du travail fourni, dans une logique managériale où le capitaliste cherche sans cesse de minimiser le coût total de production dans les charges salariales sont une partie intégrante, c'est ce que Marx nomme " l'exploitation par le vol ".
- L'instabilité de l'économie capitaliste : Selon Karl Marx l'économie capitaliste est une suite de crises et reprises, selon lui les crises sont endémiques au système entier, elles sont des crises d'abondance et de surproduction.
- Le fétichisme de la marchandise : Selon Karl Marx les bourgeois accordent trop d'importance aux biens qu'ils possèdent et qu'ils ont peur de perdre,

Marx parle de fétichisme de la marchandise ; les relations familiales entre les bourgeois sont fondé sur des intérêts matériels partagés ayant pour objectif de protéger leur capitaux et leur patrimoine (par exemple ; le mariage bourgeois est en fait une alliance entre deux familles, ces mariage sont fondés sur des objectifs matériels, ils ne reposent pas sur des relations d'amour entre les époux).

CONCLUSION DU CHAPITRE

Nous avons vu que la crise économique qui découle de la pandémie du Covid-19 a sévèrement déséquilibré la santé de l'économie mondiale, apparue au sein d'une conjoncture déjà marquée par l'instabilité économique et l'intensité des conflits commerciaux entre les grandes puissances économiques mondiales. La crise économique actuelle s'ajoute à un historique de crises accumulées par le système conventionnelle, ce qui aggrave sa situation et le rend fragile et critiquable et incapable de soutenir les besoins humains en économie à long terme. Face à la panique qui règne sur la santé de l'économie mondiale plusieurs opérateurs craintes de la reproduction d'un tel scénario comme celui de la crise de 2008,appelant à la remise en question du fonctionnement du modèle financier actuel.

C'est dans ce contexte que nous avons exposé les crises précédentes pour comprendre et mieux gérer la crise actuelle en s'appuyant les enseignements des précédentes.

LA GESTION INDICIELLE

2

SOMMAIRE

INTRODUCTION	26
2.1 INTRODUCTION	27
2.2 PRÉSENTATION DE LA GESTION INDICIELLE	27
2.3 TYPES DE LA GESTION INDICIELLE	30
2.3.1 La gestion indicielle passive	30
2.3.2 La gestion indicielle active	30
2.3.3 La gestion indicielle tiltée	31
2.3.4 La gestion coeur satellite	31
2.4 MÉTHODES DE LA GESTION INDICIELLE	32
2.4.1 La gestion répliquante	32
2.4.2 Les techniques de gestion indicielle active	35
CONCLUSION	36

DANS ce chapitre, nous allons présenter cette notion de gestion indicielle avec ses spécificités, tout en expliquant les différentes formes sous-lesquelles elle est caractérisée. Mais aussi de traiter les stratégies relatives à chaque type de gestion indicielle.

Mots Clés : Gestion indicielle, gestion active, gestion passive

2.1 INTRODUCTION

L'hypothèse d'efficacité des marchés des capitaux, et plus particulièrement des marchés financiers, a de profondes implications sur le processus d'investissement et sur la stratégie qu'adoptera le gestionnaire de portefeuille.

Dans un marché efficient, les actifs sont, à tout moment, correctement évalués. Le prix sur le marché est la meilleure estimation de la valeur intrinsèque des actifs et s'ajuste automatiquement à chaque nouvelle information.

L'une des conclusions du MEDAF, dont l'hypothèse de base est l'efficacité des marchés, est que le portefeuille de marché est le seul portefeuille composé d'actifs risqués qui soit efficient. La conséquence naturelle de la croyance en l'efficacité des marchés est l'application de stratégies d'investissement dites passives.

En effet, si le marché est totalement efficient, aucune stratégie ne peut bat le marché sauf par pur hasard. Les stratégies de gestion passive pour les actions ne cherchent pas à bat le marché mais simplement à faire aussi bien.

L'approche indicielle postule que, dès lors que les marchés financiers sont efficient, une gestion de portefeuille active ne peut assurer systématiquement une performance supérieure à celle du marché dans son ensemble.

La gestion indicielle s'est développée de façon spectaculaire au cours des années soixante-dix, parallèlement à la théorie moderne du portefeuille de Markowitz. D'après celle-ci, dans un marché **efficient** un portefeuille diversifié garantit une performance optimale. Sur ce marché, où tout nouvel élément d'information se répercute immédiatement et intégralement sur le prix des actifs financiers, un investisseur ne peut pas systématiquement obtenir de meilleures performances que le marché dans son ensemble (le marché est ici considéré comme une approximation du portefeuille optimal). Par conséquent, il est plus raisonnable et moins coûteux d'imiter le marché par le biais d'un portefeuille reproduisant sa performance globale que de conduire une gestion active (Paul D. Kaplan, Dorothy C. Kelly, 2013b).

2.2 PRÉSENTATION DE LA GESTION INDICIELLE

Comme dans bien des cas, la gestion **benchmarkée** trouve son origine aux Etats-Unis. Partant du constat qu'il était impossible de prévoir l'évolution des cours et que la très grande majorité des gérants réalisaient une performance inférieure au marché sur le long terme, certains professionnels eurent l'idée dès 1974 de développer une gestion qui se contentait de répliquer l'indice à moindres coûts. Les études de William Sharpe (prix Nobel d'économie en 1990) qui tiennent compte à la fois de la rentabilité moyenne du fonds et du niveau de risque, ainsi que d'aus travaux, ont démontré de façon rigoureuse ce constat. La gestion indicielle se définit comme la gestion d'un portefeuille visant à répliquer la performance d'un indice de référence donné. La gestion indicielle d'un portefeuille d'actions

consiste à maintenir en permanence un portefeuille dont la valeur évolue pratiquement comme un indice boursier précis.

La gestion indicielle s'est développée de façon spectaculaire au cours des années soixante-dix, parallèlement à la théorie moderne du portefeuille de Markowitz. D'après celle-ci, dans un marché **efficent** un portefeuille diversifié garantit une performance optimale. Sur ce marché, où tout nouvel élément d'information se répercute immédiatement et intégralement sur le prix des actifs financiers, un investisseur ne peut pas systématiquement obtenir de meilleures performances que le marché dans son ensemble (le marché est ici considéré comme une approximation du portefeuille optimal).

Par conséquent, il est plus raisonnable et moins coûteux d'imiter le marché par le biais d'un portefeuille reproduisant sa performance globale que de conduire une gestion active. L'idée d'efficience, à l'origine de l'approche de gestion fondée sur des indices, est une notion complexe qui fait encore l'objet de discussions en universitaires.

En général, une distinction est faite en divers niveaux d'efficience, en fonction du type d'information pris en compte. Dans son sens le plus faible, l'efficience fait référence à la situation dans laquelle les prix des actifs incorporent, à tout moment, toutes les informations passées relatives à ces actifs. Par conséquent, il est impossible de réaliser systématiquement des performances supérieures à celle du marché sur la base de stratégies d'investissement fondées sur l'exploitation de données historiques de prix. Les notions de semi-efficience et d'efficience forte sont plus complexes à appréhender. La seconde se rapporte à la situation dans laquelle les prix des actifs reflètent intégralement toute nouvelle information publique ou privée disponible, quel que soit le moment considéré. La première s'applique au cas dans lequel toute nouvelle information publique disponible (mais uniquement l'information publique) est intégralement prise en compte dans le prix des actifs.

Si le marché est totalement efficent, tout nouvel élément d'information est immédiatement intégré dans le prix des actifs financiers. La nature de ces informations étant imprévue et imprévisible, les prix des actifs financiers afficheront un profil d'évolution aléatoire.

Par conséquent, il est vain d'essayer de prévoir la tendance future des cours et, sur longue période, il est impossible de dépasser les performances du marché dans son ensemble. Le phénomène de la gestion indicielle s'est tout d'abord développé sur les marchés financiers aux états-Unis, et plus spécifiquement sur les marchés boursiers. Le but en termes de performance n'est plus de bat l'indice, quel que soit la période historique de référence, mais d'enregistrer un écart (tracking error) aussi minime que possible par rapport à cet indice.

Comme le gérant ne fait aucun pari sur l'évolution de son marché de référence, la performance brute de sa gestion doit fournir à l'investisseur, la performance réalisée par l'indice de référence du marché choisi (actions ou obligations), ni plus, ni moins. Cette approche permet d'atteindre un maximum de transparence, tout en garantissant un très strict contrôle du risque.

Par ailleurs, cette forme de gestion n'exigeant pas de compétence particulière si ce n'est de la rigueur statistique, elle ne génère pas non plus de

nombreuses transactions. Par conséquent, les frais de gestion qui lui sont associés sont très faibles. Aussi, la performance nette pour l'investisseur est très proche de la performance brute réalisée par le gérant.

Par définition, la gestion indicielle offre une performance proche de celle de l'indice de référence et à faible coût puisque, d'une part, le taux de rotation (donc les coûts de transaction) du portefeuille est limité et, d'autre part, les frais de recherche et d'analyse de marché sont réduits.

De fait, la concurrence en les fonds indiciels tend à porter essentiellement sur les frais de gestion, leurs performances (pour un indice de référence identique) étant largement similaires.

Sur le long terme, peu de fonds surperforment leur benchmark, principalement pour les raisons suivantes:

- Impact des frais (flat fees, courtages, taxes de bourses...)
- Structure de risque: en général, les fonds indiciels "généralistes" ont une meilleure répartition du risque et résistent mieux aux chocs externes.
- Rapidité de la diffusion de l'information: plus l'information est accessible, plus il est difficile d'amener une valeur ajoutée vis-à-vis du marché.
- Plus l'indice est représentatif de l'activité économique et boursière (hors indices sectoriels) moins il est possible de le battre par le biais de stratégies telles que celle de l'enhanced indexing".

Initialement limitée à la reproduction **physique** des indices sur les marchés au comptant, la gestion indicielle est progressivement devenue plus élaborée, en ayant recours aux marchés à terme pour procéder à une réplique synthétique. La gestion indicielle s'est également développée au travers de la construction de portefeuilles dont les caractéristiques en termes de durée et de profil de risque restent très proches de celles de l'indice de référence, mais qui offrent au gestionnaire une certaine marge de manoeuvre par rapport à la composition du portefeuille de référence.

Au sens strict, une véritable stratégie de gestion indicielle ne devrait pas, en tout état de cause, se concentrer exclusivement sur une catégorie d'actifs (actions, obligations), chacune de ces catégories ne représentant qu'une partie de l'éventail global des actifs disponibles, mais devrait englober toutes les catégories d'actifs à risque disponibles sur le marché.

Si elle se focalise sur une seule catégorie d'actifs, cette approche aboutit à privilégier celle-ci au détriment des autres et donc à déséquilibrer leurs prix relatifs. La même remarque est valable au sein d'une même catégorie d'actifs lorsque la gestion se concentre de façon excessive sur un indice ou une famille d'indices spécifiques (par exemple les indices boursiers phares ou des indices sectoriels) : l'incapacité des gestionnaires de fonds actifs à battre l'indice SP500, par exemple, est-elle due à la supériorité intrinsèque de la gestion indicielle ou à l'importance prépondérante de ce type d'approche sur le marché des actions composant cet indice? S'ils **sous-performent** régulièrement les grands indices boursiers, les gestionnaires actifs, à l'inverse, **battent** régulièrement les indices plus larges, moins médiatisés, et les indices sectoriels.

2.3 TYPES DE LA GESTION INDICIELLE

La gestion de portefeuille est une discipline qui consiste à construire un portefeuille de valeurs mobilières acquises sur le marché financier. L'objectif du gestionnaire d'actifs est d'élaborer son portefeuille de façon à concilier au mieux risque et rendement.

L'environnement incertain dans lequel évolue le gérant, à savoir le marché financier, contribue à rendre cette tâche extrêmement complexe.

Donc avant de faire la distinction entre les deux types de la gestion indicielle : tilté et coeur-satellite, il conviendrait de faire un petit aperçu sur la gestion active et celle passive.

2.3.1 La gestion indicielle passive

Il existe plusieurs techniques de gestion indicielle qui ont un même but : gérer un portefeuille au plus près de son indice de référence pour en offrir le même rendement. Le succès remporté par ce type de gestion, notamment dans les pays anglo-saxons, est lié au concept d'efficience des marchés financiers et à sa validation par les faits. Une étude américaine a démontré que moins d'un gestionnaire sur quatre réalisait une meilleure performance que l'indice sur une année. Ils ne sont plus que 2% à dépasser l'indice sur cinq années. De ce constat, l'on peut se demander pourquoi investir sur un panier de valeurs sélectionnées au prix d'études financières et boursières sophistiquées lorsque le résultat obtenu pourrait être inférieur à celui de l'indice, avec parfois une volatilité plus forte (Robert Cobbaut, Roland Gillet et Georges Hubner, 2015 et Morningstar, 2012b).

Par ailleurs, la gestion passive ne générant que très peu de transactions et n'exigeant pas de compétences particulières sinon de la rigueur statistique, les coûts de transaction et les frais de gestion qui lui sont associés sont très faibles (Zanolin Louis, 2017a).

Enfin, un autre atout de ce mode de gestion est sa parfaite transparence. En effet, en achetant l'indice seul, il est impossible de prendre un risque autre que celui du marché.

2.3.2 La gestion indicielle active

Malgré la place prépondérante qu'occupe la théorie de l'efficience des marchés dans la gestion indicielle, de nombreux gérants tentent de surperformer l'indice en prenant des risques supplémentaires.

En effet, la théorie démontre que la diversification et donc l'investissement dans le portefeuille de marché permet de profiter du rendement du marché en ne supportant que le risque systématique. Or, il apparaît clairement que si l'investisseur est prêt à supporter le risque spécifique des titres qui sont les plus performants, son rendement ne sera que meilleur.

C'est de ce constat que des techniques de surpondération de certains titres ont été mises en oeuvre pour améliorer le rendement des fonds indiciaires.

2.3.3 La gestion indicielle tiltée

La gestion indicielle **tiltée** recherche une surperformance par rapport à un indice dans un cadre de risque maîtrisé, en s'appuyant sur une gestion active mettant en oeuvre des stratégies peu corrélées aux marchés traditionnels. La gestion indicielle tiltée se rapproche plus de la gestion active que de la gestion passive. Elle s'appuie sur les hypothèses de la théorie moderne du portefeuille. Cette gestion reste indicielle dans la mesure où il s'agit de battre l'indice, sans exposer le portefeuille à un risque de marché supérieur à celui de l'indice. L'indice de référence sert à évaluer la performance du fond (Sharpe, 2013; Bogle, 2014).

Dans une gestion indicielle tiltée, l'écart de performance par rapport au portefeuille de référence, mesuré par la tracking error, est suivi avec précision et doit demeurer à l'intérieur de bornes relativement strictes. Ceci se fait en utilisant des techniques de gestion active, tout en imposant une contrainte de limite maximale à la tracking error.

Dans le cadre de la gestion indicielle " tiltée ", le gérant recherche des valeurs sousévaluées et les combine dans un portefeuille de manière à obtenir une sensibilité du portefeuille aux facteurs macroéconomiques proche de celle de son indice. L'objectif du gérant est de battre l'indice.

Ce type de gestion repose sur une approche quantitative du risque global du portefeuille. Le but est de battre l'indice de quelques dixièmes de pourcentage seulement (Bolshakov et Chincarini, 2019). Le point de départ est un portefeuille identique à l'indice. Les titres du portefeuille à surpondérer ou à sous-pondérer sont ensuite déterminés en utilisant l'analyse financière ou un modèle quantitatif. Les méthodes de sélection permettent de classer les titres les uns par rapport aux autres et de déterminer les valeurs à acheter et à vendre (Bolshakov et Chincarini, 2019).

2.3.4 La gestion coeur satellite

Une autre proposition est la gestion coeur satellite : une technique qui vise à combiner une gestion active et passive pour répondre à des objectifs d'investissement à long terme. Le principe étant d'investir la part la plus importante du portefeuille en fond indiciels benchmarké. Ce qui constituera le coeur du placement. Quant au solde du capital, il sera investi aux actifs de nature différente. Il peut s'agir d'actifs plus risqués mais potentiellement plus rémunérateurs (gestion active).

Cette technique s'assimile à la gestion indicielle tiltée. La répartition entre ces actifs coeurs et le satellite se fait en fonction du degré de risque que l'épargnant est prêt à supporter.

La gestion Coeur-Satellite peut s'appliquer à tous les types de portefeuilles, qu'ils soient investis en actions, en obligations, en titres monétaires ou encore sur une association de classes d'actifs.

Le coeur va regrouper des valeurs ou des sous-jacents dont l'objectif sera d'obtenir, avec un risque limité, un rendement équivalent ou légèrement supérieur à l'indice de référence. Ainsi, s'il s'agit d'un portefeuille investi en actions, le rendement des actifs contenus dans le coeur du portefeuille aura pour ambition d'égaliser la performance de l'indice.

Quant aux satellites, ce sont des investissements réalisés sur des niches

de marché avec l'objectif clairement affiché de surperformer l'indice de référence et donc d'apporter un surcroît de rendement.

Sur les portefeuilles actions, on en compte principalement quatre catégories de satellites. Il existe les satellites géographiques, dont l'allocation est focalisée sur une zone voire un pays en particulier.

Ensuite, les sectoriels, qui regroupent par exemple des valeurs financières ou technologiques.

Puis ceux spécialisés sur les petites ou les moyennes valeurs. Enfin, les satellites reposant sur un style d'investissement : valeurs de croissance, valeurs sous-évaluées avec potentiel de rebond important, etc.

Parmi les avantages de cette technique on peut citer :

En premier lieu, elle permet un meilleur contrôle de la prise de risque.

Ensuite, c'est une approche qui offre un dynamisme et une réactivité accrues en matière de gestion. En effet, le poids du cœur peut évoluer dans le temps, tout comme le nombre et le poids relatif des satellites. Il est donc aisé de sortir rapidement d'un satellite pour se repositionner sur un autre ou sur le cœur du portefeuille.

En fonction de la conjoncture et des opportunités identifiées sur certaines niches de marché, il est possible d'introduire un nouveau satellite dont l'allocation évoluera selon les anticipations du gérant en termes de risque et de rendement. Naturellement, le fait de multiplier les diversifications augmente d'autant le nombre de sources de surperformance potentielles pour le portefeuille.

2.4 MÉTHODES DE LA GESTION INDICIELLE

2.4.1 La gestion répliquante

Ce type de gestion indicielle peut être mis en oeuvre par trois manières, soit par une répllication pure, une répllication synthétique, ou une répllication statistique (Vanguard, 2018a; Andrew Innes and Leonardo Cabrer, 2017).

2.4.1.1 Répllication pure

L'objectif de cette technique est de constituer un portefeuille dont la performance suit exactement le rendement de l'indice de référence. Ce portefeuille doit contenir les mêmes titres de l'indice affectés des mêmes pondérations, il suffit après de faire entrer et sortir les titres dans le portefeuille en fonction des modifications apportés à l'indice de référence.

Cette répllication est qualifiée de processus dynamique car les indices utilisés étant pondérés par les capitalisations boursières, les poids changent constamment du fait de la variation des cours boursiers, il faut donc réajuster souvent le portefeuille par rapport aux nouveaux poids.

La répllication pure semble être la méthode la plus simple pour obtenir la même performance que l'indice, toutefois il existe quelques obstacles qui rendent difficile la réalisation de cette répllication et le résultat obtenu sera une performance inférieure à celle de l'indice.

Quelles sont donc les causes de cette sous performance ?

les coûts de transaction, les impôts et les taxes, qui interviennent dans les opérations de bourse (ne sont pas pris en compte dans le calcul des indices) ils viennent diminuer la performance du portefeuille.

Lorsqu'il y a des modifications dans la composition de l'indice de référence, le portefeuille ne peut être ajusté instantanément, ce qui crée un décalage entre la performance de l'indice et celle du portefeuille.

Indivisibilité des titres et la liquidité insuffisante des marchés peuvent rendre impossible l'achat ou la vente d'un titre dans les quantités voulues.

Aux vues de ces difficultés mentionnées, cette technique sera réservée aux portefeuilles de grandes tailles pour lesquels les limites décrites auront peut d'impact. Il existe deux autres méthodes qui apportent une solution aux problèmes cités.

2.4.1.2 Réplication synthétique

Pour faire face aux inconvénients rencontrés dans la réplication pure, les investisseurs peuvent recourir à une réplication synthétique. L'objectif de cette réplication, c'est qu'au lieu d'investir directement dans les titres de l'indice on utilise les produits dérivés des indices et en particulier les contrats à terme sur indice, ce qui permet de réduire les coûts de transaction.

Cette méthode de réplication peut être réalisée par deux stratégies :

Stratégie de réplication synthétique par contrat à terme sur indice.

Cette stratégie consiste à construire un portefeuille contenant, d'une part, des titres du marché monétaire, et d'autre part, des contrats à terme sur l'indice à répliquer et qui vont permettre d'indexer la performance de portefeuille à celle de l'indice, il sont combinés de telle sorte que le fond synthétique donne le même rendement que l'indice sans qu'il soit nécessaire de détenir les titres sous jacents. Cette réplication supprime donc le problème de liquidité et réduit les coûts.

Un futures sur indice est un contrat qui donne le droit à son détenteur de recevoir la valeur exacte de l'indice à l'échéance. Son cours théorique est égale au niveau de l'indice majoré du taux sans risque, diminué des dividendes non perçus. Sa formule

$$F = S * (1 + r)t - D$$

Avec :

S : le prix de l'indice ;

I : le taux d'intérêt à l'échéance.

D : montant des dividendes versés à l'échéance du contrat.

Lorsque le marché fonctionne normalement, il existe une différence entre le cours du contrat futures coté sur le marché et le cours de l'indice sous jacent. Cet écart est appelé base du contrat et vaut $B = F - S$

La base de contrat est égale aux taux d'intérêt à payer pour financer l'achat d'un panier des valeurs répliquant l'indice, ce même taux correspond aux taux d'intérêt sans risque sur la période allant jusqu'à l'échéance du contrat minorés des dividendes éventuels distribués par les sociétés comprises dans l'indice durant la période du contrat.

La base tend progressivement vers 0 au fur et à mesure que l'on se rapproche de l'échéance car le prix de futures converge vers la valeur de l'indice.

Performance de portefeuille = performance de l'indice + Taux cours – base

Les deux derniers termes de la formule s'annulent ce qui fait que la performance du fond est très proche de celle de l'indice.

Stratégie de réplication synthétique par Asset-Swap

Un contrat d'asset-swap est un accord selon lequel les deux parties contractantes s'engagent à échanger, à l'échéance, les montants correspondant aux performances respectives de deux actifs définis à l'avance, il s'agit d'un contrat conclu de gré à gré.

Ce type de contrat présente quelques avantages: il supprime le risque liés aux fluctuations de la base, il ne nécessite pas de dépôt de garantie. Il permet en plus d'envisager des périodes d'indexation au marché plus longues puisque le problème de passage d'une échéance à l'autre qui se posait avec les contrats à terme n'intervient pas.

2.4.1.3 Réplication statistique

Les méthodes décrites jusqu'à présent avaient pour but de réaliser une réplication parfaite or on ne peut réaliser qu'une réplication approchée. La réplication statistique ou par approximation cherche à approcher la performance de l'indice en limitant les couts, cette méthode consiste à minimiser le Tracking error qui mesure l'écart potentiel entre l'indice et le portefeuille de réplication, au moyen de l'écart type de la différence entre leur rentabilité et permet de juger ainsi la qualité de l'approximation.

Il existe deux techniques pour réaliser cette réplication :

la stratification qui consiste à choisir l'échantillon de valeur qui figure dans l'indice avec le poids le plus élevé

l'optimisation qui utilise une approche statistique pour suivre l'indice au plus près.

i la stratification:

Les principaux indices de marché sont pondérés par les capitalisations boursières, les variations de cours des grandes valeurs ont donc une influence plus grande sur l'évolution de l'indice. On peut donc supposer que la performance d'un portefeuille composé de 50 valeurs de plus fortes capitalisations sera proche de celle de l'indice de référence.

Le gérant doit donc arbitrer entre l'amélioration de l'approximation, par l'augmentation du nombre de titres et la réduction de performance due à l'augmentation. Cette technique est adaptée aux portefeuilles de petites tailles, mais elle présente l'inconvénient de ne pas respecter la répartition de l'indice en terme de secteur d'activité par exemple.

ii Méthode par optimisation:

Cette méthode consiste à choisir un nombre de titres et à déterminer à partir de ces titres la composition du portefeuille qui minimise le Tracking error, cette technique ne prend pas en compte les pondérations de différentes valeurs de l'indice. Le résultat obtenu est plus précis que celui donné par la méthode de stratification puisqu'il prend en considération les corrélations entre les valeurs ainsi que la corrélation de chacune d'elles avec l'indice, le portefeuille sera composé donc des titres les plus corrélés à l'indice de référence.

2.4.2 Les techniques de gestion indicielle active

On qualifie souvent la gestion indicielle de passive. Il existe cependant quelques méthodes qui permettent d'en améliorer les performances, à condition de redevenir un gestionnaire actif.

2.4.2.1 L'achat de valeurs spécifiques

Prenons le cas d'un portefeuille constitué de l'indice (par le biais de contrats). L'investisseur n'a pas le choix de la répartition des lignes car celle-ci doit être conforme aux pondérations des valeurs dans l'indice. Toutefois, des informations spécifiques peuvent donner la conviction que telle valeur va dépasser la moyenne du marché. Si elle entre dans la composition de l'indice, sa hausse profitera à l'ensemble du portefeuille, mais si elle n'est pas dans l'indice, le portefeuille n'en profitera pas du tout. L'investisseur devrait donc consacrer une partie de l'investissement à l'achat de cette valeur spécifique, qu'elle soit ou non contenue dans l'indice.

Lorsque la valeur appartient à l'indice, cela revient à constituer un indice avec une surpondération particulière.

L'achat de valeurs n'appartenant pas à l'indice peut permettre de profiter des performances parfois attrayantes de petites sociétés à fort potentiel et dont les titres sont rarement contenus dans les indices. Il s'agit par exemple du Second Marché en France. On notera enfin qu'il reste possible d'appliquer cette stratégie en faisant jouer l'effet de levier des marchés à terme. Au lieu d'acheter quelques valeurs en plus de l'achat de contrats à terme sur indice, il suffit d'affecter une partie de la couverture à l'achat de ces valeurs.

2.4.2.2 Vente de calls couverte

La vente d'options d'achat sur indice conjuguée à une position d'achat sur des futures constitue un excellent moyen pour améliorer le rendement d'un portefeuille. Partant d'un portefeuille composé de contrats à terme sur l'indice, la vente de calls couverte revient à vendre des options d'achat sur indice pour une quantité inférieure ou égale au total des contrats. La question qui se pose est de savoir quelle option vendre. Il convient en effet de déterminer son prix d'exercice et son échéance.

Le prix d'exercice d'une option d'achat (ou call) est le prix auquel on donne à autrui le droit d'acheter l'indice. Tant que l'indice reste inférieur au prix d'exercice, le droit n'est pas exercé. Si l'indice venait à dépasser le prix d'exercice, le droit serait certainement exercé par l'acheteur du call. Dans ce cas le vendeur de call est exécuté, c'est-à-dire obligé de vendre

l'indice. De la sorte, un prix d'exercice très proche du niveau de l'indice augmente les chances d'être exécuté.

Dans l'optique d'une gestion à moyen terme (qui est normalement le cas de la gestion indicielle), il est préférable d'éviter d'avoir à vendre le contrat sur indice. Cela reviendrait à liquider le portefeuille lorsque le niveau de l'indice dépasse le prix d'exercice, ce qui n'est pas le but de l'investissement. Un prix d'exercice légèrement en dehors évitera donc ce type d'inconvénients, mais l'option sera alors moins chère et rapportera donc moins au gestionnaire.

Lorsque le prix du support baisse, le prix d'exercice du call s'éloigne du cours. Le call est plus en dehors de la monnaie et sa prime se réduit. Une situation favorable pour réaliser un profit immédiat en rachetant les calls vendus.

Une fois le premier call racheté, il peut être intéressant d'en revendre un autre moins en dehors de la monnaie (qui sera plus cher). On peut également profiter d'un rebond du marché et revendre un call identique au premier dont la prime sera valorisée par la hausse du support.

Concernant le choix de l'échéance, une correspondance doit être faite entre l'échéance du call et celle du contrat sur indice. Toutefois, il sera plus profitable de vendre des calls d'échéance plus courte que celle du contrat. Les calls courts perdent rapidement leur valeur temps et présentent moins de risque d'exécution pour le vendeur.

Il faut noter que la vente de calls est en principe très risquée : gain maximum plafonné à la prime du call et perte maximale potentielle illimitée, sauf si la vente de calls est couverte (ce qui est le cas de la présente stratégie).

En définitive, et si le prix d'exercice et l'échéance du call sont correctement déterminés, l'avantage que procure ce type de gestion est un accroissement du rendement grâce à l'encaissement des primes. Dans l'hypothèse d'un marché stable ou en très légère hausse, la vente de calls constitue un gain supplémentaire. Et dans l'éventualité d'un tel marché, le risque d'être exécuté est très faible. En cas de baisse du marché (et de l'indice), il faut faire rouler la position d'options (vendre et racheter des calls), ce qui permet d'accompagner la baisse, en récupérant une partie de celle-ci. Et si par chance cette baisse survient après une période stable, le portefeuille souffre encore moins de la baisse.

Les inconvénients de ce type de stratégies apparaissent dès le moment où la croissance du marché est rapide. En effet, dans le cadre d'un marché en progression lente, la vente de calls couverte accroît le gain et permet ainsi de dépasser l'indice. Mais si le marché venait à progresser rapidement, la probabilité d'exercice augmenterait, entraînant alors une vente des contrats sur indice.

CONCLUSION DU CHAPITRE

La gestion indicielle est considérée comme une méthode parfaite pour obtenir la même performance que l'indice choisi comme référence ainsi il faut préciser que l'investisseur qui souhaite répliquer les performances de l'indice mais ne désirant pas gérer lui-même son portefeuille peut avoir recours à l'un des véhicules suivants :

il peut confier son portefeuille à un gérant spécialisé en gestion indicienne. Cette gestion dédiée n'est possible que pour un investisseur institutionnel du fait du nombre de lignes et de la précision des pondérations à détenir en portefeuille ; il peut acheter des SICAV ou mutual funds indicieux. Les sociétés de gestion offrent ces montages juridiques qui sont des titres destinés à reproduire les performances de l'indice.

Toutefois, il est reproché à ces sociétés de gestion de ne pas permettre une gestion dynamique du portefeuille. De plus, l'acheteur doit généralement payer des frais de souscription, frais justifiés en partie par le réseau commercial qui propose ces SICAV aux investisseurs. Il existe enfin un décalage entre le dépôt des fonds et la date effective d'achat en bourse des titres sous-jacents par la SICAV ;

plus récemment, des montages juridiques particuliers ont permis le développement des ETF (Exchanges Traded Funds) ou trackers, qui connaissent un succès considérable sur tous les marchés. Ces ETF ou trackers sont cotés en bourse comme n'importe quel titre. Ils peuvent être achetés ou vendus à tout moment. Ils ont pour émetteurs des sociétés de gestion qui s'engagent à ce que la valeur de la part évolue comme l'indice général que leur gestion réplique.

Ces sociétés de gestion maintiennent donc un marché pour les ETF, en entrant à tout moment dans le carnet d'ordre de la bourse des ordres de vente et d'achat avec un spread très faible. Les ETF sont directement accessibles aux particuliers, dans la mesure où ils sont cotés en bourse comme les actions des sociétés avec une valeur nominale unitaire faible. Les particuliers qui achètent ou vendent des trackers encourent tout de même des commissions du même ordre de grandeur que les actions classiques. Les trackers, apparus aux Etats-Unis en 1993, se sont développés en France à partir de janvier 2001 et bénéficient d'un soutien actif d'Euronext qui leur a réservé un compartiment de marché, Nexttrack.

PARADIGME RENTABILITÉ/RISQUE

3

SOMMAIRE

INTRODUCTION	38
3.1 LA RENTABILITÉ	40
3.1.1 Pour une action	40
3.1.2 Pour un portefeuille d'actions	42
3.1.3 Les faits stylisés des rentabilités	43
3.2 LE RISQUE	45
3.2.1 Définition du risque	45
3.2.2 Le risque financier	45
3.2.3 Les mesures classiques de risque	47
3.3 LES MESURES DE PERFORMANCE	50
3.3.1 Les mesures de performance classiques	51
3.3.2 Les autres mesures de performance "Alternatives"	53
CONCLUSION	54

CE chapitre prolonge et complète le premier qui portait sur le comportement face au risque. Admis souvent comme les pièces d'un même puzzle, la rentabilité et le risque sont considérés respectivement comme les deux paramètres fondamentaux de la gestion des portefeuilles d'actifs. Dans ce sens, le présent chapitre aborde un rappel du cadre théorique qui oriente la recherche et la réflexion en finance, plus particulièrement nous présentons le couple rentabilité/risque.

Mots clés : Mesures de performance, mesures de risque, rentabilité, risque.

INTRODUCTION

Les portefeuilles sont constitués d'actifs financiers tels que les actions, les obligations, les crédits et les options. Une question fondamentale dans la gestion des portefeuilles d'actifs est le choix des objectifs de placement valide. En contexte du risque, les individus prennent leurs décisions sur la base de deux paramètres fondamentaux (la rentabilité et le risque).

Le risque et le rendement sont deux notions associées en finance. En effet, dans le cas d'un investissement dans un actif financier risqué un investisseur demandera une rentabilité plus élevée ou un risque plus faible et les décisions d'investissement se résument à trouver un compromis optimal entre la rentabilité et le risque. Donc un investisseur qui souhaite améliorer la rentabilité de son portefeuille doit accepter de prendre plus de risques.

La rentabilité (ou taux de rentabilité ou le rendement) est un indicateur qui va nous permettre de mesurer, pendant un intervalle de temps donné, l'appréciation ou la dépréciation relative de la valeur d'un actif financier ou d'un portefeuille d'actifs. Nous limiterons notre étude à des actifs financiers de type action¹.

La notion de risque² provient des variations des prix des actifs financiers et de leur effet négatif sur la valeur financière totale du portefeuille. Donc, le risque est une composante très importante de la gestion de portefeuille.

Alors que la rentabilité est simple à évaluer, le risque n'a pas reçu de consensus sur ce qui constitue sa juste mesure. Le risque peut être considéré comme la variance (par exemple, Markowitz (1952, 1959); Tobin (1958); Sharpe (1964) ; Lintner (1965a, 1965b); Mossin (1966)); la semi-variance (Markowitz (1959)); les moments inférieurs partiels (par exemple, Bawa (1974, 1975, 1976); Fishburn (1977); et Harlow et Rao (1989)); la soi-disant valeur à risque (par exemple Morgan (1995), Jorion (2000), Grebeck (2006) et Kuhn 2006)); et ainsi de suite.

Donc le couple risque et rendement seront des termes très centraux dans notre analyse et il est essentiel que l'on comprenne bien le sens de chaque terme et comment les actifs avec différentes structures peuvent être comparés. Pour cela un panorama des mesures de performance sont utilisés pour comparer la performance des portefeuilles, offrant aux investisseurs des informations utiles sur la capacité des gestionnaires et fournissent une première approche permettant d'apprécier le risque pris par le gestionnaire. Toutes ces mesures dépendent de la définition du risque, et il existe différentes catégories de mesures.

Dans ce qui suit, nous allons d'abord présenter brièvement la rentabilité des actifs financiers dans la section 3.2. La section 3.3 est consacrée à la notion du risque et les différentes mesures de risque. Les mesures de performances des portefeuilles seront présentés dans la section 3.4.

¹titre de propriété représentant une part d'une société

²Dans un paradigme knightien, le risque désigne une situation où les possibilités de l'avenir sont connues et probabilisables.

3.1 LA RENTABILITÉ

La gestion des portefeuilles d'actifs s'appuie sur la notion de rentabilité ou de taux de rentabilité. Cette grandeur mesure l'appréciation ou la dépréciation relative de la valeur d'un actif financier ou d'un portefeuille d'actifs pendant un intervalle de temps donné (jour, semaine, mois, année).

Définition 3.1 (*La rentabilité*)

La rentabilité mesure l'appréciation (ou dépréciation) relative de la valeur d'un actif financier ou d'un portefeuille d'actifs financiers entre deux instants successifs.

La rentabilité est une notion fondamentale en finance et elle apparaît dans l'expression de la plupart des modèles de gestion de portefeuille. Dans une conception classique, le Petit Robert définit la rentabilité (return) comme étant : *la faculté d'un capital placé ou investi de dégager un résultat ou un gain*. Cette définition se réfère à la rémunération d'un capital investi qui se traduit par des gains attendus ou des flux de revenus liés à cet investissement (Védrine et al (1991) et Hirigoyen (2005)). Nous nous référons ici à la rentabilité en tant qu'indicateur qui va nous permettre de mesurer l'appréciation ou la dépréciation relative de la valeur d'un actif financier entre deux périodes successives (jour, semaine, mois, année). Nous allons utiliser indifféremment *la rentabilité* ou *le taux de rentabilité* et focaliser notre attention dans ce qui va suivre sur la rentabilité des actifs financiers de type action.

3.1.1 Pour une action

Soient t et $t + 1$ deux instants successifs. Nous notons P_t et P_{t+1} les valeurs (prix) de l'actif A_i aux instants t et $t + 1$, respectivement. Nous calculons deux types de rendement d'un actif financier de type action dans l'intervalle $[t, t + 1]$ par :

1. le rendement arithmétique comme la variation relative de son prix $P_{t+1}(i)$ entre les instants t et $t + 1$ par :

$$R_t^{arith}(i) = \frac{P_{t+1}(i) - P_t(i)}{P_t(i)} \quad (3.1)$$

Si un flux financier $D_{t+1}(i)$ tel qu'un dividende est reçu entre t et $t + 1$

$$R_t^{arith}(i) = \frac{P_{t+1}(i) - P_t(i) + D_{t+1}(i)}{P_t(i)} \quad (3.2)$$

En plus, si des coûts de transaction $C(i)$ et Taxes $T(i)$ ont été supportées par l'actif financier, cette formule devient :

$$R_t^{arith}(i) = \frac{P_{t+1}(i) - P_t(i) + D_{t+1}(i) - T(i) - C(i)}{P_t(i)} \quad (3.3)$$

Par la suite, nous supposons que de tels flux sont incorporés à la valeur finale P_{t+1} .

Pour des raisons de simplification, nous négligerons les coûts de transaction et les taxes qui peuvent être intégrés sans difficulté par la suite dans le calcul.

2. le rendement logarithmique, également appelé rendement géométrique, entre les instants t et $t + 1$ par :

$$R_t^{log}(i) = \ln \frac{P_{t+1}(i)}{P_t(i)} \quad (3.4)$$

La relation entre la rentabilité arithmétique et la rentabilité logarithmique peut être exprimée ainsi :

$$R_t^{log}(i) = \ln \frac{P_{t+1}(i)}{P_t(i)} = \ln \left(1 + \frac{P_{t+1}(i) - P_t(i)}{P_t(i)} \right)$$

D'où :

$$R_t^{log}(i) = \ln(1 + R_t^{arith}(i))$$

Sachant que : $\ln(1 + x) \leq x$, nous pouvons déduire que la rentabilité logarithmique est inférieure ou égale à la rentabilité arithmétique.

L'inconvénient du rendement arithmétique est qu'il n'est pas additif. En effet, son calcul privilégie les deux instants t et $t + 1$, et néglige ainsi l'évolution de la valeur pendant la période qui les sépare l'un de l'autre (voir Aftalion (1996)).

Afin de mesurer le taux d'accroissement d'un actif financier sur une seule période, on calcule la rentabilité, par contre si on souhaite évaluer cet actif sur plusieurs périodes successives, on détermine la rentabilité moyenne. Cette nouvelle notion sert à mesurer l'évaluation exacte du titre sur une période plus au moins longue. En effet, on distingue deux types de moyenne : la moyenne arithmétique et la moyenne géométrique.

- La moyenne arithmétique est la moyenne ordinaire, c'est-à-dire la somme des rentabilités (par exemple journalières) divisée par le nombre de ces rentabilités. Elle est utilisée lorsque les revenus intermédiaires ne sont pas réinvesties. Ainsi, son expression est

$$\bar{R}_a = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_T}{T} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_t \quad (3.5)$$

Où R_a = moyenne arithmétique, R_t = rentabilité pour une période t et T = nombre de périodes

Mais l'incertitude qui caractérise l'environnement financier actuel, rend difficile voir même impossible de prédire les cours futurs d'un actif et ses dividendes. C'est pourquoi la finance moderne a proposé de considérer les rendements passés d'un actif financier comme des variables aléatoires pondérées par une probabilité d'occurrence en fonction d'un facteur quelconque (par exemple l'état de l'économie) afin de pouvoir estimer la rentabilité espérée.

La rentabilité espérée est donnée par la formule suivante :

$$E(R_a) = \sum_{t=1}^T P_t \cdot R_t \quad (3.6)$$

Avec :

- P_t : Probabilité d'occurrence de l'actif financier en t
- R_t : Rendement de l'actif financier en t
- La moyenne géométrique est le second type de moyenne, qui à la différence de la moyenne arithmétique qui fait une moyenne de tous les rendements en supposant que les montants ne sont pas réinvestis, calcule une moyenne comme si chaque return était réinvesti dans le portefeuille.

$$\begin{aligned} \bar{R}_g &= \sqrt{(1 + R_1) * (1 + R_2) * (1 + R_3) * \dots * (1 + R_T) - 1} \\ &= \sqrt{\prod_{i=1}^T (1 + R_i) - 1} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Où :

- R_g = moyenne géométrique
- R_t = rentabilité pour une période t
- T = nombre de périodes

3.1.2 Pour un portefeuille d'actions

Comme il a été dit, un portefeuille est une combinaison linéaire de titres, donc, l'espérance de rendement d'un portefeuille est la moyenne des rendements des actifs individuels, pondérée par la proportion de chaque actif dans le portefeuille.

$$E(R_p) = \sum_1^n (X_i E(R_i)) \quad (3.8)$$

Avec

- $E(R_p)$: espérance de rendement du portefeuille
- X_i la proportion de chaque actif dans le portefeuille
- $E(R_i)$ l'espérance de rendement d'un titre individuel i
- n le nombre total d'actifs qui composent le portefeuille.

3.1.3 Les faits stylisés des rentabilités

De nombreux modèles financiers utilisent les séries historiques des actifs pour estimer les faits stylisés³ des rentabilités correspondantes comme leur rentabilité moyenne. Plusieurs méthodes sont disponibles. Celle que nous avons adoptée consiste en le calcul des rentabilités par l'utilisation de la formule suivante:

$$\bar{R} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T R_i \quad (3.9)$$

Nous considérons, en général, que les rentabilités des cours boursiers possèdent des densités de probabilités normales et identiquement distribuées. Soit un actif avec la rentabilité aléatoire R qui possède une telle distribution avec la moyenne μ et l'écart-type σ c'est-à-dire $R \sim N(\mu; \sigma)$. Dans ce cas, la densité de probabilité de la variable aléatoire R s'écrit:

$$\varphi(r) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(r-\mu)^2}{\sigma^2}} \quad (3.10)$$

L'hypothèse selon laquelle les rentabilités des actifs financiers sont normalement distribuées est souvent faite dans la littérature financière. Mais ceci ne correspond pas à la réalité. En général, les rentabilités sur les marchés ne suivent pas la loi gaussienne. Dans ce cas deux autres propriétés stochastiques entrent en jeu, ce sont le skewness et le kurtosis.

Définition 3.2 (*coefficient d'asymétrie*)

Le coefficient d'asymétrie ou Skewness est le moment centré d'ordre 3

$$\mu_3 = E[(R - E(R))^3]$$

La skewness (ou coefficient d'asymétrie) de Fisher est relatif

$$S = \frac{\mu_3}{\sigma(R)^3} = \frac{E[R - E(R)]^3}{\sigma(R)^3}$$

Pour calculer le coefficient d'asymétrie d'une série de m observations, on utilise la formule

$$S = \frac{\left(\frac{1}{m-1}\right) \sum_{t=1}^m (R_t - \mu)^3}{\sigma(R)^3}$$

où μ est la moyenne des rentabilités et $\sigma(R)$ l'estimateur de leur écart-type⁴.

- Lorsque la distribution est symétrique, le coefficient de Skewness est nul.
- Lorsque la distribution possède une forte queue vers la droite, le coefficient de Skewness est positif (les + l'emportent).

³Un fait stylisé est un phénomène ou une propriété des données observées que la communauté financière considère comme robuste et récurrent.

⁴ $\sigma(R) = \sqrt{E[(R - E[R])^2]} = \sqrt{E[R^2] - E[R]^2}$.

- Lorsque la distribution possède une forte queue vers la gauche, le coefficient de Skewness est négatif (les - l'emportent).

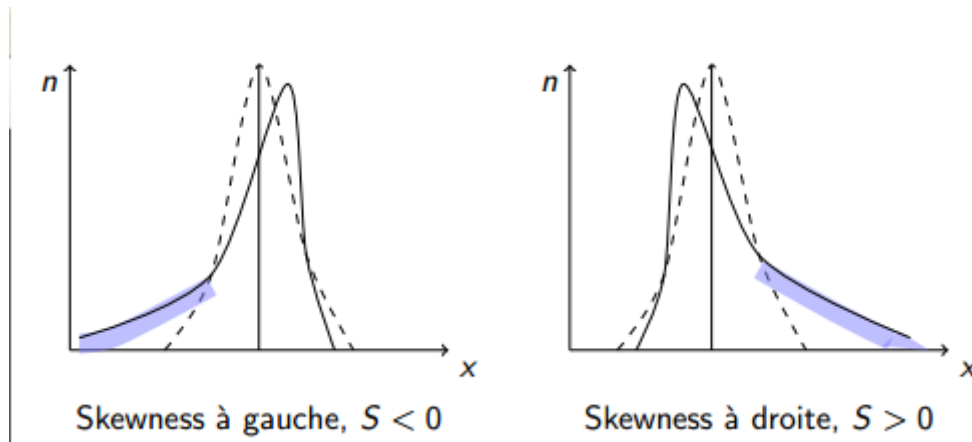


Figure 3.1 – Représentation du coefficient de Skewness positif et négatif par rapport à une distribution symétrique

Définition 3.3 (Le coefficient d'aplatissement)

Le coefficient d'aplatissement ou Kurtosis est le moment centré d'ordre 4

$$\mu_4 = E[(R - E(R))^4]$$

Définition 3.4 (Le coefficient d'aplatissement)

Pearson a défini le coefficient d'aplatissement (Kurtosis) qui permet d'étudier la forme plus ou moins pointue ou aplatie :

$$K = \frac{\mu_4}{\sigma(R)^4} = \frac{E[R - E(R)]^4}{\sigma(R)^4}$$

Fisher propose d'étudier $K' = K - 3$ ce qui permet de faire référence à une distribution particulière qui est la loi normale pour laquelle K vaut 3.

De la même manière que la coefficient d'asymétrie, l'indice d'aplatissement d'une série de m observations se calcule en utilisant la relation suivante:

$$K = \frac{\left(\frac{1}{m-1}\right) \sum_{t=1}^m (R_t - \mu)^4}{\sigma(R)^4}$$

Pour une loi normale le kurtosis vaut 3. On se réfère à ce chiffre pour juger de l'importance des queues d'une distribution. On parle de:

- distribution leptokurtique lorsque la kurtosis est supérieure à 3 : queues plus épaisses que celles de la loi normale,
- distribution platykurtique lorsque la kurtosis est inférieure à 3 : queues plus aplaties que celles de la loi normale. Pour une distribution normale $K = 3$.

Le kurtosis donne une information sur les **queues** de distribution. En effet, ce coefficient est grand quand il y a beaucoup de valeurs éloignées de la moyenne.

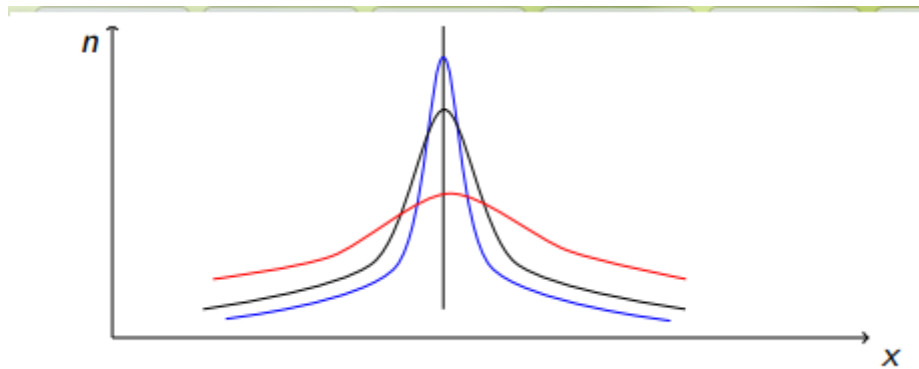


Figure 3.2 – Représentation du coefficient de kurtosis positif et négatif par rapport à une distribution symétrique

Un kurtosis positif ($K' > 0$) indique que les queues comptent **plus d'observations** que dans une distribution gaussienne. Un kurtosis négatif ($K' < 0$) indique que les queues comptent **moins d'observations** que dans une distribution gaussienne. Un kurtosis nul est celui d'une loi gaussienne

3.2 LE RISQUE

3.2.1 Définition du risque

Le risque est inhérent à la plupart des activités humaines. Le risque peut être défini de diverses manières. Le English Dictionary (2005) Oxford, par exemple, définit le risque comme: **la possibilité de quelque chose de mauvais se produire à un moment donné dans l'avenir, une situation qui pourrait être dangereuse ou d'avoir un mauvais résultat**. De toute évidence, que cette définition ne mentionne que l'inconvénient, à savoir le côté négatif du risque, alors que le potentiel pour un gain, à savoir la hausse possible, est négligée. Il est donc pas surprenant que chez les personnes normales d'utilisation linguistique de risque habituellement associé uniquement avec des événements négatifs tels que les accidents de voiture ou les catastrophes environnementales.

Pourtant, alors que le risque pourrait nuire à ceux qui lui sont exposés, il offre cependant aussi des avantages pour ceux qui réussissent à l'utiliser à leur avantage. Par conséquent, dans un contexte financier formel du terme **risque** implique, en plus de l'élément négatif, l'élément positif. Généralement, afin d'exploiter une opportunité de marché ou plutôt un rendement d'avenir incertain, vous devez prendre des risques et sacrifier les ressources actuelles.

Une définition telle que celle de DeLoach (2000), qui définit le risque comme: **la distribution des résultats possibles des performances d'une entreprise sur un horizon de temps donné en raison de changements dans les variables de base clés** pourrait dans ce contexte être plus précis.

3.2.2 Le risque financier

Le risque financier est un risque de perdre de l'argent suite à une opération financière (sur un actif financier) ou à une opération économique

ayant une incidence financière. Le risque financier est due aux fluctuations du marché et les mouvements du marché peuvent inclure de nombreux facteurs. Sur cette base, les investisseurs sur les marchés financiers sont confrontés à deux types de risques : le risque systématique et le risque non systématique.

Risque systématique : également connu comme risque de marché. Le risque systématique est fait face par tous les investisseurs dus à la volatilité du marché. Ce risque ne peut pas être diversifié loin. C'est le type de risque que la plupart des personnes se réfèrent quand elles emploient en passant le terme *risque* quand discutant des investissements.

Risque non systématique : la mesure du risque s'est associée à une sécurité particulière ; également connu en tant que risque diversifiable. Ce risque peut être atténué en tenant un portfolio diversifié de beaucoup de différentes actions dans beaucoup de différentes industries.

Il convient de noter qu'en fonction de l'instrument financier, quelques risques supplémentaires décrits ci-dessous peuvent s'appliquer et augmenter le niveau de risque auquel sont exposés les investisseurs.

Risque politique: le risque dû aux changements de la loi ou du régime politique. Le potentiel change légalement le droit fiscal ou les changements de la structure d'un pays du gouvernement sont des sources de risque politique.

Risque d'inflation: L'inflation⁵ élevée n'est pas bénéfique pour l'économie car elle occasionne la dépréciation de sa monnaie (perte de sa valeur par rapport aux autres monnaies) et réduit le rendement réel des placements et des instruments financiers.

Risque de liquidité: Le manque de liquidité⁶ peut empêcher un investisseur de vendre des instruments financiers à leur valeur marchande ou en quantité suffisante, en l'obligeant éventuellement à vendre les instruments à un prix nettement inférieur à leurs prix juste. Le manque de liquidité est généralement causé soit par l'offre et la demande du marché et/ou un manque de liquidité dû aux caractéristiques inhérentes à un instrument financier.

Risque de taux d'intérêt: Ce risque est associé aux fluctuations de taux d'intérêt, qu'il s'agisse de taux à court terme ou à long terme. Ces fluctuations peuvent avoir des conséquences défavorables importantes sur le prix des instruments financiers, en particulier les instruments obligataires pour lesquels le risque de taux d'intérêt est plus important.

⁵C'est le taux d'augmentation des prix dans une économie

⁶La liquidité désigne la possibilité d'acheter et de vendre tout type d'actif rapidement sans impacter sa valeur marchande

Risque de crédit: Ce risque désigne l'incapacité d'un débiteur (l'émetteur de titres) à honorer le ou les paiements de sa dette. Cette incapacité est dénommée **défaut** et les investisseurs peuvent perdre une partie ou la totalité du capital qu'ils ont prêté.

Le risque de change: En fonction des mouvements des taux de change⁷, un investissement dans une devise étrangère peut générer des profits, en cas d'appréciation de la monnaie étrangère, ou entraîner des pertes, en cas de dépréciation de la monnaie étrangère.

Le risque psychologique: Ce risque est lié à des facteurs irrationnels qui peuvent influencer sur l'évolution globale des prix des actifs. A titre d'exemple, des rumeurs non fondées peuvent provoquer des chutes importantes du cours des actions ou des obligations d'une entreprise, même si les facteurs économiques fondamentaux (finances, rentabilité, perspectives de croissance) de cette société sont solides

Mesurer le risque est une activité délicate, il est important de choisir une mesure pertinente du risque. Dans notre cas, le risque est lié à la valeur future des actifs et on cherche à déterminer le montant d'actifs sûrs nécessaire pour la couverture du risque.

3.2.3 Les mesures classiques de risque

Si nous acceptons l'argument selon lequel les risques affectent la façon dont les gestionnaires et les investisseurs vont prendre les décisions, il en découle logiquement que la mesure du risque est une première étape cruciale pour le gérer. Donc, mesurer et quantifier le risque est une question centrale dans la gestion moderne des risques.

Diverses méthodes existent pour mesurer ces risques, pour ce faire, nous allons présenter les indicateurs les plus utilisés pour mesurer le risque lié aux actions, à savoir : la variance, la semi-variance, les moments partiels inférieurs, le risque shortfall, le coefficient du risque systématique (bêta) et les statistiques complémentaires

(a) La variance: Cette mesure classique de risque a été introduite par Markowitz (1952) dans son modèle fondateur **Moyenne-Variance**. La variance est une mesure de dispersion d'une variable aléatoire autour de sa moyenne. Cette dispersion des rentabilités autour de leur moyenne estimée traduit alors l'incertitude du placement.

Définition 3.5 Soit f la fonction de densité d'une variable aléatoire R , nous définissons la variance de R par:

$$Var(R) = \sigma(R)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (R - E(R))^2 f(r) dr$$

où E est l'opérateur d'espérance mathématique et R est une variable continue.

Dans le cas discret, nous pouvons également utiliser l'expression :

⁷Le risque de change concerne un investisseur qui détient des instruments financiers libellés dans une monnaie étrangère qui est différente de sa monnaie nationale.

Définition 3.6 La variance de la série statistique $\{r_i; 1, \dots, T\}$ se note $\sigma(R)^2$ et se définit comme suit :

$$Var(R) = \sigma(R)^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (r_i - E(R))^2$$

À cet effet, on définit la variance du taux de rentabilité d'un actif financier i et on la note par σ_R^2 , la moyenne arithmétique des carrés de la différence entre le taux de rentabilité et le taux de rentabilité moyen pour une période T ;

Cette mesure a fait l'objet de deux principales critiques:

- la prise en compte de manière identique des variations **positives** autant que **négatives** des rendements autour de leur moyenne.
- Cette mesure de risque n'est pas une mesure cohérente⁸ car elle ne vérifie pas la condition de monotonie ni celle d'invariance par translation.

Pour des raisons de commodité, on cherchera plutôt à construire des mesures de risque monétaires, c'est à dire dans la même unité que X . On préférera alors généralement l'écart-type à la variance.

(b)La mesure de risque de baisse: L'idée des mesures de risque de baisse est à l'origine du fait que les investisseurs sont favorables aux rentabilités supérieures à un objectif. Malgré l'apparence logique de ce type de mesures de risque, elles provoquent certaines critiques. Tous les investisseurs ne sont pas d'accord avec cette méthode, certains ne croient pas que cette méthode puisse mesurer correctement les risques. De plus, tous ne sont pas d'accord sur le même objectif. En effet, cette méthode est très subjective.

- **Semi-Variance** : En 1959, Markowitz a proposé l'utilisation du semi-variance dans le cas où l'investisseur est indifférent entre deux titres ou plus après avoir calculer la variance, c'est-à-dire, la variance est parfois insuffisante pour prendre la décision adéquate. La semi-variance est une mesure de type dite les mesures de risque de baisse. Ce type de mesure se concentre essentiellement sur les pertes. La semi-variance prend en compte seulement les écarts qui sont inférieurs à un objectif.

Mathématiquement, la mesure de semi-variance est définie comme suit :

$$SV(R) = \int_{-\infty}^{r_{cible}} (r_i - r_{cible})^2 f(r) dr$$

ou r_{cible} est l'objectif et $f(r)$ est la fonction de densité de rendement aléatoire r_i . Markowitz suppose que r_{cible} est égal à l'espérance de rendement, $E(R)$, d'où vient le nom semi-variance. Dans ce cas nous avons :

⁸ALZNER

$$SV(R) = \int_{-\infty}^{r_{cible}} (r_i - E(R))^2 f(r) dr$$

La semi-variance, ou risque de perte quadratique, s'écrit dans le cas discret :

$$SV(R) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (\min(r_i - E(R); 0))^2$$

- **Les moments partiels inférieurs:** Ce concept introduit par Bawa (1975) et Fishburn (1977) afin de définir les mesures de baisse de façon générale. La semi-variance est un cas particulier d'une classe de mesure asymétrique du risque appelée les moments partiels inférieurs⁹.

Le moment partiel inférieur d'ordre α et de rendement cible r_{cible} d'un actif A , se définit dans le cas continu par :

$$LPM(\alpha, r_{cible}) = \int_{-\infty}^{r_{cible}} (r_i - r_{cible})^\alpha f(r) dr \quad (3.11)$$

Dans le cas discret, nous pouvons également utiliser l'expression :

$$LPM(\alpha, r_{cible}) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (\min(r_i - r_{cible}; 0))^\alpha \quad (3.12)$$

A l'opposé de la variance, aucune hypothèse n'est faite sur la distribution statistique des rendements des actifs. Ainsi les moments partiels inférieurs représentent en quelque sorte l'écart-type des rendements inférieurs à un rendement cible. Ils ne pénalisent pas les rendements supérieurs à un rendement cible et différencient le risque, obtenir des rendements inférieurs à un rendement minimal, de l'incertitude, variabilité des rendements. Le paramètre α détermine en quelque sorte le degré d'aversion au risque de l'investisseur, plus celui-ci est élevé, plus l'investisseur est averse au risque.

(c) **Les mesures du risque de perte:** Le risque peut être défini d'une troisième façon, le risque de perte. Cette mesure de risque est nommée **Valeur exposée au risque** ou **la valeur en risque** ou bien plus connue sous le nom **Value at Risk (VaR)**. La VaR désigne la perte potentielle que nous nous autorisons sur un certain horizon T et pour un niveau de probabilité donné. Le chapitre 4 sera consacré à sa présentation la Value at Risk ainsi qu'au concept de Conditional Value at Risk (valeur à risque conditionnelle) qui lui a succédé.

(d) **Statistiques complémentaires:** D'autres outils statistiques peuvent aider à caractériser le risque d'un actif. Il s'agit de :

⁹Lower Partial Moments - LPM

- **L'écart absolu moyen (EAM)** Une alternative présentée par Konno et Yamazaki en 1991 a suggéré que l'optimisation de portefeuille de style Markowitz pourrait être remplacé voir même amélioré avec un modèle en utilisant l'écart absolu moyen (EAM) en tant que mesure du risque.

Définition 3.7 L' écart moyen absolu , noté e_m , se définit comme étant égal à la moyenne des valeurs absolues des différences entre les observations et leur moyenne :

$$EAM(R) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^T |r_i - E(R)| \quad (3.13)$$

L'écart absolu moyen est un estimateur plus robuste de l'échelle par rapport à l'écart-type et plus résistant aux valeurs aberrantes dans un ensemble de données¹⁰. Pour un écart absolu moyen plus important, le risque est élevé.

Notons que EAM est plus facile à calculer que la variance de Markowitz parce qu'il élimine la nécessité d'une matrice de covariance.

- **L'intervalle de variation (Étendu):** Il consiste à calculer la différence entre le taux de rentabilité le plus élevé et le taux de rentabilité minimal de chaque titre i du portefeuille sur un horizon de temps T . L'actif le plus risqué est celle dont son étendu est plus élevé :

$$ETD(R) = r_{i-max} - r_{i-min} \quad (3.14)$$

où r_{i-max} est le taux de rentabilité maximal et r_{i-min} est le taux de rentabilité minimal.

Cependant cette mesure néglige les taux de rentabilité intermédiaire, autrement, elle ne prend pas en considération les taux supérieurs au taux de rentabilité minimal et inférieurs au taux de rentabilité maximal.

- **La probabilité d'obtenir une rentabilité négative:** qui calcule la proportion de rentabilités négatives pour un actif sur une période donnée.

3.3 LES MESURES DE PERFORMANCE

Mesurer la performance des portefeuilles et des gérants revêt une importance particulière dans le domaine académique et professionnel pour apprécier la performance d'un fond sur la base de sa rentabilité et d'un critère de risque. Des techniques utilisant la rentabilité et le risque ont commencé dans les années 60 par des mesures dites classiques telles que le ratio de Sharpe, l'alpha de Jensen, le ratio de Treynor, etc. De nos jours, La littérature financière compte plus d'une centaine de mesures de performance différentes, en fonction de la manière de qualifier la rentabilité et le risque. Cette section définit les mesures de performance pour comparer

¹⁰Lors du calcul de l'écart type, les distances entre le rendement du portefeuille de leur moyenne sont élevés au carré; donc, en moyenne, des écarts importants sont pondérés plus fortement et, par conséquent, les valeurs aberrantes peuvent fortement influencer les résultats.

la performance des portefeuilles, offrant aux investisseurs des informations utiles sur la capacité des gestionnaires et fournissent une première approche permettant d'apprécier le risque pris par le gestionnaire.

Nous divisons ces mesures de performance en deux types: les mesures traditionnelles de performance.

il est difficile de prétendre à l'exhaustivité dans le domaine des mesures de performance pour le grand nombre des instruments de mesure de performance. c'est pourquoi, nous limitons aux mesures de performance classiques ainsi que certains mesures récentes.

3.3.1 Les mesures de performance classiques

Les mesures de performance traditionnelles les utilisées et connues sont le ratio de Sharpe (1966), Treynor (1966) et la mesure de l'alpha de Jensen (1968), qui permettent d'évaluer les performances d'un fonds en fonction de leur rendement et de leur risque.

- **Le ratio de Sharpe (1966):** Le ratio de Sharpe (RS) a été introduit par Sharpe (1966) il y a plus de 40 ans et est encore aujourd'hui l'un des mesures de performance les plus populaires et couramment utilisés. Le secteur financier applique le ratio de Sharpe dans de nombreux contextes différents de la gestion des risques. La règle de Sharpe propose de choisir l'actif avec le ratio de Sharpe le plus élevé.

Il mesure le rendement obtenu d'un portefeuille au-delà d'un taux de placement sans risque par rapport au risque total du portefeuille, mesuré par l'écart-type.

Il quantifie le rendement par unité de risque total. La formule de ratio de Sharpe est la suivante

$$RS_i = \frac{E(R_i) - r_f}{\sigma_i} \quad (3.15)$$

où $E(R_i)$ est le rendement espéré de l'actif i , r_f est le taux sans risque et σ_i est l'écart type du rendement de l'actif i .

Intuitivement, le ratio de Sharpe peut être interprété comme l'excédent du rendement d'un investissement par unité de risque. Par conséquent, il est communément également interprété comme un ratio de récompense au risque, où le risque et le rendement sont capturés dans une seule mesure. Un rendement attendu en hausse et un écart-type en baisse sont les deux événements positifs du point de vue des investisseurs, conduisant à une augmentation de ce ratio. Il est utilisé pour caractériser la façon dont le rendement d'un placement compense l'investisseur pour le risque pris.

- **Le ratio de Treynor (1965):** En 1965, Jack Treynor conçu un indice de mesure de la performance du portefeuille appelé le ratio de Treynor, en fonction du risque systématique. Il est similaire au ratio de Sharpe, sauf qu'il utilise le bêta¹¹ au lieu de l'écart type. Par conséquent, sa mesure de performance notée T est l'excès de rendement par rapport au taux sans

¹¹Beta signifie la sensibilité des rendements de l'actif (ou portefeuille) par rapport à l'évolution de l'indice du marché boursier, à savoir: $\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)}$

risque par unité de risque systématique ; il indique la prime de risque par unité de risque systématique. Le ratio de Treynor est calculé comme suit:

$$RT_i = \frac{E(R_i) - r_f}{\beta_i} \quad (3.16)$$

où $E(R_i) - r_f$ est le rendement attendu excédentaire par rapport au taux sans risque et β_i est le risque systématique.

Similaire au ratio de Sharpe, le ratio de Treynor concerne le rendement excédentaire au risque. Cependant, au lieu du risque total, il considère le risque systématique. Un ratio de Treynor élevé correspond à une performance meilleure et vice versa.

- **L'alpha de Jensen (1968):** En 1968, Jensen a développé une mesure statistique appelée Alpha de Jensen qui est le taux de rendement qui dépasse ce qui était prévu ou prédit par des modèles comme le Capital Asset Pricing Model (CAPM)¹². Pour comprendre comment cela fonctionne, considérez la formule CAPM:

$$E(R_i) = r_f + \beta_i(E(R_m) - r_f) + \alpha \quad (3.17)$$

$$\alpha = E(R_i) - (r_f + \beta_i(E(R_m) - r_f)) \quad (3.18)$$

Où $E(R_m)$ est le rendement moyen du marché.

Notez que deux actifs (ou portefeuilles) similaires pourraient porter le même degré de risque (même beta), mais en raison des différences dans l'Alpha de Jensen, on pourrait générer des rendements supérieurs à ceux de l'autre. L'alpha, signifie que l'actif (ou portefeuille) a gagné au-dessus du niveau prévu.

- **Le ratio d'information:** Le ratio d'information, appelé également ratio d'appréciation, a été proposé par Treynor et Black (1973) afin de remédier à l'une des faiblesses du ratio de Treynor. Ainsi ce ratio permet d'obtenir une information sur la capacité des gérants à sélectionner les meilleurs titres, pour pouvoir classer les gestionnaires selon la précision des informations qu'ils détiennent.

Le ratio s'exprime ainsi :

$$RI_i = \frac{E(R_{it}) - E(R_{bt})}{\sigma(E(R_{it}) - E(R_{bt}))} \quad (3.19)$$

Avec $E(R_{it})$ est la rentabilité moyenne de l'actif pendant la période t , $E(R_{bt})$ est la rentabilité moyenne du benchmark pendant la période t et $\sigma(E(R_{it}) - E(R_{bt}))$ est l'écart-type des différences de rentabilités.

¹²La majeure partie de la formule du CAPM (tout sauf le facteur alpha) calcule ce que le taux de rendement sur un certain portefeuille doit être sous certaines conditions du marché. Donc, si le modèle CAPM prédit que votre portefeuille devrait revenir à 10%, mais il retourne en fait 15%, nous pourrions appeler l'alpha la différence de 5%, dans la mesure de Jensen.

3.3.2 Les autres mesures de performance "Alternatives"

Pour pallier aux inconvénients des mesures classiques de performance, de nouvelles mesures sont apparues afin de proposer des solutions et faire face aux difficultés d'applications rencontrées par les mesures classiques de performance.

- **Ratio de Sortino:** Sortino et Van Der Meer (1991) ont proposé cette mesure de performance et la nouveauté consiste à remplacer le taux sans risque par le rendement minimal acceptable (R_{MAR}), c'est-à-dire le rendement sous lequel l'investisseur ne souhaite pas baisser et l'écart-type par la racine de la semi-variance des rendements qui sont inférieurs au MAR.

$$SR_i = \frac{E(R_i) - R_{MAR}}{\sqrt{SV(R_{MAR})}} \quad (3.20)$$

- **Omega:** Une autre approche a été proposée par Keating et Shadwick (2002), l'oméga comme étant une mesure de performance universelle et plus générale que les précédentes. En effet oméga permet de prendre en compte toute la distribution du rendement des actifs et capte toute l'information relative aux moments supérieurs.

La fonction oméga telle qu'elle a été proposée par les deux chercheurs se présente comme suit :

$$\Omega(r) = \frac{\int_r^b (1 - F(x)) dx}{\int_r^a F(x) dx} \quad (3.21)$$

Avec $F(x)$ est la fonction de répartition de la variable aléatoire, $[a, b]$ est l'intervalle sur lequel la fonction $F(x)$ est définie et r est le seuil choisi par l'investisseur.

- **Adjusted for Skewness Sharpe Ratio (ASSR) et Adjusted for Skewness and Kurtosis Sharpe Ratio (ASKSR):** Koekebakker et Zakamouline (2007, 2009) proposent ces mesures pour compléter le ratio de Sharpe classique et combler plusieurs de ses lacunes.

$$ASSR = RS \sqrt{1 + b \left(\frac{S}{3} \right)} RS \quad (3.22)$$

- **Ratio de Sharpe Modifié:** Israelsen (2005) propose une amélioration du ratio classique de Sharpe en modifiant le dénominateur du ratio classique en lui ajoutant un exposant.

$$RS_{\text{Modifié}} = \frac{R_i - r_f}{\frac{R_i - r_f}{\sigma(R_i - r_f)}} \quad (3.23)$$

- **Ratio de Sharpe + Skewness/kurtosis:** Watanabe (2006) estime qu'il faut tenir compte des moments supérieurs permettrait d'avoir une mesure plus précise. Ainsi, la mesure proposée est la suivante :

$$SR_{S/K} = \frac{R_i - r_f}{\sigma_i} + \frac{S}{K} \quad (3.24)$$

- **Sharpe VaR:** Dowd (1999; 2000) propose d'utiliser la VaR dans l'appréciation de la performance des portefeuilles.

$$SR_{VaR} = \frac{R_i - r_f}{VaR} \quad (3.25)$$

- **Reward to VaR ratio:** Alexander et Baptista (2003) proposent d'utiliser en plus la VaR comme indicateur de risque le taux sans risque. Cette mesure se présente comme suit :

$$R_{VaR} = \frac{R_i - r_f}{VaR + r_f} \quad (3.26)$$

- **Ratio de Sharpe basé sur Cornish-Fisher VaR:** L'approximation de Cornish-Fisher (1937) permet d'estimer une VaR corrigée de l'asymétrie et du caractère leptokurtique des rendements du portefeuille.

$$SR_{VaR(CF)} = \frac{R_i - r_f}{VaR_{Cornish-Fisher}} \quad (3.27)$$

- **Le ratio Stable Tail Adjusted Return Ratio :** Proposé par Martin et al.(2003) comme une généralisation du ratio de Sharpe. Cette mesure de performance est exprimée ainsi :

$$STARR = \frac{R_i - r_f}{CVaR} \quad (3.28)$$

- **La mesure de Calmar:** proposée par Young (1991) consiste à diviser la rentabilité excédentaire du portefeuille par la valeur absolue de la perte maximale historique subie au cours de la période observée (Maximum Drawdown (MDD)).

$$Calmar = \frac{R_i - r_f}{|MDD_{[0,T]}|} \quad (3.29)$$

CONCLUSION DU CHAPITRE

Dans ce chapitre nous avons traité les concepts fondamentaux de la gestion de portefeuille pour mettre en exergue le couple risque/rendement, Ces deux notions complètement liées en finance et qui servent de base dans les modèles financiers et dans les mesures de performances utilisées par les chercheurs et par les praticiens. Ce chapitre vient compléter la thématique développée dans le premier chapitre sur la théorie de décision en univers risque puisque le choix optimal des investisseurs dont le comportement est conditionné par les modèles de décision préalablement définis.

Dans la gestion de portefeuille, les seuls éléments à prendre en compte sont le risque et le rendement des titres, car les investisseurs achèteront toujours l'actif qui présente un rendement optimal par rapport à son niveau de risque. Aucun investisseur purement rationnel n'achèterait en effet un actif plus risqué qu'un autre actif mais offrant un rendement inférieur.

Nous avons pris soin de nous focaliser sur le couple risque/rendement car nous allons développer certaines mesures dans les futurs chapitres. Les prochains chapitres reprendront et compléteront certaines définitions et concepts. L'utilisation des modèles tel que le modèle Moyenne-Variance et Moyenne-Gini pour la constitution de portefeuilles optimaux dans le cadre des modèles qui répondent au paradigme risque-rendement sera notre contribution majeure.

Nous avons également exploré la littérature relative aux mesures de performance classiques et des mesures plus récentes qui sont venues compléter et combler les lacunes des mesures classiques. Ajoutant à cela que La littérature financière compte plus d'une centaine de mesures de performance différentes, en fonction de la manière de qualifier la rentabilité et le risque. L'exploration de cette large littérature nous a permis de comprendre les différentes mesures de performance que nous allons appliquer par la suite aux portefeuilles composées. Nous ne prétendons pas avoir fait une revue exhaustive de toutes les mesures de risque ni d'avoir réuni et exposé toutes les mesures de performance. Cependant le lecteur trouvera une bibliographie assez riche pour se familiariser avec certaines méthodes connues ou moins connues.

LA THÉORIE MODERNE DE PORTEFEUILLE

4

SOMMAIRE

INTRODUCTION	56
4.1 LE MODÈLE DE MARKOWITZ	58
4.1.1 Les hypothèses de base	58
4.1.2 Le portefeuille optimal	59
4.1.3 La diversification	67
4.1.4 La frontière efficiente et choix de portefeuille	68
4.1.5 Les critiques adressées au modèle Moyenne-Variance	72
4.2 LE MODÈLE D'ÉVALUATION DES ACTIFS FINANCIERS (MEDAF)	73
4.2.1 Les hypothèses de base	73
4.2.2 Le modèle de base	74
4.2.3 Les limites du modèle MEDAF	75
4.3 LE MODÈLE D'ÉVALUATION PAR ARBITRAGE (MEA)	76
4.3.1 Les hypothèses de base	76
4.3.2 Le modèle initial de Ross (1976)	76
CONCLUSION	77

DANS ce chapitre, nous présentons la théorie moderne du portefeuille qui est en mesure de proposer des solutions pratiques pour tous les problèmes d'allocation d'actifs. Des étapes importantes sont Markowitz (1952a), Markowitz (1959), le Capital Asset Pricing Model (CAPM), tirés par Sharpe (1964), Mossin (1966), Lintner (1965), le CAPM intertemporelle par Merton (1973) et le modèle d'évaluation par arbitrage (MEA) de Ross (1976). Ce chapitre fournit une sélection des résultats de recherche précédents importants liés aux sujets abordés dans cette thèse. Ce sont la théorie de Markowitz et ses extensions et les résultats sur les aspects théoriques et empiriques des stratégies d'allocation d'actifs.

Mots clés : Capital Asset Pricing Model (CAPM), diversification, frontière efficiente, modèle Moyenne-Variance, Modèle d'Évaluation par Arbitrage (MEA).

INTRODUCTION

Le début des années 50 marque le point de départ de développement de la théorie moderne de la finance. Avec les travaux de Harry Markowitz (1952a, 1952b, 1959) et la publication de son premier article dans le *Journal of Finance*, le modèle de Markowitz est supposé un modèle de référence de construction de portefeuille efficient.

Cette théorie est le fruit de la rencontre de l'économie mathématique classique et de la théorie des choix dans l'incertain. La fondation d'une théorie des choix rigoureuse s'est révélée particulièrement capitale.

Markowitz a suggéré que, pour un niveau de risque donné, l'investisseur rationnel sélectionne le portefeuille avec un maximum de rendement, et pour un niveau donné du rendement, l'investisseur rationnel sélectionne le portefeuille avec un risque minimum. Le modèle suppose que le marché est parfait, sans frais de transaction ou de taxes et la vente à découvert n'est pas autorisée, mais les titres sont infiniment divisibles et peut donc être échangé en toute fraction non-négative. Depuis le développement du modèle de Markowitz, il est devenu le moteur de décision de base de nombreux gestionnaires de portefeuille. Markowitz dans sa célèbre théorie de la diversification du portefeuille a démontré qu'il est possible de constituer un portefeuille d'actifs dont le risque total est inférieur à la somme pondérée du risque des actifs qui le composent. La raison principale en est que la contribution d'un actif au risque global d'un portefeuille n'est pas égale au risque propre à cet actif mais dépend plutôt du degré de corrélation entre les variations des rendements de cet actif avec ceux des autres actifs dans le portefeuille. Par ailleurs la plus grande contribution de Markowitz est de construire un ensemble efficace de portefeuilles, qui est appelé **frontière efficiente**.

Sur la base des travaux de Markowitz, Sharpe (1964), Lintner (1965) et Mossin (1966) développèrent le Modèle d'Equilibre des Actifs Financiers (ou MEDAF, en anglais Capital Asset Pricing Model ou CAPM) qui aboutit, sous certaines hypothèses, à la relation d'équilibre entre la rentabilité espérée d'un actif financier quelconque et son risque. Il est destiné à régler le problème de la relation entre les prix des actifs et diverses composantes du risque total. Il offre un moyen efficace d'analyser les facteurs qui influent sur le prix des actifs grâce à un modèle de régression linéaire.

Encore une dizaine d'années plus tard, à la fin des années 70, Ross (1976) développa un modèle multifactoriel alternatif au MEDAF nommé Arbitrage Pricing Theory (APT) ou le modèle d'évaluation par arbitrage (MEA). Ce modèle est basé sur l'hypothèse que, dans un marché totalement concurrentiel, les opportunités d'arbitrage n'existent pas. Contrairement au MEDAF, fait valoir que le rendement des actifs financiers est le résultat des effets intégrés de divers facteurs, tels que la croissance du PIB, le taux de facteur d'inflation, etc. et non seulement affecté par des facteurs de risque internes au portefeuille.

Le modèle de Markowitz, le MEDAF et l'APT constituent ainsi le noyau dur de la théorie classique du portefeuille.

Nous organisons ce chapitre de la manière suivante: Le modèle Moyenne-Variance (MV) de Markowitz est considéré dans la première sec-

tion. Le modèle d'évaluation des actifs financiers de Sharpe (1964), Lintner (1965) et Mossin (1966) dans la seconde section. La troisième section sera consacré à la théorie d'évaluation par arbitrage. Le chapitre se termine par une conclusion.

4.1 LE MODÈLE DE MARKOWITZ

Le début des années 50 marque le point de départ de développement de la théorie moderne de la finance. Avec les travaux de Harry Markowitz (1952, 1959), et la publication de son premier article dans le *Journal of Finance*, le modèle de Markowitz est supposé un modèle de référence de construction de portefeuille efficient.

L'objectif fondamental de l'optimisation Moyenne-Variance est la détermination des pondérations des différentes classes d'actifs pour permettre une meilleure allocation de la richesse. Le résultat de cette optimisation est un portefeuille de référence (dit autrement, un benchmark pour l'allocation stratégique d'actifs).

4.1.1 Les hypothèses de base

Comme tout modèle, le choix de portefeuille à la Markowitz est fondé sur plusieurs hypothèses quant aux comportements des individus ainsi qu'au contexte d'incertitude. Il y a généralement plusieurs (pas toujours les mêmes) hypothèses mentionnées, les plus importantes sont résumées ici:

a- Les Hypothèses Relatives aux Actifs Financiers

Hypothèse 1 *Tout investissement est une décision prise dans une situation de risque : le rendement R_i d'un actif financier i pour toute une période future est par conséquent une variable aléatoire, dont on fait l'hypothèse qu'elle est distribuée selon une loi normale, c'est à dire une distribution symétrique stable entièrement définie par deux paramètres : l'espérance mathématique $\bar{r}_i = E(R_i)$ du rendement et l'écart-type $\sigma = \sigma(R_i)$.*

Hypothèse 2 *Les rendements des différents actifs financiers ne fluctuent pas indépendamment les uns des autres : ils sont corrélés ($cov(R_i, R_j) \neq 0$ où $\rho_{ij} = \frac{cov(R_i, R_j)}{\sigma_{R_i} \sigma_{R_j}} \neq 0$, ρ_{ij} est le coefficient de corrélation des rendements des actifs i et j).*

b- Les Hypothèses Relatives aux Comportements des Investisseurs

Hypothèse 3 *Le comportement des investisseurs est caractérisé par un degré plus ou moins prononcé d'aversion au risque. Ce dernier est mesuré par l'écart-type de la distribution de la probabilité du rendement.*

Hypothèse 4 *Les investisseurs sont rationnels : bien que leur fonction de préférence soit purement subjective, ils opèrent, en référence à celle-ci, des choix strictement transitifs.*

Hypothèse 5 *Tous les investisseurs ont le même horizon de décision, qui comporte une seule période. Cette simplification, qui peut paraître exagérée, permet de mettre en œuvre un modèle.*

4.1.2 Le portefeuille optimal

Cette méthode propose à l'investisseur un ensemble de portefeuilles *ef-ficients* c'est-à-dire qui, pour une rentabilité globale possible, présente le risque le plus faible, et vice versa. Cette méthode utilise uniquement les concepts de moyenne pour la rentabilité espérée et de variance pour l'incertitude associée à cette rentabilité, d'où le nom **Moyenne-Variance** associé à l'analyse de Markowitz.

On considère un marché financier formé par des actifs risqués (dont les prix: $P^i, i = 1, \dots, N$) et un actif sans risque (dont le prix: P^0) qui peut être assimilé à un placement bancaire à un taux sans risque. Le prix de l'actif i à une date $t \geq 0$ est noté P_{it} . On suppose que ces actifs sont parfaitement divisibles, qu'ils ne sont soumis ni à des coûts de transactions, ni à des taxes.

On se concentre tout au long de ce chapitre sur un modèle simple à une période. Les agents ont accès à ce marché seulement à deux dates, le présent $t = 0$ et une date future $t = T$ avec $T > 0$. À la date $t = 0$ l'investisseur forme, à partir de sa richesse initiale, un portefeuille d'actifs et le conserve jusqu'à la date $t = T$.

Dans un scénario complet de probabilité discrète, M désigne le nombre d'états avec des probabilités associées $p_1, p_2, \dots, p_M, \sum_{j=1}^M p_j = 1$. Soit $R = (R_1, \dots, R_N)^T$ représentent un vecteur à N dimensions des rendements.

Le rendement moyen d'un actif $i, i = 1 \leq \dots \leq N$, est défini par:

$$E[R_i] = \bar{r}_i = p_1 r_{i1} + p_2 r_{i2} + \dots + p_{M-1} r_{iM-1} + p_M r_{iM} = \sum_{j=1}^M p_j r_{ij} \quad (4.1)$$

r_{ij} est la réalisation du rendement aléatoire de l'actif i dans l'état $j, i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, M$.

Dans la pratique, les paramètres statistiques sont souvent estimés à partir de séries chronologiques (telles que les données historiques des marchés financiers), et après cela, ils sont en quelque sorte ajustés.

Tant que les actifs sont censés être caractérisés par des distributions symétriques, la variance ou l'écart-type sont de bonnes mesures parce que toute distribution normale est complètement décrite par sa valeur moyenne et sa variance (ou écart-type).

La variance du rendement aléatoire de l'actif $i, i = 1 \leq \dots \leq N$, est définie par

$$V[R_i] = \sigma_i^2 = \sum_{j=1}^M p_j (R_{ij} - \bar{r}_i)^2 \quad (4.2)$$

Avec $\bar{r}_i = E(R_i)$ le rendement moyen de l'actif i .

Bien que la distribution des rendements ne peut pas être totalement normale, la variance est généralement une bonne mesure du risque tant que les rendements historiques proviennent des intervalles de temps équidistants courts (voir, par exemple, Artzner et al (1999)). La variance n'est pas une bonne mesure de risque si nous traitons des actifs financiers qui se caractérisent par des gains non-symétriques.

Nous faisons maintenant l'hypothèse que tous les actifs sont risqués et que chacun a une variance positive. A partir d'un vecteur donné à N dimensions des rendements aléatoires

$$R = \begin{pmatrix} R_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ R_N \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

et un vecteur de rendement attendu

$$\bar{r} = \begin{pmatrix} \bar{r}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{r}_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E(R_1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ E(R_N) \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

et la matrice de variance-covariance

$$\text{cov}(R) = \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{N1} & \dots & \dots & \sigma_N^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{N1} & \dots & \dots & \sigma_{NN} \end{pmatrix}$$

Le rendement attendu \bar{r}_p d'un portefeuille est une combinaison linéaire des poids des actifs qui composent le portefeuille, $x = (x_1, \dots, x_N)^T$ et le vecteur $\bar{r} = (\bar{r}_1, \dots, \bar{r}_N)^T$.

$$E(R_p) = \bar{r}_p = \bar{r}^T x = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i \quad (4.5)$$

La variance σ_p^2 d'un portefeuille est

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N x_i x_k \sigma_{ik} \quad (4.6)$$

avec $\sigma_{ik} = E[(R_i - \bar{r}_i)(R_k - \bar{r}_k)]$. En utilisant l'écriture matricielle, nous avons $\sigma^2(R_p) = x^T \Sigma x$ avec $\Sigma = (\sigma_{ik})_{i,k=1}^N$ la matrice de variance-covariance.

Dans toute la suite, P représentera un portefeuille et $\sigma^2(R_p)$ sera notée σ_p^2 .

Le théorème suivant résume les propriétés les plus importantes de la matrice variance-covariance $\Sigma = E[(R - \bar{r})(R - \bar{r})]$.

Théorème 4.1 Lorsque Σ est la matrice de covariance, alors:

1. Σ est symétrique.
2. Σ est semi-définie positive.

3. Les rendements attendus sont linéairement indépendants, il en résulte que Σ est régulière.

Le rendement d'un portefeuille sera formulé comme suit: $R_p = x^T R$.

L'idée de Markowitz était de résoudre l'un des problèmes d'optimisation suivants :

- a- Portefeuille à risque minimal pour un niveau de rendement donné:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimiser } V(R) = x^T \Sigma x \\ \text{sous les contraintes:} \\ E(R_p) = \bar{r}^T x = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i = \bar{r}_p^* \\ 1^T x = \sum_{i=1}^N x_i = 1 \end{array} \right. \quad (4.7)$$

Avec \bar{r}_p^* est le rendement minimum exigé par l'investisseur.

Ceci est la forme standard du modèle d'optimisation de base de Markowitz sans restriction pour un rendement raisonnable étant au moins aussi grand que rendement attendu du portefeuille à variance minimale.

La contrainte

$$1^T x = \sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad (4.8)$$

fait référence à un investissement entier et

$$\bar{r}^T x = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i = \bar{r}_p^* \quad (4.9)$$

prédéfini la limite inférieure pour l'investisseur par rapport à son rendement attendu.

- b- Ou bien, un portefeuille à rendement maximal pour un niveau de risque donné:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Maximiser } E(R_p) = x^T \bar{r} \\ \text{sous les contraintes:} \\ V(R_p) = \sigma_p^{2*} \\ 1^T x = \sum_{i=1}^N x_i = 1 \end{array} \right. \quad (4.10)$$

Avec σ_p^{2*} est le risque (variance) maximum toléré par l'investisseur.

D'autres contraintes supplémentaires et des problèmes pratiques à la majorité des investisseurs individuels et institutionnels sont les suivantes:

1. Les ventes à découvert ne sont souvent pas possible, pas désiré ou ne sont pas autorisés; à savoir, $x_i \geq 0, i \in \{1, \dots, N\}$.
2. Il y a des limites souvent supérieures et inférieures pour les pourcentages d'investissement (particulièrement important sont les restrictions légales pour les investisseurs institutionnels):

$$x_{\text{inférieure}}^i \leq x_i \leq x_{\text{supérieure}}^i, i \in \{1, \dots, N\}$$

3. les contraintes de type Entier appliquent souvent, en particulier en ce qui concerne les investissements dans l'immobilier ou des pièces d'art: $x_i \geq 0, i \in \{1, \dots, N\}: x_i = c_i * z_i$, avec nombre entier z_i .

Afin de résoudre le problème d'optimisation, il faut choisir la fonction objective¹. Le rendement devrait être fixé et minimisé la variance du portefeuille, et le problème peut donc être formulé comme dans le programme 3.6. Plus généralement, nous écrivons le problème d'optimisation comme

$$\Phi(x) = x^T \sum x \rightarrow \min \text{ sous contrainte } Bx = c \quad (4.11)$$

avec une matrice symétrique définie positive $\sum \in R^{N \times N}$, la matrice $B = (1\mu)^T \in R^{2 \times N}$ et le vecteur $c = (1\bar{r}_p)^T$.

Ce problème a deux contraintes linéaires, à savoir, la condition d'investissement entier et un rendement attendu donné.

Il existe différentes techniques pour résoudre le problème d'optimisation quadratique, selon l'ensemble des contraintes. Alors que le problème sans restriction classique peut être résolu en utilisant le multiplicateur de Lagrange, les portefeuilles efficaces sont caractérisés par une relation quadratique entre la variance et le rendement attendu. Alors que la solutions du problème avec des contraintes non-négativité peuvent être résolus en utilisant l'algorithme proposé par Markowitz et la programmation quadratique utilisée, par exemple, par Philip Wolfe (1959). En plus du portefeuille de Markowitz, l'accent sera mis sur les deux portefeuilles exceptionnellement importants; à savoir le portefeuille à variance minimale et du portefeuille tangent.

- Solution du problème Sans restriction

Théorème 4.2 *Supposons \sum est régulière. Le problème d'optimisation:*

$$\min_x V(R_p) = x^T \sum x$$

sous les contraintes

$$1^T x = \sum_{i=1}^N x_i = 1$$

et

$$\bar{r}^T x = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i = \bar{r}_p^*$$

a alors la solution unique:

$$x^*(\bar{r}_p) = \frac{c\bar{r}_p - b}{ac - b^2} \left(\sum^{-1} \bar{r} \right) + \frac{a - b\bar{r}_p}{ac - b^2} \left(\sum^{-1} 1 \right) \quad (4.12)$$

Avec

$$a := \bar{r}^T \sum^{-1} \bar{r}$$

¹Pour des raisons mathématiques, il est plus facile d'avoir une fonction objective non linéaire, avec des contraintes linéaires au lieu d'une fonction objective linéaire avec des contraintes non linéaires; voir, par exemple, Luenberger & Ye (2008).

$$b := \bar{r}^T \Sigma^{-1} \mathbf{1} = \mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \bar{r}$$

$$c := \mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mathbf{1}.$$

Démonstration: Compte tenu de la matrice Σ régulière, à savoir, l'inverse de cette matrice existe aussi.

Avec deux contraintes linéaires, la fonction de Lagrange est maintenant

$$\mathcal{L}(x, \lambda_1, \lambda_2) = x^T \Sigma x - \lambda_1 (\mathbf{1}^T x - 1) - \lambda_2 (\bar{r}^T x - \bar{r}_p) \quad (4.13)$$

Ainsi, les conditions de premier ordre nécessaire pour résoudre ce problème est l'existence des premiers dérivés de $\mathcal{L}(x, \lambda_1, \lambda_2)$ par rapport à x, λ_1 et λ_2 . Il en découle que

$$\frac{\partial \mathcal{L}(x, \lambda_1, \lambda_2)}{\partial x} = \mathcal{L}_x(x, \lambda_1, \lambda_2) = 2\Sigma x - \lambda_1 \mathbf{1} - \lambda_2 \bar{r} = 0 \quad (4.14)$$

Les dérivés de $\mathcal{L}(x, \lambda_1, \lambda_2)$ par rapport à λ_1 et λ_2 , nous donnant à nouveau, bien sûr, les deux contraintes initiales.

$$\frac{\partial \mathcal{L}(x, \lambda_1, \lambda_2)}{\partial \lambda_1} = \mathbf{1}^T x - \mathbf{1} = 0 \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(x, \lambda_1, \lambda_2)}{\partial \lambda_2} = \bar{r}^T x - \bar{r}_p = 0 \quad (4.16)$$

Il y a maintenant trois équations linéaires avec les trois variables inconnues x, λ_1 et λ_2 .

En utilisant une notation matricielle, (3.14) sera écrite avec $\lambda \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}$ comme

$$\begin{pmatrix} 1 & \bar{r}_1 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ 1 & \bar{r}_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = [1\bar{r}] \lambda = 2\Sigma x$$

La résolution par rapport à x , nous donne

$$x = \frac{1}{2} \Sigma^{-1} [1\bar{r}] \lambda \quad (4.17)$$

Pour remplacer les multiplicateurs de Lagrange, (3.17) est maintenant multiplié par $[1\mu]^T$. Il en découle que

$$[1\bar{r}]^T x = \frac{1}{2} [1\bar{r}]^T \Sigma^{-1} [1\bar{r}] \lambda \quad (4.18)$$

Posons :

$$A := \frac{1}{2} [1\bar{r}]^T \Sigma^{-1} [1\bar{r}] \lambda = \begin{pmatrix} \mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mathbf{1} & \mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \bar{r} \\ \bar{r}^T \Sigma^{-1} \mathbf{1} & \bar{r}^T \Sigma^{-1} \bar{r} \end{pmatrix} =: \begin{pmatrix} c & b \\ b & a \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

Nous notons que, tant que Σ est définie positive ou régulière et que tous les rendements attendus \bar{r}_i , $i = 1, \dots, N$, ne sont pas égaux, l'inverse unique de A existe, à savoir

$$A^{-1} = \frac{1}{ac - b^2} \begin{pmatrix} a & -b \\ -b & c \end{pmatrix}$$

Il en résulte que

$$[1\bar{r}]^T x = \frac{1}{2} A\lambda$$

En utilisant les deux contraintes que nous avons

$$[1\bar{r}]^T x = \begin{pmatrix} 1^T x \\ \bar{r}^T x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \bar{r}_p \end{pmatrix} = \frac{1}{2} A\lambda$$

et il en résulte par conséquent que

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \lambda = 2A^{-1} \begin{pmatrix} 1^T x \\ \bar{r}^T x \end{pmatrix}$$

On obtient ainsi une solution pour la minimisation de variance du portefeuille sous les contraintes, et comme nous pré-définissons un rendement attendu donné, à savoir, que (3.11) est équivalent à

$$x^*(\bar{r}_p) = \Sigma^{-1} [1\bar{r}] A^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ \bar{r}_p \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Remarque: Une relation très importante entre le rendement attendu et la variance de l'ensemble des portefeuilles efficaces découle de ce résultat. Par définition, la variance du portefeuille optimal est égal à $\sigma_p^2 = x^T \Sigma x$. En prenant la solution obtenue en (3.19) et l'utiliser pour remplacer x , on considère que

$$\begin{aligned} \sigma_p^2(x^*) &= (1\bar{r}_p) A^{-1} [1\bar{r}]^T \Sigma^{-1} \Sigma \Sigma^{-1} [1\bar{r}] A^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ \bar{r}_p \end{pmatrix} \\ &= (1\bar{r}_p) A^{-1} [1\bar{r}]^T \Sigma^{-1} [1\bar{r}] A^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ \bar{r}_p \end{pmatrix} \\ &= (1\bar{r}_p) A^{-1} A A^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ \bar{r}_p \end{pmatrix} \\ &= (1\bar{r}_p) A^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ \bar{r}_p \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{ac - b^2} (1\bar{r}_p) \begin{pmatrix} a & -b \\ -b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \bar{r}_p \end{pmatrix} \end{aligned}$$

La dernière représentation est équivalente à

$$\sigma_p^2(x^*) = \frac{1}{ac - b^2} (c\bar{r}_p^2 - 2b\bar{r}_p + a) \quad (4.21)$$

- Solution du problème de Portefeuille de variance minimale

L'équation 3.20 conduit à un autre résultat important concernant le Portefeuille de variance minimale. C'est tout d'abord le portefeuille réalisable de variance la plus petite.

Définition 4.1 (*Portefeuille de Variance Minimale (PVM)*)

Un portefeuille de variance minimale dans le sens de Markowitz est un portefeuille qui peut être formé par la résolution de

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } x^T \Sigma x \\ \text{sous les contraintes:} \\ 1^T x = 1 \\ x \geq 0, \end{array} \right. \quad (4.22)$$

La comparaison de ce portefeuille particulière avec d'autres portefeuilles efficients pour différents investisseurs sera discuté plus en détail dans les chapitres suivants.

Théorème 4.3 *Le portefeuille:*

$$x_{PVM}^* = \frac{1}{c} \Sigma^{-1} \mathbf{1}$$

est le portefeuille de variance minimale. Le point $(\sqrt{\frac{1}{c}}, \frac{b}{c})$ désigne les coordonnées du PVM en termes de σ et \bar{r} .

Démonstration: La solution optimale doit satisfaire à la condition suivante:

$$\frac{d\sigma_p^2}{d\bar{r}_p} = \frac{1}{ac - b^2} (2c\bar{r}_p - 2b) = 0$$

Le rendement attendu de la variance du portefeuille minimisant découle directement de cette équation. C'est

$$\bar{r}_{PVM} = b/c \quad (4.23)$$

en remplaçant \bar{r}_{PVM} dans (3.20), il en résulte que

$$\sigma_p^2(x^*) = \frac{1}{ac - b^2} (c(\frac{b}{c})^2 - 2b(\frac{b}{c}) + a) = \frac{ac - b^2}{ac - b^2} \frac{1}{c} = \frac{1}{c} \quad (4.24)$$

Utilisation de 3.19, le vecteur du portefeuille global minimum de risque est maintenant facilement calculée:

$$x^* = x_{PVM}^* = \Sigma^{-1} [1\bar{r}] A^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ b/c \end{pmatrix} = \frac{1}{c} \Sigma^{-1} \mathbf{1} \quad (4.25)$$

- Solution du problème de portefeuille tangent

Jusqu'à présent, nous n'avons pris en considération que les actifs risqués, c'est-à-dire $\sigma_i^2 > 0, \forall i$. Maintenant, nous ajouterons un actif sans risque

à l'ensemble des N alternatives de placement risquées, et nous supposons en outre que les investisseurs peuvent emprunter ou prêter autant qu'ils désirent au taux sans risque r_f . Supposons x est le taux à investir dans l'actif risqué. Par conséquent, $1 - x$ est investi dans l'actif sans risque. Donnant le rendement attendu de tout actif risqué par \bar{r} et r_f comme le rendement garanti de l'actif sans risque, le rendement attendu du portefeuille est maintenant

$$R_p = xR + (1 - x)r_f \quad (4.26)$$

$$E(R_p) = x\bar{r} + (1 - x)r_f$$

Et pour la variance

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= x^2\sigma^2 + (1 - x)^2\sigma_{r_f}^2 + 2x(1 - x)^2\sigma_{(R,r_f)} \\ &= x^2\sigma^2 \end{aligned} \quad (4.27)$$

L'écart type est donc une fonction linéaire du taux investi dans l'actif risqué: $\sigma_p = x\sigma$. Dans un plan (μ, σ) , il en résulte par conséquent que

$$\bar{r}_p = r_f + \frac{\sigma_p}{\sigma}(\bar{r} - r_f) \quad (4.28)$$

Il sera maintenant démontré que les combinaisons de l'actif sans risque et du portefeuille tangent dominant tous les portefeuilles à risque sur la branche supérieure de la ligne de rendement.

Le portefeuille tangent est celui avec la pente la plus élevée possible d'une tangente reliant $(r_f, 0)$ et la branche supérieure de la ligne d'efficacité.

Théorème 4.4 *Le portefeuille tangent:*

Les pondérations du portefeuille tangent avec \bar{r}_{PT} et σ_{PT} sont:

$$\begin{aligned} x_{PT}^* &= \frac{1}{ac - b^2} \Sigma^{-1}[\bar{r}1] \begin{pmatrix} c\bar{r}_{PT} - b \\ -b\bar{r}_{PT} + a \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{b - cr_f} \Sigma^{-1}[\bar{r} - 1r_f] \end{aligned}$$

Démonstration: De l'équation (3.20) il s'ensuit que

$$\sigma_p(x^*) = \left(\frac{1}{ac - b^2} (c\bar{r}_p^2 - 2b\bar{r}_p + a) \right)^{1/2} \quad (4.29)$$

En écartant l'indice p et en prenant la dérivée première, il s'ensuit que

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\bar{r}} &= \frac{1}{2} \frac{1}{(ac - b^2)^{1/2}} (c\bar{r}^2 - 2b\bar{r} + a)^{-1/2} (2c\bar{r} - 2b) \\ &= \frac{c\bar{r} - b}{\sqrt{ac - b^2} \sqrt{c\bar{r}^2 - 2b\bar{r} + a}} \end{aligned}$$

Inverser cette expression conduit à

$$\frac{d\bar{r}}{d\sigma} = \frac{\sqrt{ac - b^2} \sqrt{c\bar{r}^2 - 2b\bar{r} + a}}{c\bar{r} - b}$$

Ceci est cependant la pente exacte $\frac{\bar{r}_{PT} - r_f}{\sigma_{PT}}$ de la droite reliant $(r_f, 0)$ et $(\bar{r}_{PT}, \sigma_{PT})$. Nous obtenons

$$\bar{r}_{PT} = r_f + \frac{\sqrt{ac - b^2} \sqrt{c\bar{r}_{PT}^2 - 2b\bar{r}_{PT} + a}}{c\bar{r}_{PT} - b} \sqrt{\frac{1}{ac - b^2} (c\bar{r}_p^2 - 2b\bar{r}_{PT} + a)}$$

$$r_f + \frac{c\bar{r}_{PT}^2 - 2b\bar{r}_{PT} + a}{c\bar{r}_{PT} - b}$$

Après quelques calculs, il en résulte que

$$\bar{r}_{PT} = \frac{a - br_f}{b - cr_f}$$

En remplaçant avec \bar{r}_{PT} , on obtient la variance

$$\sigma_{PT} = \frac{1}{ac - b^2} (c\bar{r}_{PT}^2 - 2b\bar{r}_{PT} + a)$$

$$= \frac{1}{ac - b^2} \left(c \left(\frac{a - br_f}{b - cr_f} \right)^2 - 2b \left(\frac{a - br_f}{b - cr_f} \right) + a \right)$$

En remplaçant par \bar{r}_{PT} dans (3.19), on obtient:

$$x_{PT}^* = \frac{1}{ac - b^2} \Sigma^{-1} [\bar{r} \mathbf{1}] \begin{pmatrix} c\bar{r}_{PT} - b \\ -b\bar{r}_{PT} + a \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{b - cr_f} \Sigma^{-1} [\bar{r} - 1r_f]$$

4.1.3 La diversification

Le concept de diversification est à la base de la théorie. En effet, Markowitz pense que les différents titres composant un portefeuille ne peuvent être sélectionnés individuellement et doivent au contraire être choisis selon la corrélation de leurs variations à celles du reste des actifs du portefeuille.

Pour un investisseur obéissant au critère *Moyenne-Variance*, il s'agit de comprendre comment se comportent l'espérance et la variance du portefeuille en fonction des caractéristiques de rentabilité et de risque des titres le constituant. L'espérance de rentabilité du portefeuille est évidemment la moyenne pondérée des espérances de rentabilité de chacun des titres entrant dans sa composition. La contribution de chaque titre à la rentabilité espérée du portefeuille est donc directement proportionnelle à sa rentabilité espérée. En notant x_i les poids des titres risqués dans le portefeuille P tels que $\sum_{i=1}^N x_i = 1$, où N est le nombre total de titres échangeables sur le marché, l'espérance de la rentabilité de P est égale à $E(R_p) = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i$. Quant au risque, nous mesurerons celui du portefeuille par la variance (ou l'écart-type) de sa rentabilité. Cependant, ce qui est vrai pour un portefeuille ne l'est pas pour un titre individuel.

En effet, le risque induit par un titre i pour l'investisseur détenant le portefeuille P doit se mesurer par la contribution de i au risque global de P . La contribution la plus importante de Markowitz est qu'il est favorable

à diversifier un portefeuille, car cela permettra de réduire l'écart type du portefeuille (risque). Ce résultat peut être représenté par un portefeuille de N actifs risqués.

Le risque pour l'investisseur peut être inférieur à la moyenne pondérée des risques d'actifs. Pour le montrer, nous utilisons l'équation de la covariance qui peut être exprimé sous la forme suivante

$$\text{Cov}(R_i, R_j) = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$$

ce qui conduit à l'expression ci-dessous. Cette expression est un résultat standard dans la littérature financière:

$$\begin{aligned} \sigma(x^T R) &= \sqrt{\text{Var}(x^T R)} = \sqrt{x^T \Sigma x} \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N 2\rho_{ij} x_i x_j \sigma_i \sigma_j} \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N 2x_i x_j \sigma_i \sigma_j - \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N 2(1 - \rho_{ij}) x_i x_j \sigma_i \sigma_j} \\ &= \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma_i^2\right)^2 - \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N 2(1 - \rho_{ij}) x_i x_j \sigma_i \sigma_j} \\ &\leq \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma_i^2\right)^2} = \sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma_i \end{aligned}$$

L'inégalité ci-dessus est stricte lorsque $\rho_{ij} < 1$ pour $i \neq j$, ce qui signifie que le risque de portefeuille (donné par l'écart-type) est inférieure à la moyenne pondérée des risques d'actifs lorsque les actifs ne sont pas parfaitement corrélés (ce qui est généralement le cas).

4.1.4 La frontière efficiente et choix de portefeuille

Dans la multiplicité de choix proposés à l'investisseur en termes de rentabilité et variance de portefeuille, Markowitz introduit la notion de portefeuille efficient. "Qui ne risque rien n'a rien" : pour obtenir une espérance de rentabilité plus élevée, il faut accepter un risque plus important. Le risque est l'effort nécessaire à l'obtention d'une rentabilité.

Un portefeuille efficient est celui qui offre la rentabilité attendue la plus forte pour un niveau de risque donné, ou qui a le risque le plus faible pour une rentabilité attendue donnée.

L'ensemble des portefeuilles efficients de l'univers d'actifs considéré forme la *frontière efficiente*.

(a) Notion de portefeuille efficient

Définition 4.2 Soit P_1 et P_2 deux portefeuilles des portefeuilles possibles. On dit que P_1 est préférable à P_2 au sens du critère de Moyenne-Variance, et on note $P_1 \succeq_{MV} P_2$ ssi

$$E[R_{P_1}] \geq E[R_{P_2}] \text{ et } \text{var}(R_{P_1}) \leq \text{var}(R_{P_2})$$

La relation \succeq_{MV} définit un préordre² sur l'ensemble des portefeuilles possibles.

Définition 4.3 *Un portefeuille est dit efficient s'il n'est pas dominé par aucun autre portefeuille en sens du préordre \succeq_{MV} .*

On appelle frontière efficiente l'ensemble des couples:

$$\{(E[R_P], \text{var}(R_P)), \text{ avec } P \text{ portefeuille efficient } \},$$

ou encore l'ensemble des couples:

$$\{(E[R_P], \sqrt{\text{var}(R_P)}), \text{ avec } P \text{ portefeuille efficient } \},$$

Les frontières efficientes donnent la relation entre le rendement et le risque des portefeuilles dominants. Elles permettent de connaître les meilleurs rendements qu'un investisseur peut attendre pour le niveau de risque qu'il a choisi. Chaque couple possible d'actifs peut être représenté dans un graphique risque/rendement.

Pour chaque rendement, il existe un portefeuille qui minimise le risque. À l'inverse, pour chaque niveau de risque, on peut trouver un portefeuille maximisant le rendement attendu. L'ensemble de ces portefeuilles est appelé frontière efficiente ou frontière de Markowitz.

Cette frontière est convexe par construction : le risque n'augmente pas linéairement en fonction des poids des actifs dans le portefeuille.

Deux catégories de frontières efficientes doivent être distinguées :

- celles construites uniquement à partir d'actifs risqués,

- celles construites par la combinaison d'actifs risqués et d'un actif sans risque.

- En l'absence d'actif sans risque (Markowitz): Si les portefeuilles sont constitués uniquement à partir des titres risqués disponibles, on obtient l'ensemble des portefeuilles possibles, caractérisés par un taux de rentabilité moyenne \bar{r}_p et d'écart-type σ_p . Un portefeuille efficient est un portefeuille dont la rentabilité moyenne est maximale pour un niveau de risque donné, ou dont le risque est minimal pour une rentabilité donnée.

Les portefeuilles efficientes sont sur la **frontière** de l'ensemble des portefeuilles dans le plan (σ_p, \bar{r}_p) . L'ensemble des points représentant les portefeuilles possibles dans l'espace (σ_p, \bar{r}_p) est constitué par la surface de la Figure (3.1) délimitée par une hyperbole. Cependant, seuls sont efficientes les portefeuilles situés sur la branche supérieure de l'hyperbole. Cette courbe est la frontière efficiente de Markowitz.

La région au-dessus de la frontière ne peut être atteinte en détenant seulement des actifs risqués. Un tel portefeuille est impossible à construire. Les points sous la frontière sont dits sous-optimaux, et n'intéresseront pas un investisseur rationnel.

²Ce préordre est partiel.

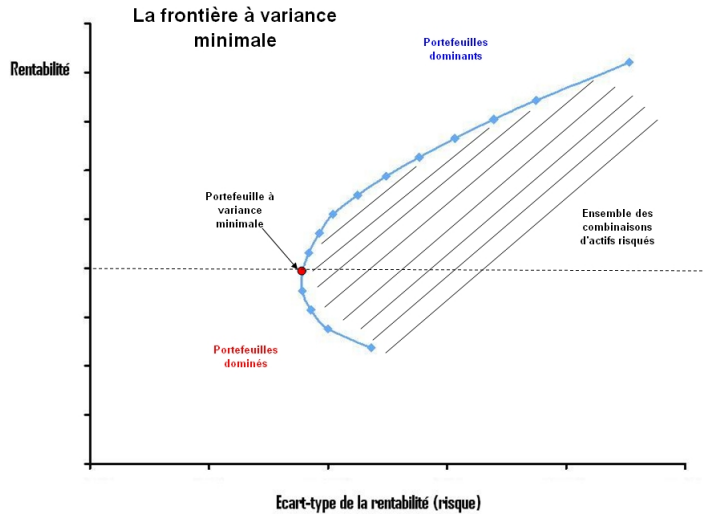


Figure 4.1 – Représentation de la frontière efficiente de Markowitz (en l'absence d'actif sans risque)

Par une diversification appropriée, l'investisseur peut réduire sensiblement son risque sans sacrifice de rentabilité espérée. Toutefois, il faut malheureusement accepter de prendre plus de risque (bien diversifié tout de même) pour augmenter la rentabilité espérée du portefeuille, la relation entre ces deux grandeurs n'étant pas linéaire. Le fait qu'une augmentation d'espérance de rentabilité nécessite une prise de risque supplémentaire constitue, après la diversification, l'un des concepts les plus importants de la finance.

- **En présence d'actif sans risque (Tobin (1958)):** Tobin (1958) a proposé de combiner un actif sans risque et un portefeuille optimal risqué. En présence d'un actif sans risque, l'investisseur peut prêter (et, parfois, emprunter) au taux d'intérêt du marché. Un portefeuille investi intégralement dans cet actif est représenté sur la Figure (3.2) par le point d'abscisse nulle et d'ordonnée actif sans risque. La répartition des ressources entre l'actif risqué et sans risque est connu comme le théorème de séparation de Tobin(1958).

Dans un portefeuille comprenant un titre (ou un portefeuille) risqué, (σ, r) , en proportion x , et un actif sans risque, $(0, r_f)$, en proportion $(1 - x)$, la rentabilité espérée et risque se combinent linéairement :

$$R_p = xR + (1 - x)r_f \text{ pour } 0 < x < 1$$

Donc

$$\bar{r}_p = x\bar{r} + (1 - x)r_f$$

et

$$\sigma_p = x\sigma$$

D'où :

$$\bar{r}_p = r_f + \frac{\bar{r} - r_f}{\sigma} \sigma_p$$

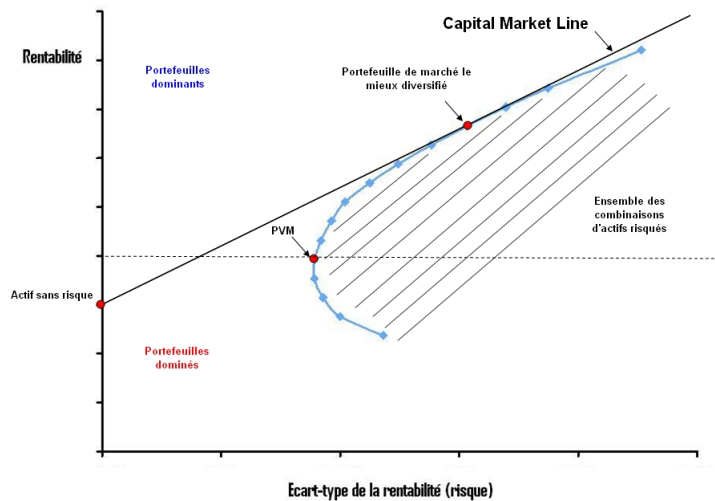


Figure 4.2 – Représentation de la frontière efficiente de Markowitz (en présence d'actif sans risque)

Sachant maintenant que tous les investisseurs n'ont pas la même aversion au risque, certains choisiront de limiter leur risque en combinant par exemple une part d'actifs risqués complétée par l'actif sans risque. Pour déterminer ces types de portefeuilles "hybrides", on trace la courbe passant par l'actif sans-risque et la tangente à la frontière efficiente. Ce dernier point de contact constitue le portefeuille du marché. Les combinaisons de portefeuille sur le segment entre l'actif sans risque et le portefeuille du marché, dominent tous les autres portefeuilles.

(b) Choix d'un portefeuille :

Le modèle de Markowitz permet dans les conditions définies plus haut de construire une frontière efficiente à partir d'un ensemble d'actifs financiers donnés. Nous avons vu que tout investisseur satisfaisant aux critères de rationalité doit choisir un portefeuille optimal sur cette frontière. Plus généralement, ce modèle montre aussi que, grâce à la diversification, le choix offert aux investisseurs est considérablement élargi. Il est possible, en effet, de construire des portefeuilles dont le risque est inférieur à celui des titres qui le composent. En plus nous avons défini la frontière efficiente contenant les portefeuilles optimaux pour le cas général d'un portefeuille composé d'actifs risqués et d'un actif sans risque. Devant ces nombreuses possibilités de portefeuilles, un investisseur doit faire le choix d'un seul. Ce choix se base généralement sur la satisfaction que l'investisseur retire d'un portefeuille ayant un certain taux de rentabilité pour un niveau de risque donné. En microéconomie ce concept se nomme l'utilité et peut être exprimé comme une fonction de \bar{r}_p et σ_p . En projetant sur le plan espérance-écart-type les courbes d'utilité obtenues de la fonction d'utilité d'un investisseur, $U(\bar{r}_p, \sigma_p)$, nous pouvons alors identifier le portefeuille optimal ayant le plus de chance de satisfaire l'investisseur.

Résoudre le problème de Markowitz (3.7) revient alors à résoudre en deux étapes successives:

1. Détermination de la frontière efficiente. Ce qui revient à la résolution d'un problème d'optimisation.

2. Sélection par l'agent du portefeuille optimal. Ceci revient à déterminer pour l'agent, en vue de ses préférences, l'élément de la frontière efficiente qu'il préfère.

Le figure 3.3 représente les courbes d'indifférences qui reflètent les préférences de l'investisseur et la frontière efficiente qui représente les possibilités de portefeuille. Le point A représente le portefeuille efficient qui est présent sur la droite d'utilité U_2 et sur la frontière efficiente. La courbe U_1 , présentant la plus grande utilité ne peut pas être atteinte. Les courbes U_3 et U_4 proposent le même niveau de risque que U_2 pour un rendement moins élevé.

Le portefeuille A est donc le portefeuille le plus adapté à l'acceptation du risque de l'investisseur, représentée par les courbes d'indifférence. Un investisseur de profil très prudent choisira le portefeuille B car il répond à son utilité et il reste sur la frontière efficiente. Un profil de type agressif privilégiera le portefeuille C car il offre un plus grand rendement espéré tout en restant sur la frontière d'efficience.

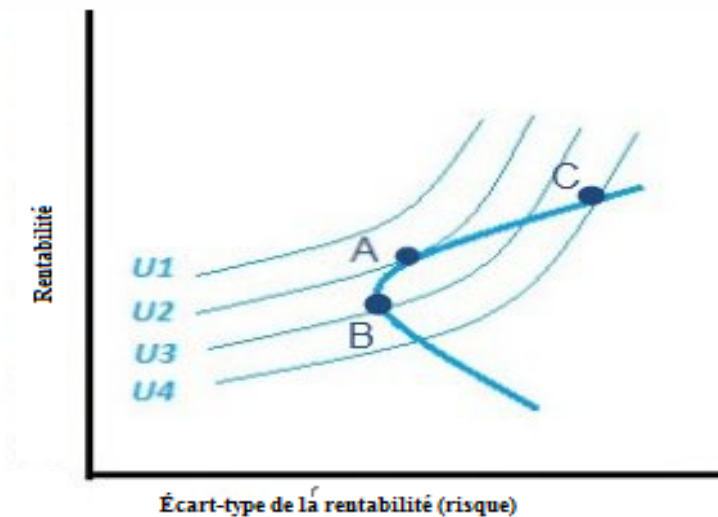


Figure 4.3 – Représentation de la frontière efficiente et les courbes d'indifférences

4.1.5 Les critiques adressées au modèle Moyenne-Variance

Depuis son apparition, le modèle de Markowitz a pris une place très importante dans l'évolution de la finance moderne et il a réalisé beaucoup de succès avec son apport en matière de gestion de portefeuille. Mais avec les ajustements récents, ce modèle s'est trouvé plusieurs limites soulevées par plusieurs praticiens de la théorie financière. Comme pour tout modèle, les limites sont généralement focalisées autour de ces hypothèses ainsi que sur l'estimation de ces paramètres. Parmi ces limites, on note:

- La charge de calcul: le déroulement de l'optimisation nécessite le calcul de $\frac{n(n+1)}{2}$ covariances, alors il est clair qu'à l'époque, ce programme d'optimisation nécessitait des ressources importantes en terme matériel informatique.
- La distribution de rendement: Markowitz suppose que le rendement des actifs suit la loi normale, cependant plusieurs études ont montré

que ce résultat n'est pas toujours vérifié dans la réalité. L'hypothèse de normalité n'est plus rigoureuse à cause d'une part, l'excès de probabilité des événements aérogares, et d'autre part l'asymétrie des rendements c'est à dire que cette approche ne différencie pas les variations positives (ampleur des variations au-dessous de la moyenne) à celle négative (ampleur des variations au-dessous de la moyenne).

- Le coût de transaction: Les coûts de transaction ne sont pas pris en compte dans l'approche de Markowitz, alors ils sont incontrôlables dans la réalité.
- Les indicateurs traditionnels préjugent que les facteurs de marché restent sédentaire pendant la durée d'investissement ce qui est loin d'être réelle. Par analogie, l'approche traditionnelle suppose que la volatilité est durable dans le temps nonobstant, dans la pratique, plusieurs facteurs associés à la volatilité évoluent au cours de temps tel que le taux d'intérêt, le bénéfice, les facteurs macroéconomiques ainsi que l'importance de l'allocation des fonds.
- Le caractère non linéaire (quadratique) de la mesure de risque utilisée par Markowitz est très sensible à la taille du programme d'optimisation utilisé pour la détermination de portefeuille optimal.
- La mesure de risque introduite par Markowitz ne permet pas de mesurer de manière explicite la perte éventuelle que pourra subir l'investisseur.
- La volatilité n'est plus valide et souvent incapable d'estimer avec précision les risques extrêmes.

Il est intéressant de souligner que chacune de ces critiques adressées à cette approche a conduit à des tentatives de modifier cette approche pour accommoder ces critiques émises sur un point ou un autre.

4.2 LE MODÈLE D'ÉVALUATION DES ACTIFS FINANCIERS (MEDAF)

Le Modèle d'Équilibre des Actifs Financiers (MEDAF) ou encore Capital Asset Pricing Model (CAPM) est un modèle d'évaluation d'actifs financiers développé simultanément par Sharpe (1964) et Lintner (1965), à partir des travaux de Markowitz (1952) et Tobin (1958) sur la théorie de portefeuille en contexte Moyenne-Variance. Ce modèle, qui a marqué le développement de la finance moderne, est l'un des modèles les plus importants de la théorie moderne des marchés financiers. De plus, il constitue la référence en matière de gestion de portefeuille.

4.2.1 Les hypothèses de base

Ce modèle s'inscrit dans le prolongement de l'analyse de Markowitz, ainsi certaines hypothèses de ce modèle sont communes au modèle de

Markowitz. Sharpe a élaboré une théorie de l'équilibre financier, le Modèle d'Équilibre des Actifs Financiers (MEDAF ou en anglais CAPM), sous trois hypothèses supplémentaires:

Hypothèse 6 *les marchés financiers sont parfaits au sens où les agents peuvent prêter et emprunter en l'absence de toute contrainte quantitative.*

Hypothèse 7 *les marchés financiers sont parfaitement concurrentiels.*

Hypothèse 8 *les agents ont les mêmes anticipations sur les rendements.*

Cette dernière induit que la frontière efficiente est la même pour tous les investisseurs. Ainsi tous les investisseurs détiennent le même portefeuille d'actifs risqués et ne diffèrent que par le poids x qui lui est consacré et $(1 - x)$ pour l'actif sans risque. Le poids x accordé à l'actif risqué est d'autant plus grand que l'aversion à l'égard du risque de l'investisseur considéré est faible. C'est ce résultat qui est qualifié de séparation des fonds.

Le MEDAF permet d'apprécier le risque pertinent d'un actif financier quelconque (titre individuel ou portefeuille efficient ou non) et établit une relation entre le risque et l'espérance de rentabilité de cet actif.

4.2.2 Le modèle de base

Considérons un investisseur rationnel qui répartit sa richesse entre les actifs risqués et l'actif sans risque. Soit r_f la rentabilité de l'actif sans risque, R celle d'un investissement effectué dans un portefeuille d'actifs risqués et x la proportion de la richesse totale investie en actifs risqués.

Désignons par P le portefeuille qui en résulte et R_p sa rentabilité aléatoire.

On a :

$$R_p = (1 - x)r_f + xR = r_f + x(R - r_f) \quad (4.30)$$

Supposons que $0 \leq x < \infty$ et calculons l'espérance et la variance de cette rentabilité:

$$E(R_p) = r_f + x(\bar{r} - r_f) \quad (4.31)$$

$$\sigma^2(R_p) = x^2\sigma^2 \quad (4.32)$$

La relation (3.30) montre que l'investisseur peut maximiser sa rentabilité espérée par un choix approprié de x , mais la relation (3.31) prouve une augmentation du risque proportionnelle au nombre d'actifs risqués inclus dans le portefeuille. En tenant compte de (3.30) et (3.31), nous pouvons déduire la valeur de x .

$$E(R_p) = r_f + \frac{\sigma_p}{\sigma} [\bar{r} - r_f] \quad (4.33)$$

Le problème devient un problème d'allocation d'actifs et l'investisseur doit répartir sa richesse entre actif risqué et actif sans risque. L'investisseur rationnel cherche à maximiser sa rentabilité pour un niveau de risque donné ou, inversement, à minimiser le risque pour un niveau donné de rentabilité. Or, la frontière efficiente est la même pour tous les agents. Ceci

permet d'énoncer le théorème de séparation suivant : **Tous les investisseurs, quelles que soient leurs richesses initiales et leurs préférences pour le risque, construisent leurs portefeuilles optimaux par une combinaison entre les actifs sans risque et le portefeuille de marché.** Le portefeuille de marché est défini comme étant le portefeuille efficient qui contient uniquement tous les actifs risqués disponibles sur le marché. Comment le montre la figure 3. . On sait désormais que le portefeuille M est en situation de tangence avec la droite du marché (Capital Market Line)³ . Mathématiquement, cela implique que les courbes de la CML et de la frontière efficiente au point M sont identiques :

La pente de la CML : $\frac{E(R_M) - r_f}{\sigma_M}$

La pente de la frontière efficiente: $\frac{dE(R_x)}{d\sigma_x}$

En égalisant les deux pentes, nous obtenons ainsi, une relation entre le rendement d'un actif i et son risque

$$E(R_i) = r_f + \frac{(E(R_M) - r_f)\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} \quad (4.34)$$

L'équation (3.34) peut s'écrire :

$$\bar{r}_i = r_f + \beta_{iM}(\bar{r}_M - r_f) \quad (4.35)$$

On rappelle que $\bar{r}_i = E(R_i)$ est le rendement moyen de l'actif i , r_f est le rendement de l'actif sans risque, $\beta_{iM} = cov(R_i, R_M) / var(R_M)$ et R_M est le rendement du portefeuille du marché.

Cette expression constitue la relation fondamentale du MEDAF. Elle est valable aussi bien pour un portefeuille que pour un titre individuel. Ainsi, la rentabilité espérée du portefeuille P est égale à:

$$E(R_P) = r_f + \beta_{PM}(\bar{r}_M - r_f) \quad (4.36)$$

Le terme $\bar{r}_M - r_f$ désigne la prime de risque de marché, β_{PM} le rapport de la covariance de la rentabilité du portefeuille (R_p) avec celle du marché (R_m) et de la variance de la rentabilité du marché. Suivant le principe du MEDAF, les portefeuilles efficients sont construits en détenant une combinaison du portefeuille de marché et de l'actif sans risque, les proportions étant déterminées en fonction de l'aversion au risque de chaque investisseur.

4.2.3 Les limites du modèle MEDAF

Les limites adressées au MEDAF sont:

-Le problème de l'instabilité des bêtas dans le temps: Il peut y avoir des problèmes statistiques liés aux erreurs d'estimation des bêtas des titres individuels et à leur instabilité. C'est pourquoi on procède généralement au regroupement des bêtas. Ainsi l'avantage des bêtas des portefeuilles sur ceux des actifs individuels tient à l'élimination partielle (ou diversification) des erreurs d'estimation des bêtas individuels lors de l'agrégation effectuée dans le calcul du bêta du portefeuille.

³C'est la droite tangente à la frontière d'efficacité des portefeuilles risqués passant par le taux sans risque.

-Roll (1977) a formulé une critique vis-à-vis de ce modèle: Soit le portefeuille de marché M , ce portefeuille comprend, en principe, tous les actifs risqués (dont beaucoup proviennent de marché opaques et illiquides) et les actifs mondiaux, il est donc pratiquement inobservable. Cette grande dépendance et sensibilité des études empiriques du MEDAF au choix du portefeuille de marché, mise en évidence par Roll, appelle donc à la prudence quand à l'interprétation des résultats des tests économétriques du MEDAF et à son utilité pratique en termes de gestion et d'analyse de performances.

4.3 LE MODÈLE D'ÉVALUATION PAR ARBITRAGE (MEA)

Le Modèle d'Évaluation par Arbitrage (MEA) ou, plus communément, Arbitrage Pricing Theory (APT), développé initialement par Ross(1976), représente à la fois une alternative et une extension du Modèle d'Évaluation des Actifs Financiers (MEDAF). Contrairement à ce dernier modèle, selon lequel le rendement d'un actif est une fonction linéaire d'un facteur commun unique, le marché, le MEA repose sur l'hypothèse que la rentabilité R_i des actifs dépendent linéairement d'un nombre restreint de k facteurs indépendants.

4.3.1 Les hypothèses de base

Les hypothèses sous-jacentes à l'APT présentées par Schneller (1990) et Ross (1976) sont résumées comme suit

Hypothèse 9 *Tous les titres ont les rendements dont les espérances et les variances sont finies.*

Hypothèse 10 *Il y a des individus qui peuvent former des portefeuilles bien diversifiés.*

Hypothèse 11 *Il n'y a pas de coûts de transaction ni d'impôts*

Hypothèse 12 *Aucune restriction sur les ventes à découvert pour un actif.*

Hypothèse 13 *En équilibre, aucune possibilité d'arbitrage n'existe*

Hypothèse 14 *Les individus ont des croyances homogènes, et croient que les rendements sont engendrés par un modèle linéaire à k facteurs.*

4.3.2 Le modèle initial de Ross (1976)

La rentabilité constatée d'un actif est égale à la rentabilité anticipée de l'actif plus la rentabilité non anticipée.

Cette rentabilité non anticipée se décompose en deux parties:

- Une partie due aux mouvements non prévus des facteurs communs,
- Une partie due aux mouvements non prévus des facteurs spécifiques.

De façon plus formelle, nous avons, en supposant qu'il y ait k facteurs influençant la rentabilité d'un actif :

$$R_{it} = E(R_i) + b_{i1}f_{1t} + b_{i2}f_{2t} + \dots + b_{ik}f_{kt} + \epsilon_{it} \quad (4.37)$$

Avec

- R_{it} : Rentabilité réalisée de l'actif i en t ;
- $E(R_i)$: Rentabilité anticipée de l'actif i ;
- b_{ik} : Coefficient de sensibilité (ou saturation) de l'actif i au facteur k ;
- f_{kt} : La valeur prise par le facteur k en t ;
- ϵ_{it} : La rentabilité non anticipée due aux facteurs spécifiques en t .

Où les erreurs ϵ_{it} sont d'espérances nulles et de variance finie et ne sont corrélées ni avec un facteur commun, ni avec l'erreur liée à un autre actif.

En prenant appui sur le principe de l'absence d'arbitrage systématique, Ross (1976) montre qu'il existe donc un ensemble de $(K + 1)$ coefficients $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_k$ tel que pour chacun des actifs i :

$$E(R_i) = \lambda_0 + \lambda_1 b_{i1} + \dots + \lambda_k b_{ik} \quad (4.38)$$

où λ_0 représente la prime de risque d'un actif qui n'est sensible à aucun des facteurs du marché (actif hors-risque ou portefeuille zéro-beta), les λ_k primes de risque liés à chaque facteur k , et les b_{ik} les sensibilités de l'actif i à ces facteurs.

CONCLUSION DU CHAPITRE

Au terme de ce chapitre, on a essayé de présenter les fondements et les apports des modèles initiateurs de l'introduction du risque dans la finance moderne. D'abord Markowitz (1952, puis 1959) a initié les premiers développements sur la quantification du risque et la diversification avec ses travaux. Il introduit aussi la notion de frontière efficiente déduite à partir du portefeuille à variance minimale pour une espérance de rendement donnée, qui représente la combinaison optimale de rendement et de risque. Sur la base des travaux de Markowitz, Sharpe, Lintner et Mossin développèrent dans les années 1960 un modèle (le Modèle d'Équilibre des Actifs Financiers ou MEDAF, en anglais Capital Asset Pricing Model ou CAPM) qui aboutit, sous certaines hypothèses, à la relation d'équilibre entre la rentabilité espérée d'un actif financier et son risque. Ensuite, vers la fin des années 70, Ross développa un modèle multifactoriel alternatif au MEDAF nommé APT (Arbitrage Pricing Theory). Le modèle de Markowitz, le MEDAF et l'APT constituent ainsi le noyau dur de la théorie classique du portefeuille.

L'analyse de la sélection du portefeuille sur la base des modèles développés ci-dessus est restée incomplète et souffre de plusieurs limites. Ces limites nous font douter sur la pertinence des résultats quelles nous procurent. Le modèle de Moyenne-Variance suppose la normalité de la distribution des rentabilités, chose qui n'est pas toujours vérifiable dans la réalité. Cette limite a été résolue par l'apparition de modèles qui s'appliquent à tout type de distribution. Encore, La variance étant une

mesure non parfaite du risque et non cohérente a permis le développement de nouvelles mesures: Value-At-Risk (VaR) et Value-At-Risk conditionnelle (CVaR).

De nos jours, la problématique du risque persiste encore et a pris plus d'ampleur, les techniques existantes pour l'atténuer tout en maximisant la rentabilité sont jugées insatisfaisantes vu le contexte d'incertitude qui caractérise l'environnement financier.

Chacun des modèles est venu pour contredire ou compléter son antécédent, mais les questions qui s'imposent à ce stade sont:

Quels sont les développements récents en matière des mesures de risque?

Quel modèle peut palier aux limites du modèle Moyenne-Variance?

Pour répondre à ces deux questions, nous traiterons deux points essentiels dans les deux chapitre suivants:

- Les mesures de risque: Value-At-Risk (VaR)et Value-At-Risk conditionnelle (CVaR) comme les développements récents des mesures pour quantifier et évaluer le risque.
- L'approche Moyenne-Gini comme une stratégie alternative pour le choix des portefeuilles pour palier aux limites du modèle Moyenne-Variance de Markowitz.

MÉTHODOLOGIES DE RECHERCHES ET DONNÉES

5

SOMMAIRE

INTRODUCTION	79
5.1 DONNÉES	80
5.2 MÉTHODOLOGIE	85
5.2.1 Comparaison de portefeuilles: mesures de performance	85
5.2.2 Comparaison de indices: mesures de risque	87
CONCLUSION	101

CE chapitre a pour objectif de présenter en premier lieu les choix méthodologiques que nous avons adopté, à savoir la démarche méthodologique, la source des données, la période et l'échantillon d'étude.

Mots clés : Canada, S&P TSX, mesures de performance, mesures de risque.

INTRODUCTION

Le Canada se distingue dans sa région par sa grande stabilité politique, son potentiel en ressources, son environnement des affaires et une infrastructure financière et économique bien développée. à l'instar de la plupart des pays développés, le Canada n'a pas échappé à des transformations radicales concernant l'organisation et le fonctionnement des marchés boursiers.

Cette différence se répercute, par conséquent sur le comportement des cours et des rendements boursiers.

En réalité, il apparaît que les marchés émergents s'écartent sensiblement de la loi normale, de même, l'étude effectuée par Bakir (2002) sur la Bourse de Casablanca montre que la distribution des rendements exhibent un degré significatif de Skewness et parfois de Kurtosis et dévie de celle de la loi normale.

Le chapitre est organisé comme suit: Premièrement, nous présentons l'échantillon et les données utilisées et leurs caractéristiques. Ensuite, nous rappelons le cadre théorique que nous allons utiliser pour mesurer les performances et les risques de notre échantillon. Les résultats empiriques de son application sur les données. Puis, nous nous intéressons à l'évaluation du risque des portefeuilles par la VaR estimée. Enfin, nous appliquons des tests de backtesting afin de valider les résultats.

5.1 DONNÉES

Notre étude porte sur un échantillon de titres de l'indice S&P TSX pour lesquels nous avons collecté les cours quotidiens sur la période du 27/12/2017 au 26/01/2021. L'indice S&P TSX est l'indice canadien de référence, représentant environ 70 % de la capitalisation boursière totale de la Bourse de Toronto (TSX), qui compte environ 250 sociétés. L'indice est ainsi représentatif des valeurs boursières les plus capitalisées et les plus liquides cotées à la Bourse de Toronto (TSX). La figure 6.1 représente graphiquement l'évolution de l'indice S&P TSX au cours de la même période. Toutes nos données utilisées dans cette recherche sont des données journalières observées de du 27/12/2017 à 26/01/2021, et donc tous les rendements et/ou taux de croissance sont recueillis sur une base journalière. Pour simplifier l'étude, nous avons supposé qu'il n'y a pas de réinvestissement des dividendes reçus dans le même titre. Nous avons choisi cette période de 774 jours de données pour deux raisons principales : premièrement, nous voulons observer les données qui sont à notre disposition et qui peuvent nous permettre de reproduire les études qui ont été menées auparavant; et deuxièmement, nous voulons nous assurer que les données incluent la crise financière la plus récente afin que nous puissions également saisir l'impact de la crise sur le marché. Nous pensons que 774 jours de données sont suffisants pour saisir au moins un cycle économique pour une entreprise cyclique dans la plupart des cas. Les sources de notre base de données comprennent le terminal Bloomberg, et Yahoo ! Finance. La description détaillée de la base de données se trouve à l'annexe A.

Étant donné que le marché boursier canadien en général est fortement pondéré dans les trois principaux secteurs (à savoir le secteur de l'énergie, le secteur des matériaux et le secteur financier), nous avons décidé de composer les secteurs composant le S&P TSX sur cette période.

Vous trouverez ci-dessous un résumé des indices que nous utiliserons dans cette analyse des rendements des actions.

S&P TSX Metals & Mining

L'indice S&P/TSX Metals & Mining (Industry) Index est composé de tous les membres de l'indice composite S&P/TSX Venture qui sont classés dans le secteur des métaux et des mines du GICS.

L'indice composite S&P/TSX Venture est un indicateur de marché général des titres canadiens à microcapitalisation cotés à la Bourse de croissance TSX.

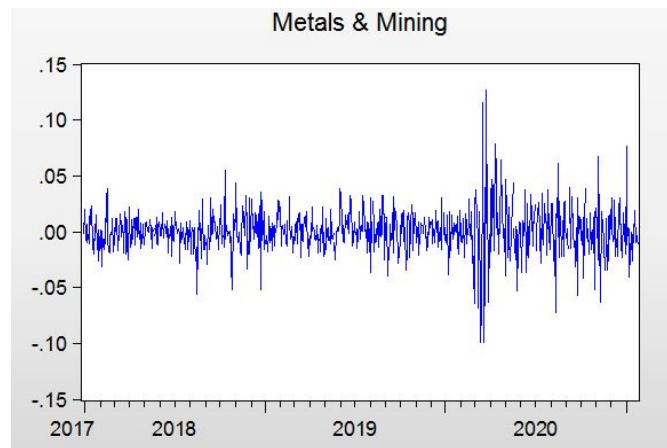


Figure 5.1 – Représentation graphique de l'indice Metals & Mining

S&P TSX Canadian Energy

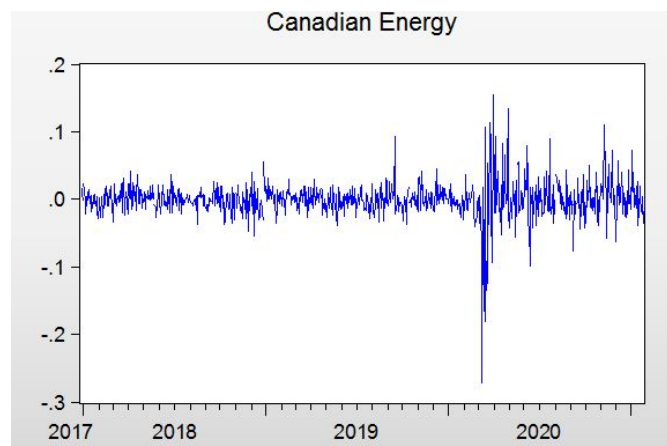


Figure 5.2 – Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Energy

S&P TSX Canadian Financials

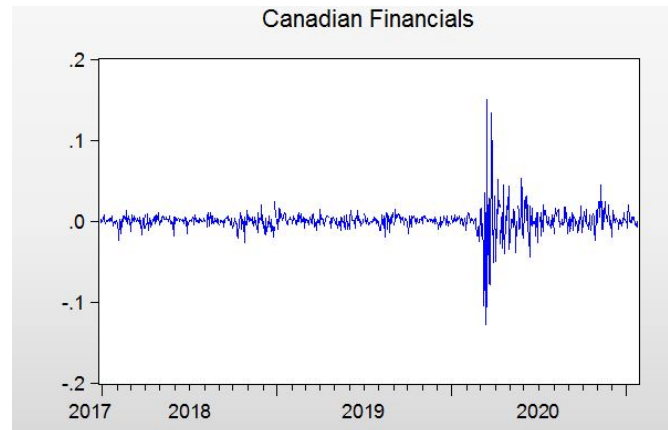


Figure 5.3 – *Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Financials*

S&P TSX Canadian Health Care

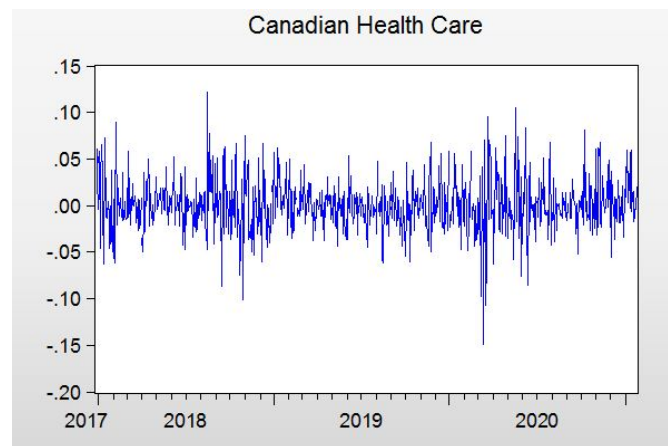


Figure 5.4 – *Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Health Care*

S&P TSX Canadian Information Technology

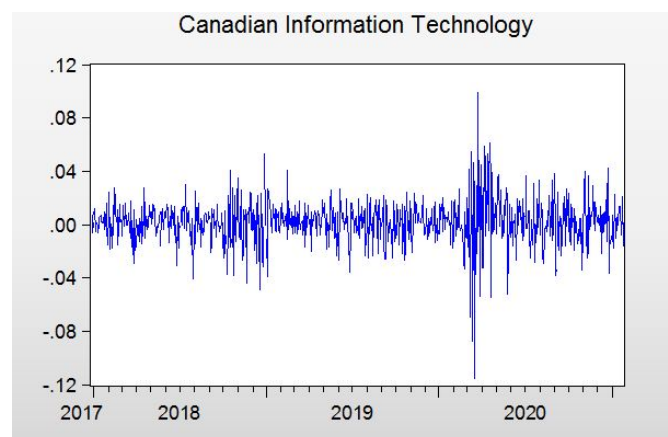


Figure 5.5 – *Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Information Technology*

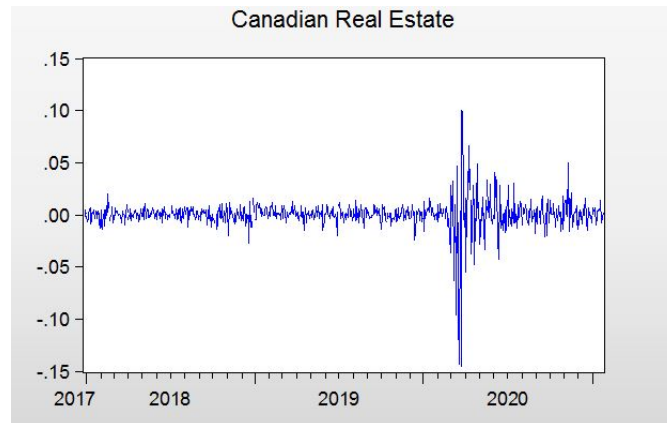
S&P TSX Canadian Real Estate

Figure 5.6 – *Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Real Estate*

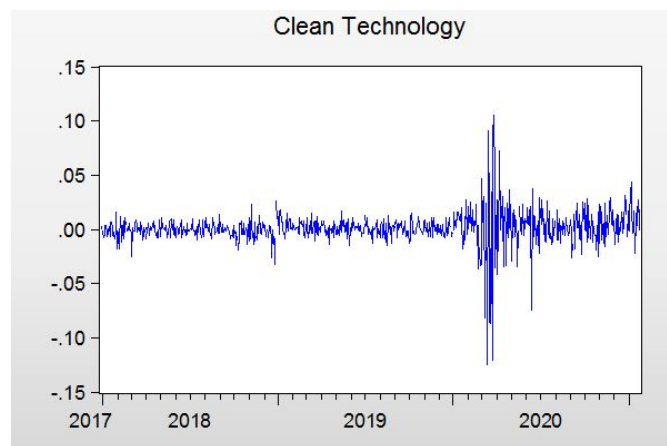
S&P TSX Clean Technology

Figure 5.7 – *Représentation graphique de l'indice TSX Clean Technology*

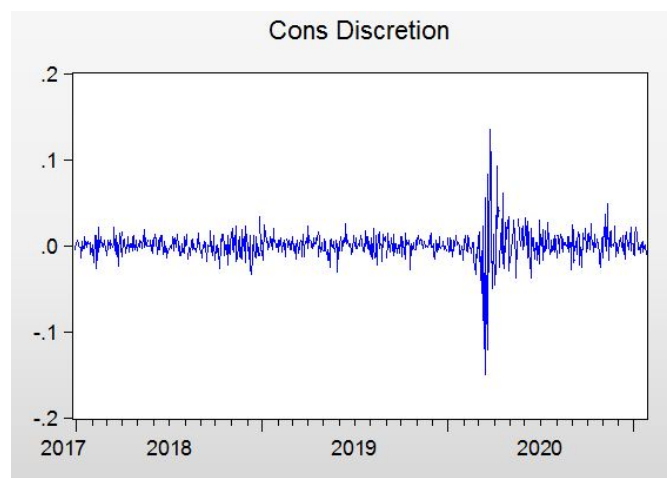
S&P TSX Cons Discretion

Figure 5.8 – *Représentation graphique de l'indice TSX Cons Discretion*

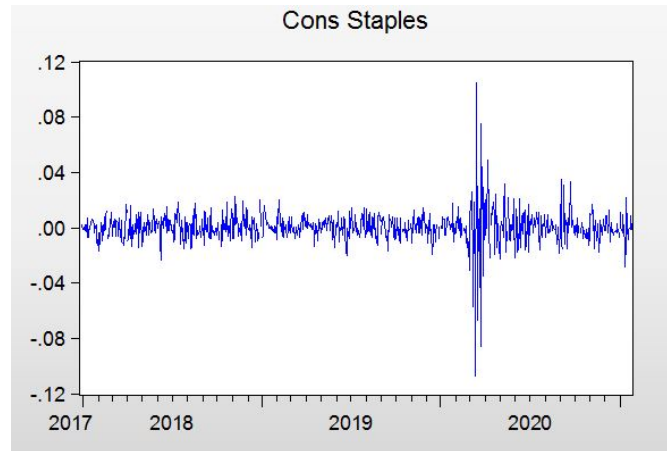
S&P TSX Cons Staples

Figure 5.9 – *Représentation graphique de l'indice S&P TSX Cons Staples*

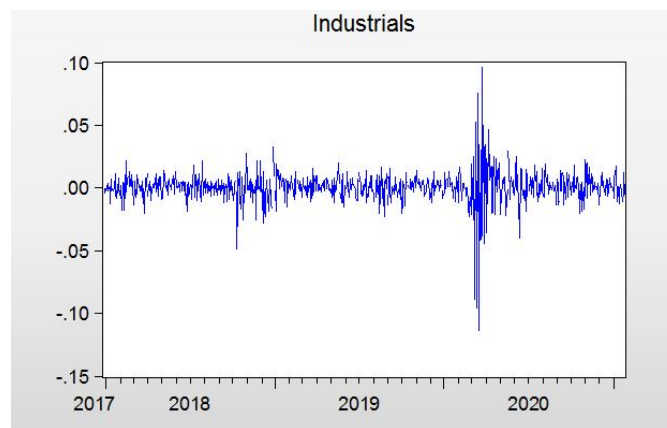
S&P TSX Industrials

Figure 5.10 – *Représentation graphique de l'indice S&P TSX Industrials*

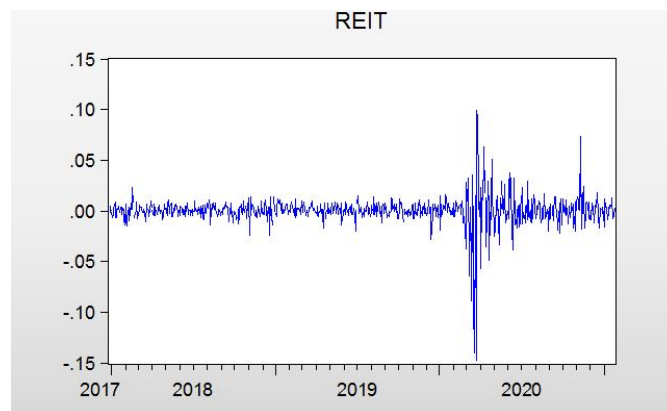
S&P TSX REIT

Figure 5.11 – *Représentation graphique de l'indice S&P TSX REIT*

S&P TSX Telecomm

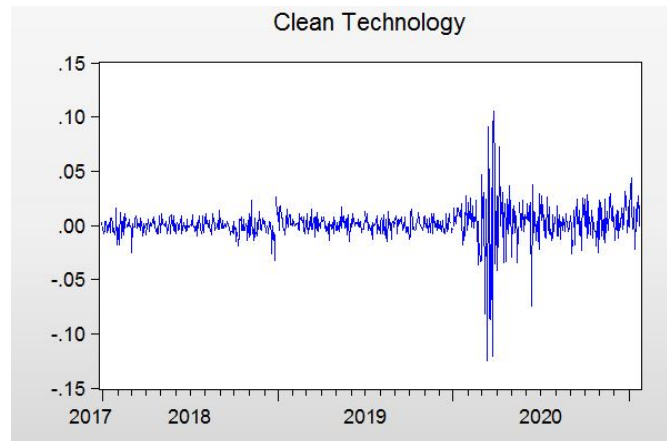


Figure 5.12 – Représentation graphique de l'indice S&P TSX Telecomm

5.2 MÉTHODOLOGIE

La méthodologie que nous allons suivre dans ce travail pour comparer les indices sectoriels est la suivante:

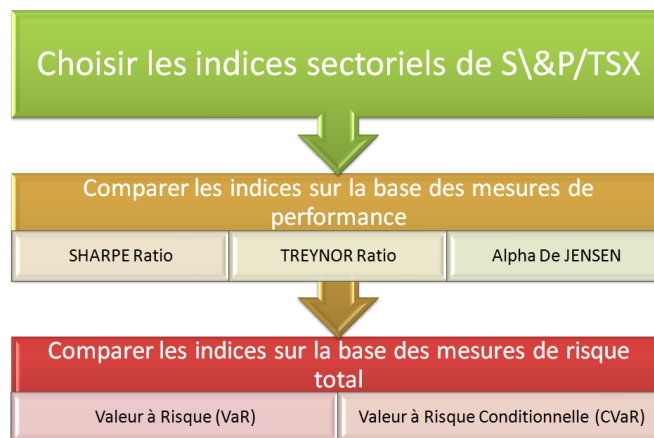


Figure 5.13 – La méthodologie utilisée pour comparer les indices

5.2.1 Comparaison de portefeuilles: mesures de performance

Plusieurs mesures visant à comparer les performances des portefeuilles peuvent être utilisés afin de trier ces indices en fonction de leurs performances et permettre à l'investisseur de fonder son choix. Une simple comparaison des performances des indices consiste à comparer leur rendement ou leur risque. Mais les mesures traditionnelles de performance ajustée du risque, y compris le Ratio de Sharpe, Ratio de Treynor et Alpha de Jensen serait préférable parce que les rendements par eux-mêmes ne tiennent pas compte du risque pris. Elles ont pour premier objectif la comparaison des performances des indices qui ont des risques différents. Il faut tenir compte non seulement de la marge bénéficiaire dégagée par un gestionnaire mais aussi du risque qu'il fait subir à son institution. Le critère de performance devient alors un outil de gestion managériale. Il

permet d'améliorer de manière continue la gestion des indices, d'en faire évoluer le processus de gestion, et si nécessaire la stratégie.

L'évaluation de la performance d'un portefeuille ou indice a une importance particulière pour les investisseurs, pour les gestionnaires, mais aussi pour les théoriciens.

- Les investisseurs se réfèrent à l'évaluation de la performance pour choisir le meilleur investissement du point de vue de la rentabilité et du risque et à l'identification de l'habileté du gestionnaire du portefeuille. Ainsi, l'évaluation de la performance peut être considérée comme une possibilité de contrôle de l'activité des gestionnaires.
- Les gestionnaires s'appuient sur l'évaluation de la performance des indices gérés pour prendre leurs futures décisions, mais aussi pour attirer des investisseurs en cas de meilleurs résultats antérieurs.
- Les théoriciens se basent sur l'évaluation de la performance d'un portefeuille pour vérifier l'hypothèse de l'efficacité du marché financier, hypothèse fondamentale en finance.

Dans la littérature, on apprécie l'évaluation de la performance à la fois par la rentabilité et par le risque. L'évaluation de la performance par la rentabilité est correcte dans la situation où les indices ont le même risque. Si le risque des indices est différent, on utilise les rentabilités ajustées par le risque, déterminées à l'aide des indicateurs de performance.

Dans notre cas, le but est de comparer les 12 indices choisis, nous utilisons les mesures de performance suivantes:

À titre de rappel:

Le Ratio Sharpe : Il quantifie le rendement par unité de risque total. La formule de ratio de Sharpe est la suivante:

$$S_p = \frac{E(R_p) - r_f}{\sigma_{R_p}} \quad (5.1)$$

Où σ_{R_p} est le portefeuille Déviation standard.

Un ratio élevé Sharpe montre un rendement supérieur corrigé du risque d'un portefeuille, tandis qu'un faible ratio de Sharpe est une indication du rendement défavorable.

Le Ratio de Treynor: Il est similaire au ratio de Sharpe, sauf qu'il utilise la version bêta au lieu de l'écart type. Le ratio de Treynor est calculé comme suit:

$$S_p = \frac{E(R_p) - r_f}{\beta_p} \quad (5.2)$$

Où β_p est le bêta du portefeuille.

En général, un Ratio de Treynor plus élevé indique une performance supérieure, et vice versa.

Alpha de Jensen: En 1968, Jensen a développé une mesure statistique appelée Alpha de Jensen qui est le taux de rendement qui dépasse ce qui était prévu ou prédit par des modèles comme le Capital Asset Pricing Model (CAPM). L'Alpha de Jensen peut être définie comme:

$$\alpha = E(R_p) - (r_f + \beta_p(E(R_m) - r_f)) \quad (5.3)$$

Où $E(R_m)$ est le retour du marché prévu. Notez que deux indices similaires pourraient porter le même degré de risque (même beta), mais en raison des différences dans Alpha de Jensen, on pourrait générer des rendements supérieurs à ceux de l'autre. L'Alpha, signifie que le portefeuille a gagné au-dessus du niveau prévu.

5.2.2 Comparaison de indices: mesures de risque

Afin de rendre la comparaison des indices plus claires, nous avons utilisé les deux mesures de risque: **Valeur en Risque (VaR)** et **Valeur en Risque Conditionnelle (CVaR)**.

5.2.2.1 Valeur en Risque (VaR)

Cette mesure de risque est nommée Valeur exposée au risque ou risque potentiel de perte ou bien plus connue sous le nom de Valeur en Risque (VaR). L'utilisation de la VaR est devenue omniprésente dans une période relativement courte de temps malgré ses insuffisances conceptuelles et pratiques. A la fin des années 1980, la banque Bankers Trust fut l'une des premières institutions à utiliser cette notion sur les marchés financiers aux Etats-Unis, mais c'est principalement la banque JP Morgan qui en 1996 a popularisée ce concept notamment grâce à son système RiskMetrics (pour un historique complet de la notion de Valeur en Risque et de sa diffusion se reporter au livre de Dowd (2005)). Par la suite, son utilisation et sa reconnaissance ont augmenté de manière spectaculaire, en particulier lorsque le Comité de Bâle sur le contrôle bancaire a adopté l'utilisation des modèles VaR. La VaR est ensuite devenue l'une des mesures de risque les plus importantes et les plus recommandées.

De nombreuses définitions de la VaR existent, selon Jorion (2002), la VaR d'un portefeuille ou d'un actif, pour une durée T et un niveau de probabilité α , se définit comme le montant de perte attendu de façon que ce montant, pendant la période $[0, T]$, ne devrait pas être plus important que la VaR et ceci avec une probabilité de $(1 - \alpha)$.

Donc la VaR est la perte maximale que peut subir une institution financière sur un horizon de temps donné et un niveau de probabilité prédéfini. Cela donne la définition mathématique suivante de la VaR:

Définition 5.1 (*Valeur en Risque*) La Valeur en Risque (VaR) de niveau α associée au risque X est donnée par :

$$VaR_\alpha(X) = \inf\{x | P[X \leq x] \geq \alpha\} : \quad (5.4)$$

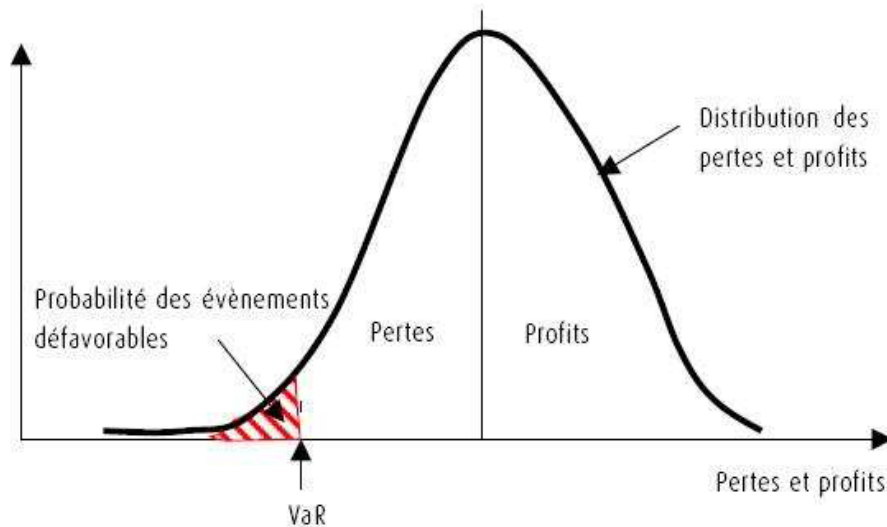


Figure 5.14 – Représentation graphique de la VaR

La VaR présente plusieurs avantages ¹ qui expliquent son succès. Tout d'abord, la simplicité attrayante du concept de VaR comme un indicateur synthétique lisible et facile à interpréter, même par des non spécialistes. Ensuite, sa globalité nous permet une évaluation globale de tous les risques d'un portefeuille quels que soient les actifs qui le composent. finalement, l'universalité de la VaR dû à son adoption comme une mesure de risque standard par les entités financières mais aussi les banques, compagnies d'assurance, les investisseurs institutionnels et les entreprises non financières.

Cependant, la VaR a des limites fondamentales du point de vue de ses propriétés théoriques. Deux principales critiques sont faites à l'encontre de la VaR:

- la plus importante d'entre elles est que la VaR de la somme de deux indices peut être supérieure à la somme des VaR de chaque portefeuille. Cette caractéristique est contraire au principe de diversification en finance (voir Acerbi et Tasche (2002)).
- la VaR ne donne aucune indication quant à l'ampleur des pertes dépassant le quantile fixé. Par conséquent, nous pouvons avoir deux distributions avec des queues lourdes et même VaR, mais les pertes qui dépassent VaR pourraient être totalement différentes².

En raison des limites de la VaR comme mesure du risque, Artzner et al. (1999) définissent ce qu'on appelle des mesures cohérentes de risque.

5.2.2.2 Valeur en Risque Conditionnelle (CVar)

Pour remédier aux imperfections de la VaR et dans le but de construire des mesures cohérentes, de nouvelles mesures ont été construites et développées comme par exemple : la Valeur en Risque Conditionnelle

¹Voir Jorion (1990, 1997) et Embrechts (2000).

²Voir Basak et Shapiro (2001) et Yamai et Yoshida (2005) pour les discussions théoriques et pratiques sur le risque de queue de VaR.

(Conditional Value at Risk (CVaR)). C'est une mesure de risque qui a été introduite comme complément à la VaR. Elle favorise la diversification des instruments financiers d'un portefeuille et traite la queue. Nous nous appuyons dans la suite sur l'article d'Acerbi et Tasche (2001) pour définir la CVaR et donner ses propriétés. La CVaR a les mêmes avantages décrits pour la VaR, mais en plus elle remédie également aux principaux inconvénients de la VaR. D'abord, la CVaR est une mesure de risque plus pertinente et aussi puissante que la Valeur en Risque puisqu'elle tient compte des pertes supérieures à la VaR. Autrement dit, la CVaR, de plus qu'elle est une mesure de perte comme la VaR, elle est aussi une mesure des événements rares. En plus, elle est une mesure cohérente.

La Valeur en Risque Conditionnelle a été proposée par Artzner et al. (1999) et elle est définie, pour une variable aléatoire X , par:

Définition 5.2 (*Valeur en Risque Conditionnelle*)

La Valeur en Risque Conditionnelle au niveau de probabilité α , notée $CVaR_\alpha(X)$, est la valeur moyenne des pertes qui excèdent la VaR au niveau α

$$CVaR_\alpha(X) = E[X|X < VaR_\alpha(X)]$$

En d'autres termes, la CVaR représente la moyenne des pertes qui dépassent la VaR. Vu que la VaR mesure la valeur qui sépare les $(1 - \alpha)\%$ de la distribution, alors que la CVaR s'intéresse à la queue de la distribution des pertes, c'est-à-dire les $\alpha\%$ restant. La figure 4.2 illustre la CVaR d'une distribution de rendements sous le niveau de confiance $\alpha\%$ (risque), où la VaR est définie comme le $(1 - \alpha)\%$ centile de la distribution, tandis que la CVaR est le rendement moyen pondéré dans la queue inférieure $(1 - \alpha)\%$ de la distribution.

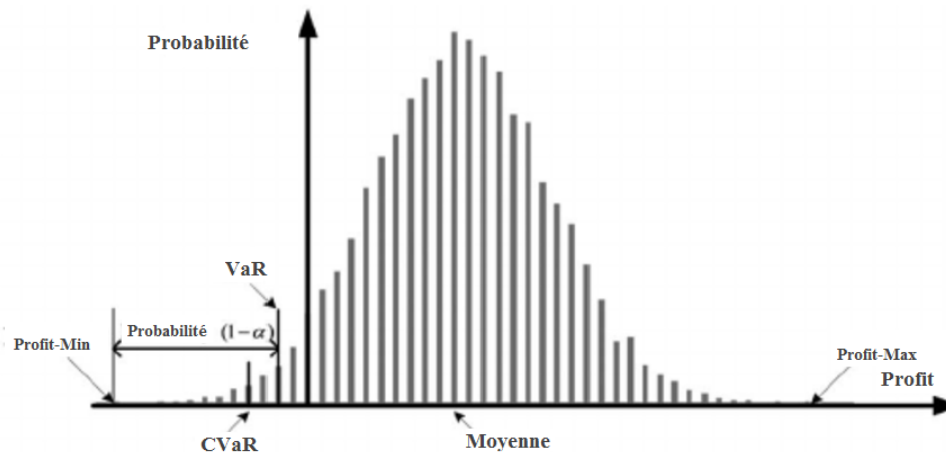


Figure 5.15 – Représentation graphique de la CVaR

Méthodes d'estimation

Une fois que l'on décide sur quelle mesure de risque à mettre en oeuvre, il est nécessaire de l'estimer. Bien que le Comité de Bâle établit que les institutions financières doivent utiliser la VaR comme une mesure de risque,

elles sont libres de choisir la méthode d'estimation. Il y a un très grand nombre de méthodes d'estimation³ proposées dans la littérature pour estimer la VaR et un plus petit nombre pour la CVaR.

Les méthodes d'estimation de la VaR peuvent être classés en paramétriques, semi-paramétriques et non paramétriques.

Méthodes non-paramétriques

L'estimation non paramétrique possède les avantages suivants :

(i) Elle ne dépend pas d'un modèle de la distribution de perte F ce qui la rend robuste et elle évite un biais généré par une mauvaise spécification de F ;

(ii) Elle demande des hypothèses plus faibles sur le processus des rendements (X_i) , ce qui la rend adaptable dans le contexte des pertes financières.

On présente trois méthodes non paramétriques pour estimer la VaR.

(a) Simulation historique: est une bonne méthode de rééchantillonnage du fait de sa simplicité et l'absence de toute hypothèse sur la distribution des rendements. Elle est basée sur l'hypothèse que l'histoire se répète.

Supposons que nous observons les données du jour 1 au jour T , et R_t est le rendement du portefeuille le jour t , alors nous obtenons une série de rendements R_1, R_2, \dots, R_n . Soit $R_{(1)} \leq R_{(2)} \leq \dots \leq R_{(n)}$ désignent l'ordre croissant correspondant à la série financière initiale. La méthode historique suggère d'estimer la valeur en Risque par

$$\widehat{VaR}_\alpha = R_{(i)} \quad (5.5)$$

$$\text{pour } \alpha \in \left(\frac{i-1}{n}, \frac{i}{n} \right)$$

Cependant, la simulation historique suppose implicitement que la distribution des rendements passés est une bonne et complète représentation des rendements futurs attendus.

(b) Méthode Bootstrap : est une extension de simulation historique traditionnelle. C'est une procédure d'estimation simple et intuitive. La méthode bootstrap tire un échantillon de l'ensemble de données, enregistre la VaR de cet échantillon particulier. Cette procédure est répétée à plusieurs reprises et enregistre plusieurs VaR d'échantillons. Puisque les données sont toujours renvoyées à l'ensemble de données, cette procédure est comme l'échantillonnage avec remise. La meilleure estimation de la VaR de l'ensemble complet de données est la moyenne de tous les VaRs.

Supposons $\widehat{F}(\cdot)$ est la fonction de répartition empirique de R_1, R_2, \dots, R_n . La méthode Bootstrap peut être décrite comme suit:

1. Simuler B échantillons indépendants de $\widehat{F}(\cdot)$,

³Plusieurs méthodes ont été développées pour l'estimation de la VaR et de la CVaR, voir par exemple Duffie et Pan (1997) et Manganello et Engle (2001), Gençay et Selçuk (2004), Angelidis et Degiannakis (2005), Kuester et al. (2006), Lima et Néri (2006) et McAleer et Da Veiga (2008).

2. Pour chaque échantillon, on estime la $\widehat{VaR}_\alpha^{(i)}$ pour $i = 1, 2, \dots, B$, en utilisant la méthode historique,
3. Prendre l'estimation de la VaR comme la moyenne ou la médiane des $\widehat{VaR}_\alpha^{(i)}$ pour $i = 1, 2, \dots, B$.

On peut aussi construire des intervalles de confiance pour la VaR sur la base des estimations Bootstrap $\widehat{VaR}_\alpha^{(i)}$ pour $i = 1, 2, \dots, B$.

(b) La simulation historique filtrée: est l'exemple le plus complexe et complet des approches non paramétriques. Le procédé combine le modèle de simulation traditionnelle avec des modèles de volatilité conditionnelle (comme GARCH ou EGARCH), ce qui le rend attrayant pour faire face à l'évolution de la volatilité. Le modèle de simulation filtrée est flexible pour capturer la volatilité conditionnelle, le regroupement de la volatilité et les facteurs qui peuvent avoir un effet asymétrique sur la volatilité.

Ces modèles sont très raisonnables pour les grands indices et ont une bonne capacité prédictive pour l'évolution des conditions du marché.

Méthodes paramétriques

Cette méthode détermine la value at risk à partir d'une loi de distribution paramétrique explicite des gains/pertes. La VaR est estimée à partir des données historiques des rendements et les différentes estimations de la moyenne, variance et covariances entre les rendements. La loi de probabilité la plus généralement utilisée est la loi normale, dont les propriétés remarquables permettent une simplification notable des calculs. Mais l'hypothèse de la normalité est mal adaptée aux rendements ayant des distributions à queues lourdes et qui sont à fort potentiel de perte, voir par exemple Hendricks (1996), Danielsson et al (1977) et Goorberg et al (1999). Intuitivement, les distributions à queues lourdes signifient que les valeurs extrêmes sont plus fréquentes. Dans ce cas La loi de Student peut ainsi paraître mieux appropriée aux observations de rentabilités empiriques. Il y a principalement plusieurs méthodes paramétriques pour estimer la VaR. Ces méthodes supposent une fonction de répartition particulière pour les données. Nous présentons quelques-unes:

(a) Distribution Gaussienne: Si R_1, R_2, \dots, R_n sont des observations d'une distribution gaussienne de moyenne μ et de variance σ^2 alors VaR peut être estimée par:

$$\widehat{VaR}_\alpha = \bar{R} + \phi^{-1}(\alpha)s \quad (5.6)$$

où \bar{R} est la moyenne empirique, $\phi^{-1}(\alpha)$ désigne la fonction quantile de la loi normale standard et s^2 est la variance empirique.

(b) Distribution de Student: Si R_1, R_2, \dots, R_n sont des observations de la distribution de Student avec des degrés de liberté $v = n - 1$ alors VaR peut être estimée par:

$$\widehat{VaR}_\alpha = \bar{R} + t_{v,\alpha} s \sqrt{\frac{3 + \kappa_4}{3 + 2\kappa_4}} \quad (5.7)$$

où κ_4 est le coefficient d'aplatissement et $t_{v,\alpha}$ est le 100α percentile de la distribution de Student avec des degrés de liberté $v = n - 1$.

(c) Approximation de Cornish-Fisher : Simonato (2011) suggère l'approximation de la VaR basé sur l'expansion Cornish-Fisher.

$$\widehat{VaR}_{CF} = \bar{R} + \sigma \Psi_{CF}^{-1}(\alpha) \quad (5.8)$$

où $\Psi_{CF}^{-1}(\cdot)$ est une fonction inverse qui peut s'écrire sous la forme suivante

$$\begin{aligned} \Psi_{CF}^{-1}(\alpha) = & \phi^{-1}(\alpha) + \frac{(\phi^{-1}(\alpha))^2 - 1}{6} \kappa_3 \\ & + \frac{(\phi^{-1}(\alpha))^3 - 3\phi^{-1}(\alpha)\kappa_4}{24} - \frac{(2(\phi^{-1}(\alpha))^3 - 5\phi^{-1}(\alpha)\kappa_3^2)}{36} \end{aligned} \quad (5.9)$$

où $\phi^{-1}(\cdot)$ désigne la fonction quantile de la loi normale standard, κ_3 le coefficient de dissymétrie et κ_4 le coefficient d'aplatissement.

(d) Distribution de Johnson: Une troisième approximation suggérée par Simonato (2011) est basé sur les distributions de Johnson⁴.

Soit Y une variable aléatoire normale standard. Une variable aléatoire Johnson peut être exprimée comme

$$J = c + dg^{-1}\left(\frac{Y - a}{b}\right) \quad (5.10)$$

Avec

$$g^{-1}(u) = \begin{cases} \exp(u) & , \text{ pour la famille log-normale,} \\ \frac{\exp(u) - \exp(-u)}{2} & , \text{ pour la famille non bornée,} \\ \frac{1}{1 + \exp(-u)} & , \text{ pour la famille bornée,} \\ u & , \text{ pour la famille normale.} \end{cases} \quad (5.11)$$

Avec, a , b , c et d sont des paramètres inconnus déterminés, par exemple, par la méthode des moments⁵.

Avec les notations ci-dessus, l'approximation est

$$\widehat{VaR}_\alpha = \bar{R} + \sigma \Psi_J^{-1}(\alpha; a, b, c, d) \quad (5.12)$$

Avec

$$\Psi_J^{-1}(\alpha) = c + dg^{-1}\left(\frac{\phi^{-1}(\alpha) - a}{b}\right) \quad (5.13)$$

⁴Johnson (1949) a décrit un système de courbes de fréquences représentant les transformations de la courbe normale standard (voir Hahn et Shapiro (1967) pour plus d'informations). En appliquant ces transformations à une variable normale standard, il est possible d'approcher une large gamme de distributions non-normales, y compris des distributions bornées d'un seul côté ou des deux côtés.

⁵voir Hill et al. (1976).

(e) Modèles ARCH: La méthode de modélisation de la variance conditionnelle (variable dans le temps) a été introduite par Engle (1982) avec le processus ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedastic). Les modèles ARCH sont très populaires en finance.

Pour illustrer, soit $(R_t)_{t \in Z}$ un processus stochastique de rendements quotidiens des actifs en termes de rendement moyen \bar{r} et de résidus:

$$R_t = \bar{r} + \epsilon_t \quad (5.14)$$

Un processus ARCH(p) est donné par

$$\epsilon_t = \sigma_t z_t \quad (5.15)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 \quad (5.16)$$

Avec ϵ_t représente les innovations de la série et R_t une normale centrée réduite, z_t est un bruit blanc indépendantes et identiquement distribué avec une moyenne nulle, de variance unité et $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p)^T$ est un vecteur de paramètre inconnu satisfaisant $\alpha_0 > 0$ et $\alpha_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, p$. Si $\hat{\alpha} = (\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_p)^T$ sont les estimateurs du maximum de vraisemblance, puis les résidus sont

$$\hat{\epsilon}_t = R_t / \hat{\sigma}_t$$

Où

$$\hat{\sigma}_t^2 = \hat{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^p \hat{\alpha}_i \hat{\epsilon}_{t-i}^2$$

Taniai et Taniguchi (2008) montrent que la VaR pour ce modèle ARCH peut être approximée par

$$\widehat{VaR}_\alpha = \hat{\sigma}_{n+1} [F^{-1}(\alpha) + \hat{\sigma} \phi^{-1}(\alpha) / \sqrt{n}] \quad (5.17)$$

(f) Modèles GARCH: Bollerslev (1986) a introduit le modèle GARCH comme une extension du processus ARCH pour "permettre à la fois une mémoire plus longue et une structure de retard plus flexible."

Considérons le même processus stochastique $(R_t)_{t \in Z}$ défini dans l'équation (4.11). GARCH(p,q) est formellement défini comme

$$\epsilon_t = \sigma_t z_t \quad (5.18)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (5.19)$$

Où z_t est un bruit blanc (i.i.d) sur $[0, 1]$ et $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, p, \beta_i \geq 0, i = 1, \dots, q$. Pour $q = 0$, le processus se réduit au processus ARCH(p). Notons que le processus ARCH exprime la variance conditionnelle (volatilité carrée) en fonction linéaire des résidus quadratiques des p -périodes précédentes ϵ_{t-i}^2 seulement, tandis que le processus GARCH permet de dépendre la variance conditionnelle σ_t^2 des variances conditionnelles des q -périodes précédentes en plus des valeurs des résidus au cours des p -périodes précédentes.

-GARCH(1,1): En pratique, le modèle GARCH le plus couramment utilisé est le modèle le plus simple GARCH(1,1) donné par:

$$\epsilon_t = \sigma_t z_t \quad (5.20)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (5.21)$$

Le GARCH(1,1) fournit un ajustement adéquat pour les séries financières et produit les faits stylisés⁶ présentés dans la section précédente.

Méthodes semi-paramétriques

Les méthodes semi-paramétriques ont à la fois des éléments paramétriques et non paramétriques qui fournissent une loi parfaitement adaptée aux queues de distribution des séries financières contrairement à la loi normale dont les queues sont trop fines.

(a) Théorie des Valeurs Extrêmes: Le problème des queues épaisses a été l'objet de plusieurs recherches et travaux durant ces dernières années. Le problème était de savoir comment modéliser les événements extrêmes, ce qui a motivé plus les recherches sur d'autres méthodologies capables de prendre en considération les événements rares où les risques sont assez importants. La théorie des valeurs extrêmes a été considérée comme l'outil le plus adapté à ce problème, puisqu'elle fournit un fondement théorique à partir duquel on peut construire des modèles statistiques décrivant les événements extrêmes.

Soient R_1, R_2, \dots, R_n n variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées (i.i.d.) de fonction de répartition F . Le comportement des événements extrêmes peut être étudié en considérant la variable aléatoire M_n définie par

$$M_n = \max(R_1, R_2, \dots, R_n)$$

M_n représente la plus grande perte observée sur les n pertes observées R_1, R_2, \dots, R_n . Nous adopterons la convention que la perte est un nombre positif. Comme les variables aléatoires sont indépendantes et identiquement distribuées, on obtient:

$$P\{M_n \leq x\} = P\{R_1 \leq x, \dots, R_n \leq x\} = [F(x)]^n \quad (5.22)$$

La difficulté provient du fait que l'on ne connaît pas en général la fonction de répartition F . C'est la raison pour laquelle on s'intéresse au comportement asymptotique de la variable aléatoire M_n . Ainsi en identifiant la famille de loi vers laquelle M_n va converger, on pourra remplacer F par cette dernière pour des grandes valeurs de n .

Le théorème de Fisher-Tippet permet de caractériser la loi de distribution des extrêmes. S'il existe des constantes de normalisation $a_n > 0$ et b_n de telle sorte que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq x\right\} = G(x) \quad (5.23)$$

⁶Un fait stylisé est un phénomène ou une propriété des données observées que la communauté financière considère comme robuste et récurrent.

Où $G(x)$ est une fonction de distribution non dégénérée, alors la distribution G appartient à la famille des lois de Gumbel, des lois de Fréchet, ou des lois de Weibull. Ces familles peuvent être regroupées dans la classe des lois d'extremum généralisées. En fait, nous pouvons caractériser les trois types de distribution précédents par une distribution unique⁷

$$G(x) = \exp\{-[1 + \zeta(\frac{x - \mu}{\sigma})]^{-1/\zeta}\} \quad (5.24)$$

Le paramètre σ joue le rôle d'une variance, c'est pourquoi nous le considérons comme un paramètre de dispersion. Le paramètre μ est un paramètre de localisation. Le paramètre ζ est lié au caractère leptokurtique de la fonction de distribution G , c'est pourquoi on lui donne généralement le nom d'indice de queue ou d'indice de valeur extrême. Plus cet indice est élevé en valeur absolue, plus le poids des extrêmes dans la distribution initiale est important. On parle alors de distribution à queues épaisses.

Il existe plusieurs estimateurs proposés pour ζ . L'un des premiers estimateurs dû à Hill (1975) est

$$\hat{\zeta}_{n,k}^H = \frac{1}{k-1} \sum_{j=1}^{k-1} \log \frac{R_{(n-j,n)}}{R_{(n-k,n)}} \quad (5.25)$$

L'estimateur de Hill s'appuie sur la statistique d'ordre, et nous supposons ici que les $R_{j,n}$ sont des réalisations de la statistique d'ordre avec $(R_{n,n} > \dots > R_{1,n})$. Nous devons choisir le k de sorte que $\frac{k}{n} \rightarrow 0$ avec $k, n \rightarrow +\infty$. C'est-à-dire que k soit assez grand pour traiter les valeurs extrêmes.

L'estimation de la VaR est donnée par la formule suivante

$$\widehat{VaR}_\alpha = R_{(n-k)} + R_{(n-k)} \left(\left(\frac{n}{k} (1 - \alpha) \right)^{-\hat{\zeta}_{n,k}^H} - 1 \right) \quad (5.26)$$

Où $\hat{\zeta}_{n,k}^H$ est l'estimateur de Hill.

Un autre estimateur dû à Pickands (1975) est

$$\hat{\zeta}_k^P = \frac{1}{\log 2} \log \left(\frac{R_{(k,n)} - R_{(2k,1)}}{R_{(2k,1)} - R_{(4k,1)}} \right) \quad (5.27)$$

L'estimation de la VaR est donnée par la formule suivante

$$\widehat{VaR}_\alpha = \frac{\left(\frac{k}{n(1-\alpha)} \right)^{\hat{\zeta}_k^P} - 1}{1 - 2^{-\hat{\zeta}_k^P}} (R_{(n-k+1,n)} - R_{(n-2k+1,n)}) + R_{(n-k+1,n)} \quad (5.28)$$

Où $\hat{\zeta}_{n,k}^P$ est l'estimateur de Pickands.

(b) Distribution de Pareto généralisée: La distribution de Pareto est un modèle populaire en finance. Fondée sur la théorie des valeurs extrêmes, la méthode des excès également connue sous le nom de Peaks Over Threshold (POT), permet la modélisation des queues de distribution

⁷Cette fonction de distribution correspond à la loi de probabilité des valeurs extrêmes généralisée, **Generalized Extreme Value distribution (GEV)**.

d'une série de données à partir de laquelle il devient possible d'estimer la probabilité d'occurrence d'évènements rares au-delà des plus grandes valeurs observées.

La fonction de distribution des excès de perte (POT) par rapport à un seuil élevé μ est définie par:

$$F_\mu(y) = P\{X - \mu \leq y | X > \mu\} \quad (5.29)$$

pour $0 \leq y \leq x_0 - \mu$, on a généralement $x_0 = +\infty$

La fonction de distribution des excès représente la probabilité qu'une certaine perte dépasse le seuil μ d'au plus une quantité y , sachant qu'elle dépasse μ . Cette fonction s'écrit sous la forme:

$$F_\mu(y) = \frac{P\{X - \mu \leq y | X > \mu\}}{P\{X > \mu\}} = \frac{F(y + \mu) - F(\mu)}{1 - F(\mu)} \quad (5.30)$$

Le théorème de Pickands-Balkema- de Haan énonce que si F appartient à l'un des trois domaines d'attraction de la loi limite des extrêmes (Fréchet, Gumbel ou Weibull), alors il existe une fonction de répartition des excès au-delà de μ , noté F_μ qui peut être approchée par une loi de Pareto généralisée (GPD). $G_{\zeta, \beta}$ est la fonction de répartition de la distribution de Pareto généralisée (GPD) de paramètres ζ et β définie par :

$$G_{\zeta, \beta} = 1 - \left(1 + \frac{\zeta x}{\beta}\right)^{-1/\zeta} \text{ si } \zeta \neq 0$$

et

$$G_{\zeta, \beta} = 1 - \exp\left(\frac{-x}{\beta}\right) \text{ si } \zeta = 0$$

Avec $\beta > 0$, $x \geq 0$ pour $\zeta \geq 0$ et $0 \leq x \leq \frac{\beta}{\zeta}$ pour $\zeta < 0$

Le paramètre ζ est lié au caractère leptokurtique de la fonction de distribution et β est un paramètre d'échelle.

Sur la base des résultats relatifs à l'estimation de la loi asymptotique des excès, il est possible d'évaluer la perte maximale pour une probabilité donnée et sous des conditions de marchés extrêmes. Un estimateur de la VaR avec N_μ le nombre des excès au-delà du seuil μ est obtenu par :

$$\widehat{VaR}_\alpha = \mu + \frac{\widehat{\beta}}{\widehat{\zeta}} \left(\left(\frac{n}{N_\mu} (1 - \alpha) \right)^{\widehat{\zeta}} - 1 \right) \quad (5.31)$$

Où $\widehat{\zeta}$ et $\widehat{\beta}$ représentent des estimateurs des paramètres de la loi GPD.

Backtesting

Après l'estimation de la VaR et la CVaR, il y a besoin de mesurer leur précision. Le Comité de Bâle propose une procédure de backtesting qui repose sur la comparaison entre le niveau de VaR_α et la proportion des rendements réels qui sont inférieures ou égales aux prévisions VaR. De nombreuses procédures de contrôle ont été proposées dans la littérature⁸. Ces procédures backtesting sont conçues pour distinguer si un estimateur particulier est exact.

⁸voir, par exemple, Kupiec (1995), Christoffersen (1998), Christoffersen et Diebold (2000), Christoffersen et al. (2001), Dowd (2001), Engle et Manganelli (2004) et Berkowitz et al. (2006) pour la VaR et Berkowitz (2001) et Kerkhof et Melenberg (2002) pour la CVaR.

Backtesting VaR

Il existe aujourd'hui une très grande variété de méthodes de calcul de la VaR qui fournissent généralement pour un même portefeuille des VaRs significativement différentes. Dès lors, la question qui se pose est de savoir si une prévision de la VaR est valide. Il existe un très grand nombre de tests de backtesting.

Définition 5.3 (Jorion (2007))

Le backtesting est un ensemble de procédures statistiques dont le but est de vérifier que les pertes réelles observées ex-post sont en adéquation avec les pertes prévues. Cela implique de comparer systématiquement l'historique des prévisions de Valeur en Risque aux rendements observés du portefeuille.

Définition 5.4 On appelle violation (ou hit, ou exception) une situation dans laquelle à la date t la perte observée excède la VaR anticipée

Une violation de la VaR apparaît lorsque la rentabilité observée ex-post, R_t , est inférieure à la valeur prévue ex-ante de la VaR.

Définition 5.5 On appelle hit fonction, ou hit variable, la variable indicatrice $I_t(\alpha)$ associée à l'observation ex-post d'une violation de la VaR à $\alpha\%$ à la date t .

$$I_t(\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{si } R_t < VaR_{\alpha,t} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.32)$$

Une prévision de VaR est dite valide si la séquence des violations associées satisfait ces deux propriétés (Christoffersen (1998)).

(a) L'hypothèse de couverture non conditionnelle (UC): La probabilité que se réalise ex-post une perte en excès par rapport à la VaR anticipée ex-ante doit précisément être égale au taux de couverture α .

$$E[I_i(\alpha)] = P[I_i(\alpha) = 1] = \alpha$$

Exemple: pour une VaR à 1% utilisée comme mesure de référence sur 500 périodes, l'espérance du nombre de violations doit être égale à 5. Si le nombre de violations est significativement supérieur ou inférieur à 5, la mesure de VaR est non valide.

Les tests de validité de cette propriété de couverture non conditionnelle, initialement développés par Kupiec (1995), constituent aujourd'hui le cœur des principales procédures d'évaluation des modèles de VaR, préconisées notamment au niveau réglementaire.

Tests de Kupiec (1995): On considère une séquence de T prévisions successives de la VaR, soit N le nombre de violations associées:

$$N = \sum_{t=1}^T I_t(\alpha)$$

Le rapport N/T définit la fréquence empirique des violations (failure rate).

Si l'on suppose que les variables $I_t(\alpha)$ sont i.i.d., alors sous l'hypothèse de couverture non conditionnelle (UC), le nombre total de violations N suit une loi Binomiale

$$N \sim B(T, p)$$

avec $E(N) = pT$ et $V(N) = p(1-p)T$.

Si T est suffisamment important, on peut approximer la loi Binomiale par une loi Normale

$$Z = \frac{N - pT}{\sqrt{p(1-p)T}} \sim N(0, 1)$$

Il est possible de tester l'hypothèse de couverture non conditionnelle (UC) directement à partir de cette relation sous la forme:

$$H_0 : E(I_t) = \alpha$$

$$H_1 : E(I_t) \neq \alpha$$

Kupiec (1995) ne travaille pas directement à partir de la statistique z , mais propose un test de ratio de vraisemblance (Likelihood Ratio, LR test)

Définition 5.6 (test de Kupiec (1995))

Pour un taux de couverture de la VaR à $\alpha\%$, le test de couverture non conditionnelle de Kupiec (1995) admet pour hypothèse nulle

$$H_0 : E(I_t) = \alpha$$

Où I_t désigne la violation associée à la VaR à une date t . Sous H_0 , la statistique de ratio de vraisemblance associée vérifie

$$LR_{UC} = -2\ln[(1-\alpha)^{T-N}p^N] + 2\ln[(1-\frac{N}{T})^{T-N}N^N]$$

Jorion (2007) donne des ordres de grandeurs de la zone de non rejet (pour un risque de première espace de 5%) de l'hypothèse de couverture non conditionnelle au sens du test de Kupiec (1995)

- $T = 252, \alpha = 1\%$, il y a non rejet si et seulement si $N < 7$
- $T = 252, \alpha = 5\%$, il y a non rejet si et seulement si $6 < N < 20$
- $T = 510, \alpha = 1\%$, il y a non rejet si et seulement si $1 < N < 11$
- $T = 510, \alpha = 5\%$, il y a non rejet si et seulement si $16 < N < 36$

(b) Indépendance des violations

Définition 5.7 (indépendance des violations)

L'hypothèse d'indépendance des violations est satisfaite lorsque les violations de la VaR observées à deux dates différentes pour un même taux de couverture doivent être indépendamment distribuées. Formellement, la variable $I_t(\alpha)$ associée à la violation à la date t de la VaR pour un taux de couverture $\alpha\%$, est indépendante de la variable $I_{t-k}(\alpha)$, $\forall k \neq 0$.

Il convient de noter que ces deux propriétés de la VaR sont indépendantes l'une de l'autre. Dès lors, si une prévision de VaR ne satisfait pas à l'une ou l'autre de ces deux hypothèses, elle doit être considérée comme non valide. À l'inverse, on qualifie de couverture conditionnelle la situation qui prévaut lorsque la prévision de VaR satisfait les deux hypothèses. Dans le cadre des procédures de backtesting, de nombreux tests ont été proposés dans la littérature pour tester l'une ou l'autre des propriétés. Dans ce contexte, nous ne retiendrons ici que le test LR de Christoffersen (1998).

Tests LR : Christoffersen (1998): Christoffersen (1998) suppose que le processus des violations $I_t(\alpha)$ peut être modélisé par une chaîne de Markov admettant pour matrice des probabilités de transition la matrice suivante:

$$\pi = \begin{pmatrix} \pi_{00} & \pi_{01} \\ \pi_{10} & \pi_{11} \end{pmatrix}$$

où $\pi_{ij} = P[I_{t+1}(\alpha) = j | I_t(\alpha) = i]$

Cette chaîne de Markov permet de modéliser une éventuelle dépendance temporelle dans la séquence $I_t(\alpha)$. Ainsi, la probabilité d'observer une violation (resp. de ne pas en observer) pour la période courante peut être liée (ou non) à l'occurrence d'une violation à la période précédente. L'hypothèse nulle de couverture conditionnelle est alors définie par l'égalité :

$$H_0 : \Pi = \Pi_\alpha = \begin{pmatrix} 1 - \alpha & \alpha \\ 1 - \alpha & \alpha \end{pmatrix}$$

L'acceptation de l'hypothèse nulle entraîne le respect de l'hypothèse de couverture non conditionnelle. Quel que soit l'état du système en t_1 , la probabilité d'observer à la date t une violation est égale au taux de couverture conditionnelle, c'est-à-dire: $\Pi_t = P[I_t(\alpha) = 1] = \alpha$. De plus, la probabilité d'observer une violation à la date t est indépendante de l'état en $t - 1$: Une simple statistique de rapport de vraisemblance, notée LR_{CC} , permet alors de tester l'hypothèse nulle d'efficacité conditionnelle. Sous H_0 :

$$LR_{CC} = -2\{\ln L[\Pi_\alpha, I_1(\alpha), \dots, I_T(\alpha)] - \ln L[\hat{\Pi}, I_1(\alpha), \dots, I_T(\alpha)]\} \quad (5.33)$$

converge vers la loi de χ^2 pour T assez grand.

Où $\hat{\Pi}$ désigne l'estimateur du maximum de vraisemblance de la matrice de transition sous l'hypothèse alternative et $\ln L[\Pi_\alpha, I_1(\alpha), \dots, I_T(\alpha)]$ désigne la log vraisemblance des violations $I_t(\alpha)$ associées à une matrice de transition Π . Par définition :

$$\ln L[\Pi_\alpha, I_1(\alpha), \dots, I_T(\alpha)] = (1 - \Pi_{01})^{n_{00}} \Pi_{01}^{n_{01}} (1 - \Pi_{11})^{n_{10}} \Pi_{11}^{n_{11}} \quad (5.34)$$

Où n_{ij} désigne le nombre de fois où l'on observe $I_t(\alpha) = j$ sachant $I_{t-1}(\alpha) = i$.

Dans cette perspective, il est en outre possible de distinguer suivant que l'efficacité est due au non respect de l'hypothèse d'indépendance et / ou au non respect de l'hypothèse de couverture non conditionnelle. Ainsi, Christoffersen (1998) propose deux autres statistiques de rapport de vraisemblance, notée LR_{UC} et LR_{IND} , associées à chacune de ces deux sous hypothèses. Ainsi, la statistique LR_{IND} associée à la seule hypothèse nulle d'indépendance des violations est définie par :

$$LR_{IND} = -2\{\ln L[\widehat{\Pi}_\alpha, I_1(\alpha), \dots, I_T(\alpha)] - \ln L[\widehat{\Pi}, I_1(\alpha), \dots, I_T(\alpha)]\} \quad (5.35)$$

converge vers la loi de χ^2 pour T assez grand.

Où $\widehat{\Pi}_\alpha$ désigne l'estimateur du maximum de vraisemblance de la matrice de transition sous l'hypothèse d'indépendance.

Backtesting CVaR

Afin d'évaluer l'adéquation de la CVaR estimée, Angelidis et Degianakis (2007) proposent un cadre d'évaluation en deux étapes qui prolonge l'approche d'évaluation de Lopez (1999). Dans la première étape, la couverture conditionnelle correcte de la prévision de la VaR est testée en utilisant la statistique LR_{CC} dans l'équation (4.30). Dans la deuxième étape, la fonction de perte est calculée par rapport à la CVaR au lieu de la VaR, parce que la VaR ne donne pas d'informations sur la taille de la perte attendue. La fonction de perte est alors

$$C_t = \begin{cases} (R_t - CVaR_{\alpha,t})^2 & \text{si } R_t < VaR_{\alpha,t} \\ 0 & \text{si } R_t \leq VaR_{\alpha,t} \end{cases} \quad (5.36)$$

Pour chaque modèle, l'erreur quadratique moyenne est Calculé par $MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=T+1}^{T+n} C_t$. Nous choisissons le modèle qui minimise le MSE.

Embrechts et al (2005) ont proposé deux mesures Pour le backtesting de la CVaR. La première mesure V_1^{CVaR} évalue les excès en dessous du négatif de la Valeur en Risque estimée \widehat{VaR}_α . La différence entre le taux observé R_t dans une période (un an) et le négatif de l'estimation $\widehat{CVaR}_{\alpha,t}$, puis la moyenne conditionnelle de ces différences est calculée, conditionnée par $\{R_t < \widehat{VaR}_{\alpha,t}\}$,

$$V_1^{CVaR} = \frac{\sum_{t=t_0}^{t_1} (R_t - (\widehat{CVaR}_{\alpha,t})) \mathbf{1}_{\{R_t < \widehat{VaR}_{\alpha,t}\}}}{\sum_{t=t_0}^{t_1} \mathbf{1}_{\{R_t < \widehat{VaR}_{\alpha,t}\}}} \quad (5.37)$$

Une bonne estimation de la CVaR conduira à une faible valeur absolue de V_1^{CVaR} .

Cette première mesure colle de très près à la définition théorique de la CVaR. Sa faiblesse tient au fait qu'elle dépend fortement des estimations de la VaR (sans tenir compte adéquatement de la bonté / la mauvaise qualité de ces valeurs), étant donné que seules les valeurs inférieures au seuil de la VaR sont prises en compte. Ceci est peut-être une fraction qui est loin de $\alpha\%$ des valeurs, dans laquelle on aimerait réellement calculer la moyenne. Par conséquent, Embrechts et al (2005) ont introduit une deuxième mesure V_2^{CVaR} , qui évalue les valeurs sous le $\alpha\%$.

$$V_2^{CVaR} = \frac{\sum_{t=t_0}^{t_1} D_t \mathbf{1}_{\{D_t < D^\alpha\}}}{\sum_{t=t_0}^{t_1} \mathbf{1}_{\{D_t < D^\alpha\}}} \quad (5.38)$$

Où $D_t = R_t - \widehat{CVaR}_{\alpha,t}$ et D^α désigne le quantile empirique de $\{D_t\}_{t_0 \leq t \leq t_1}$. Notons que, puisque $\widehat{CVaR}_{\alpha,t}$ est une estimation d'un niveau α , on s'attend à ce que D_t soit négatif. Une bonne estimation de la CVaR conduira à nouveau à une faible valeur absolue de la V_2^{CVaR} .

L'étape suivante consiste à combiner les deux mesures V_1^{CVaR} et V_2^{CVaR} :

$$V^{CVaR} = \frac{|V_1^{CVaR}| + |V_2^{CVaR}|}{2} \quad (5.39)$$

Cette mesure indique à quel point la CVaR estimée correspond à des données réelles pour réviser la qualité des modèles.

CONCLUSION DU CHAPITRE

Dans ce chapitre nous avons traité les concepts fondamentaux de la gestion de portefeuille pour mettre en exergue le couple risque/rendement, Ces deux notions complètement liées en finance et qui servent de base dans les modèles financiers et dans les mesures de performances utilisées par les chercheurs et par les praticiens. Ce chapitre vient compléter la thématique développée dans le premier chapitre sur la théorie de décision en univers risque puisque le choix optimal des investisseurs dont le comportement est conditionné par les modèles de décision préalablement définis.

Tout au long de ce chapitre, nous avons présenté les données sur lesquelles notre travail sera appliquer et les différents aspects liés à l'évaluation des performances et risques. En effet, Ces deux notions complètement liées en finance et qui servent de base dans les modèles financiers et dans les mesures de performances utilisées par les chercheurs et par les praticiens. Ce chapitre vient compléter la thématique développée dans la première partie sur la théorie de décision en univers risque puisque le choix optimal des investisseurs dont le comportement est conditionné par les modèles de décision préalablement définis, l'estimation des risques est devenue de plus en plus importante pour les institutions financières afin de prévenir les pertes sur des marchés fluctuants. De plus, les nouvelles normes de régulation telles Bâle III et Solvabilité II prennent en compte la Valeur en Risque dans leurs exigences.

La Valeur en Risque (VaR) est devenue un outil de référence très puissant et incontournable dans la gestion du risque durant plusieurs années. Malgré la difficulté d'appréhension de cet indicateur et le nombre de limites dont elle souffre, elle représente cependant une excellente approximation d'un risque de perte sur un horizon temps. Les recherches académiques et scientifiques entamés afin de développer des modèles alternatifs pouvant éliminé les limites actuelles de la VaR ont abouti à une nouvelle mesure cohérente dénommée Valeur en Risque Conditionnelle (CVaR). Cette dernière mesure de risque a été introduite comme complément à la Valeur en Risque (VaR). La Valeur en Risque (VaR) et Valeur

en Risque Conditionnelle (CVaR) sont devenue les méthodes les plus utilisées pour mesurer les risques de marché. Bien que le Comité de Bâle établit que les institutions financières doivent utiliser la Valeur en Risque (VaR) comme une mesure de risque, elles sont libres de choisir la méthode d'estimation. Il y a un très grand nombre de méthodes d'estimation proposées dans la littérature pour estimer la Valeur en Risque (VaR) et un plus petit nombre relatif de propositions pour la Valeur en Risque Conditionnelle (CVaR). Trois approches peuvent être utilisées pour les estimer: méthodes paramétriques, méthodes semi-paramétriques et méthodes non paramétriques. Les approches ci-dessus s'appuient sur des approximations et des hypothèses qui ne se maintiennent pas nécessairement dans les situations réelles. Cependant, ces méthodes d'estimations sont loin d'être parfaites, il y a une bonne raison de remettre en question l'exactitude de ces estimations par des procédures de backtesting. Comme le souligne Dowd (2006), l'état de l'art dans le backtesting s'améliore tout le temps, et les tests actuels devraient déjà être relativement puissants pour identifier les mauvais modèles. Certains des backtests les plus courants qui sont utilisés pour mesurer la précision des modèles de Valeur en Risque (VaR) et de la Valeur en Risque Conditionnelle (CVaR) ont été présentés.

Finalement, nous signalons que la présentation de ces mesures va nous permettre dans la partie empirique de faire des comparaisons entre des indices pour essayer de définir les meilleures stratégies en matière de choix des indices.

ÉTUDE COMPARATIVE DES PERFORMANCES DES INDICES SECTORIELS

6

SOMMAIRE

INTRODUCTION	103
6.1 DONNÉES	104
6.2 ANALYSE EMPIRIQUE DE L'ÉCHANTILLON	105
6.3 MESURES DE PERFORMANCE	106
6.4 RÉSULTATS	107
6.5 DISCUSSION	116
CONCLUSION	118

LE but de cette étude est d'examiner les performances des indices sectoriels. La comparaison des résultats se fera en termes de taux de rendement mensuel, écart-type, Ratio de Sharpe, Ratio Treynor et Alpha de Jensen. Deux sous-périodes distinctes ont été étudiées: (1) Période Pré-Covid 19 (2018-2019) et (2) Période post-Covid 19 (2020-2021).

Mots-clés: mesures de performance, écart-type, Ratio de Sharpe, Ratio Treynor et Alpha de Jensen.

INTRODUCTION

Les investisseurs cherchent à assurer les rendements futurs sur les positions qui les oblige à choisir leurs meilleures stratégies avant d'investir (Jaaman et Lam (2012) et Agouram et Lakhnati (2015b)). Par conséquent, un évaluation des performances est totalement justifié sur le plan théorique et même pratique à la lumière des résultats de notre étude empirique présenté dans la partie précédente. Cependant, l'un des facteurs à prendre en considération lors de la sélection des portefeuilles optimaux pour un investisseur particulier est son degré d'aversion au risque. Or, Ce dernier est lié au comportement de l'individu face aux incertitudes futures.

Une réponse commune au problème est de fonder ses choix sur la base des mesures performances qui constituent des outils d'aide à la décision dans un univers incertain et surtout en absence d'informations futurs sur les mouvements des cours de actifs financiers.

Cette étude fournit une analyse et application des mesures de performance sur les 12 indices choisis parmi l'indice L'indice S&P TSX est l'indice canadien de référence, représentant environ 70 % de la capitalisation boursière totale de la Bourse de Toronto (TSX), qui compte environ 250 sociétés. .

Tout d'abord, nous allons calculer les statistiques descriptives de l'ensemble des indices avec une analyse de leurs résultats. Deuxièmement, les trois mesures traditionnelles de performance financières ont été utilisés: Ratio de Sharpe, Treynor Ratio et Jensen Alpha, en plus du taux de rendement et écart-type qui ont été calculé mensuellement pour déterminer si l'un des indices sous-performe ou surperforme les autres. La performance des indices a été mesurée au cours de la période 2018-2021.

Ce chapitre est organisé comme suit: la première section présente les données, leurs caractéristiques. La seconde section traite la méthodologie que nous utilisant pour comparer nos indices. La troisième section examine les résultats empiriques par l'utilisation des mesures de performance financières. La dernière section résume et conclut.

6.1 DONNÉES

Les données collectes seront utiliser pour calculer la performance de ces indices en utilisons trois mesures de performance suivantes : Ratio de Sharpe, Ratio Treynor, Alpha de Jensen en plus des deux statistiques sommaires: rendement moyen et écart-type. Cette période a été divisée en deux sous-périodes: (1) Période Pré-Covid 19 (2018-2019) et (2) Période post-Covid 19 (2020-2021).

- Période Pré-Covid 19 (2018-2019): **Du 01 Janvier 2018 à 30 Décembre 2019** .
- Période post-Covid 19 (2020-2021) **Du 1 Janvier 2020 à Janvier 2021**

6.2 ANALYSE EMPIRIQUE DE L'ÉCHANTILLON

Avant de procéder à exploiter sa base de données pour réaliser les calculs statistiques et économétriques nécessaires, il est d'abord primitif d'étudier les caractéristiques des variables et données qui la compose, en effet un résumé des statistiques descriptives permet premièrement de bien choisir le genre de la recherche à attribuer (recherche quantitative ou qualitative) mais aussi le choix du test compatible pour la recherche à savoir le choix entre le test paramétrique ou non paramétrique. Le traitement statistique des données permet également d'examiner la normalité distribution des données à l'aide de test de Jarque-Berra et de vérifier l'existence des données aberrantes, il offre également les différentes informations concernant la mesure de; tendance centrale (moyenne, médiane, mode, maximum, minimum), la dispersion (range, variance, quantile, percentile), comme il permet de mesurer le coefficient d'aplatissement ou ce qu'on appelle les **Kurtosis** et les **Skewness** ou coefficient d'asymétrie.

Dans le cadre de notre étude empirique nous avons commencé par l'analyse des caractéristiques des données relatives aux différent indices sélectionnés (tableau 1), premièrement nous avons opter à définir les tests et les coefficients nécessaires pour la détection de la normalité puis nous menons à bien notre analyse de la distribution des données.

L'étude de normalité des rendements montre que le comportement des données des différentes séries exploités semble être non normale à long-terme, cependant, plusieurs études ont montré que la distribution de ce genre de séries n'est pas normale, il est alors clair d'après les résultats obtenus que leurs distributions sont asymétriques et Leptokurtiques (les séries contiennent un coefficient d'aplatissement positif peaked-curve les hautes valeurs sont les plus dominantes). La normalité des rendements est vérifiée à partir des tests économétriques basés sur la détermination de coefficient d'aplatissement Kurtosis et les coefficients d'asymétrie Skewness, l'un de ce test est le test de Jarque-Berra qui synthèse les deux coefficients.

Table 6.1 – Les statistiques descriptives des données de l'échantillon

Période de Janvier 2010 à Janvier 2021							
	Moyen	Écart-type	Gini	Skewness	Kurtosis	JB	Prob
Energy	-0,053	-0,055	0,0276	-1,17	22,5577	12512	0
Health_CARE	0,028	-0,095	0,0295	0,13	4,98	128	0
Financials	0,012	0,065	0,0151	0,20	38,00	39533	0
Real Estate	0,014	0,075	0,0147	-2,71	41,03	47605	0
Information_Tec	0,154	0,20	0,0169	-0,45	8,98	1181	0
Clean Technolgy	0,103	0,04	0,01	-1,05	22,5399	12457	0
Cons Staples	0,022	0,00	0,01	-0,52	29,49	22675	0
Cons Discretion	0,024	0,02	0,01	-0,75	27,90	20073	0
Industrials	0,049	0,10	0,01	-1,25	24,18	14669	0
Metals Mining	0,064	0,005	0,02	0,22	8,74	1072	0
REIT	0,011	0,06	0,01	-2,62	40,05	45166	0
Telecomm	0,008	0,04	0,0128	-1,26	33,32	29856	0

6.3 MESURES DE PERFORMANCE

Plusieurs mesures visant à comparer les performances des portefeuilles et des indices peuvent être utilisés afin de trier ces portefeuilles ou indices en fonction de leurs performances et permettre à l'investisseur de fonder son choix. Une simple comparaison des performances des portefeuilles/indices consiste à comparer leur rendement ou leur risque. Mais les mesures traditionnelles de performance ajustée du risque, y compris le Ratio de Sharpe, Ratio de Treynor et Alpha de Jensen serait préférable parce que les rendements par eux-mêmes ne tiennent pas compte du risque pris. Elles ont pour premier objectif la comparaison des performances des portefeuilles qui ont des risques différents. Il faut tenir compte non seulement de la marge bénéficiaire dégagée par un gestionnaire mais aussi du risque qu'il fait subir à son institution. Le critère de performance devient alors un outil de gestion managériale. Il permet d'améliorer de manière continue la gestion des portefeuilles, d'en faire évoluer le processus de gestion, et si nécessaire la stratégie.

L'évaluation de la performance d'un portefeuille a une importance particulière pour les investisseurs, pour les gestionnaires, mais aussi pour les théoriciens.

- Les investisseurs se réfèrent à l'évaluation de la performance pour choisir le meilleur indice du point de vue de la rentabilité et du risque et à l'identification de l'habileté du gestionnaire du portefeuille. Ainsi, l'évaluation de la performance peut être considérée comme une possibilité de contrôle de l'activité des gestionnaires.
- Les gestionnaires s'appuient sur l'évaluation de la performance des portefeuilles gérés pour prendre leurs futures décisions, mais aussi pour attirer des investisseurs en cas de meilleurs résultats antérieurs.
- Les théoriciens se basent sur l'évaluation de la performance d'un portefeuille pour vérifier l'hypothèse de l'efficacité du marché financier, hypothèse fondamentale en finance.

Dans la littérature, on apprécie l'évaluation de la performance à la fois par la rentabilité et par le risque. L'évaluation de la performance par la rentabilité est correcte dans la situation où les portefeuilles ont le même risque. Si le risque des portefeuilles est différent, on utilise les rentabilités ajustées par le risque, déterminées à l'aide des indicateurs de performance.

Dans notre cas, le but est de comparer les 12 indices: , nous utilisons les mesures de performance suivantes:

À titre de rappel:

Le Ratio Sharpe : Il quantifie le rendement par unité de risque total. La formule de ratio de Sharpe est la suivante:

$$S_p = \frac{E(R_p) - r_f}{\sigma_{R_p}} \quad (6.1)$$

Où σ_{R_p} est le portefeuille Déviation standard.

Un ratio élevé Sharpe montre un rendement supérieur corrigé du risque d'un portefeuille, tandis qu'un faible ratio de Sharpe est une indication du rendement défavorable.

Le Ratio de Treynor: Il est similaire au ratio de Sharpe, sauf qu'il utilise la version bêta au lieu de l'écart type. Le ratio de Treynor est calculé comme suit:

$$S_p = \frac{E(R_p) - r_f}{\beta_p} \quad (6.2)$$

Où β_p est le bêta du portefeuille.

En général, un Ratio de Treynor plus élevé indique une performance supérieure, et vice versa.

Alpha de Jensen: En 1968, Jensen a développé une mesure statistique appelée Alpha de Jensen qui est le taux de rendement qui dépasse ce qui était prévu ou prédit par des modèles comme le Capital Asset Pricing Model (CAPM). L'Alpha de Jensen peut être définie comme:

$$\alpha = E(R_p) - (r_f + \beta_p(E(R_m) - r_f)) \quad (6.3)$$

Où $E(R_m)$ est le retour du marché prévu. Notez que deux portefeuilles similaires pourraient porter le même degré de risque (même beta), mais en raison des différences dans Alpha de Jensen, on pourrait générer des rendements supérieurs à ceux de l'autre. L'Alpha, signifie que le portefeuille a gagné au-dessus du niveau prévu.

6.4 RÉSULTATS

La performance de ces portefeuilles pendant les deux périodes: période Pré-Covid 19 (2018-2019): **Du 01 Janvier 2018 à 30 Décembre 2019** et période post-Covid 19 (2020-2021) **Du 1 Janvier 2020 à Janvier 2021** soit un total de 24 mois pour la période 1 et 13 mois pour la période 2. Les ont été évaluées par cinq critères: le rendement moyen, écart-type, Ratio de Sharpe, Ratio Treynor, Alpha de Jensen.

Il a été décidé que les rangs des portefeuilles devaient être calculés afin d'observer leur cohérence au cours de la période d'investissement. Par conséquent, chaque mois, nous calculons ces cinq critères. Par conséquent, la méthode Borda-Kendall (BK) a été utilisée pour construire un classement des portefeuilles. La méthode Borda-Kendall attribue la première place du classement une note de 1, le deuxième place du classement une note de 2, et ainsi de suite. Le score total (Z_i) que chaque portefeuille reçoit peut être calculé en additionnant les résultats de l'équation simple:

$$Z_i = \sum_{j=1}^n jv_{ij} \quad (6.4)$$

Où j est le rang, v_{ij} sont les notes que chaque portefeuille a reçu. Le portefeuille optimal sera celui avec le plus bas score total.

(a) Rendement moyen: Le tableau 6.2 présente les résultats de l'évaluation mensuelle du taux de rendement moyen des 12 indices sélectionnés.

Table 6.2 – Les résultats de l'évaluation mensuelle du taux de rendement

Periode Pré-COVID 19 (2018-2019)				
Indices	Rang moyen	Rang médian	BK Score	Classement
Metals & Mining	6	6	154	7
Canadian Energy	5	3	130	2
Financials	6	7	153	6
Health Care	5	3	120	1
Information Technology	9	10	223	12
Real Estate	7	7	157	8
Clean Technology	6	5	143	3
Cons Discretion	6	6	150	4
Cons Staples	7	6	158	9
Industrials	7	7	169	11
REIT	7	7	164	10
Telecomm	6	6	151	5
Periode Post-COVID-19 (2020-2021)				
Metals & Mining	7	5	86	7
Canadian Energy	6	5	78	5
Financials	7	7	86	7
Health Care	6	4	72	4
Information Technology	8	9	101	11
Real Estate	6	6	78	5
Clean Technology	10	11	128	12
Cons Discretion	7	8	96	10
Cons Staples	5	4	69	3
Industrials	7	7	88	9
REIT	5	4	68	2
Telecomm	5	4	64	1

D'après le tableau 6.2, Les résultats montrent que l'indice Health CARE est le meilleur en se basant sur la méthode Borda-Kendall (BK) avec 120 points pour la première période pré-Covid 19 2018-2019, suivie par l'indice Canadian Energy avec 130 points, ensuite, l'indice Clean Technology occupe la troisième place avec 143 points. Alors que, Information Technology arrive en dernier rang avec 223 points. Toutefois, pour la période post-covid 19 2020-2021, l'indice Telecomm occupe la première place avec 213 points. Les rangs des différents portefeuilles en fonction du taux du rendement mensuel sur la période entière de l'échantillon sont représentés dans la figure 6.1. Cette figure donne un aperçu des rangs des 12 indices pour notre analyse.

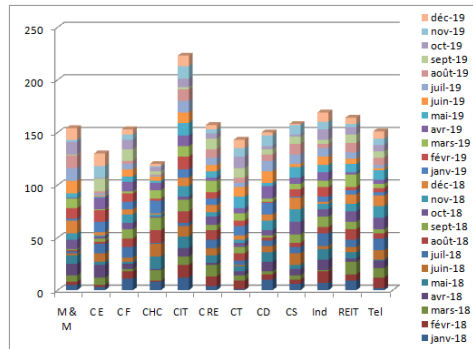


Figure 6.1 – Illustration graphique des rangs des différents indices selon le rendement moyen au cours de la période Pré-COVID 19 (2018-2019)

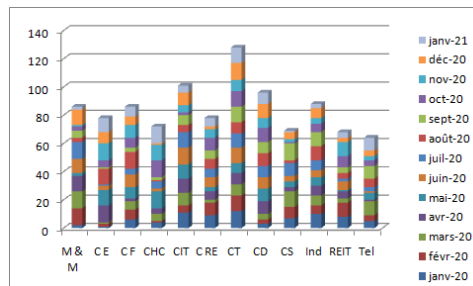


Figure 6.2 – Illustration graphique des rangs des différents indices selon le rendement moyen au cours de la période Post-COVID 19 (2020-2021)

(b) Écart-type: Le tableau 8.5 présente les résultats de l'évaluation des portefeuilles optimaux selon l'écart type.

Periode Pré-COVID 19 (2018-2019)				
Indices	Rang moyen	Rang médian	BK Score	Classement
Metals & Mining	3	3	69	3
Canadian Energy	3	3	63	2
Financials	10	10	240	11
Health Care	1	1	26	1
Information Technology	4	4	86	4
Real Estate	10	10	241	12
Clean Technology	8	8	200	8
Cons Discretion	6	5	139	5
Cons Staples	8	7	180	7
Industrials	7	7	175	6
REIT	9	10	225	9
Telecomm	10	10	228	10
Periode Post-COVID-19 (2020-2021)				
Metals & Mining	4	3	47	3
Canadian Energy	2	1	21	1
Financials	8	9	105	8
Health Care	2	2	29	2
Information Technology	6	5	72	5
Real Estate	8	8	106	9
Clean Technology	5	5	70	4
Cons Discretion	6	6	79	6
Cons Staples	11	11	138	12
Industrials	10	10	129	11
REIT	8	7	100	7
Telecomm	9	10	118	10

D'après les résultats de l'analyse, nous constatons que l'indice Health Care représente l'indice le moins risqué durant la période pré-covid-19 (2018-2019) en affichant 26 points selon la méthode Borda Kandal, suivie par l'indice Canadian Energy avec 63 points et celui des Metals & Mining en enregistrant 69 points. Or, le Real Estate est considéré comme l'indice le plus risqué tout au long la période pré-covid-19 avec 241 points, suivi par les indices Financials, Telecom et REIT qui ont enregistré respectivement 240, 228 et 225 points selon ladite méthode. En revanche, la pandémie covid-19 a impacté le classement des indices en terme du risque. En fait, le Canadian Energy est considéré comme étant l'indice le moins risqué durant la période post-Covid-19 2020-2021 avec 21 points, suivi par les indices Health Care, Metals & Mining et Clean Technologie en enregistrant respectivement des scores de 29, 47 et 70 points. Alors que, l'indice Cons Staples est considéré comme l'indice le plus risqué, durant la période post-Covid-19, avec 138 points. La position des différents indices en terme de risque, durant les périodes pré-covid-19 (2018-2019) et post-Covid-19 (2020-2021), est illustrée dans les graphiques ci-dessous.

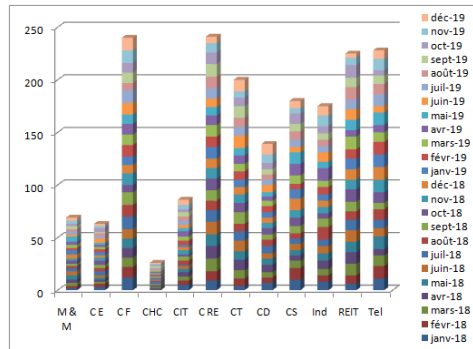


Figure 6.3 – Illustration graphique des rangs des différents indices selon l'écart type au cours de la période Pré-COVID 19 (2018-2019))

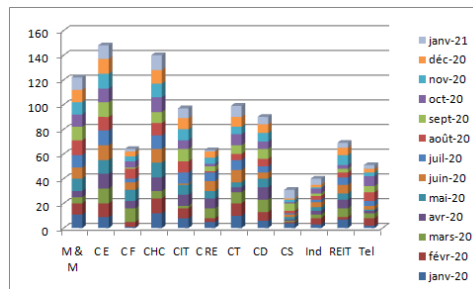


Figure 6.4 – Illustration graphique des rangs des différents indices selon l'écart type au cours de la période Post-COVID 19 (2020-2021)

(c) Le Ratio de Sharpe: Les résultats de l'évaluation selon le ratio Sharpe montrent que l'indice Financials est en première position avec 79 points durant la période pré-Covid-19 (2018-2019), suivi par l'indice Real Estate avec un score de 89 points. Or, la crise sanitaire a impacté le classement des indices, en considérant que l'indice Telecomm est le plus performant avec 50 points, suivie par les indices Cons Staples (54 points), REIT (57 points) et Real Estate (63 points) d'après la figure 6.6.

Periode Pré-COVID 19 (2018-2019)				
Indices	Rang moyen	Rang médian	BK Score	Classement
Metals & Mining	9	10	216	10
Canadian Energy	9	9	210	9
Financials	3	2	79	1
Health Care	10	10	232	11
Information Technology	10	11	246	12
Real Estate	4	3	89	2
Clean Technology	5	4	113	4
Cons Discretion	7	8	157	7
Cons Staples	6	7	150	6
Industrials	7	7	164	8
REIT	5	5	117	5
Telecomm	4	4	99	3
Periode Post-COVID-19 (2020-2021)				
Metals & Mining	9	10	117	10
Canadian Energy	7	9	96	9
Financials	5	5	70	5
Health Care	7	7	95	8
Information Technology	9	10	118	11
Real Estate	5	5	63	4
Clean Technology	10	11	129	12
Cons Discretion	7	8	91	7
Cons Staples	4	3	54	2
Industrials	6	6	74	6
REIT	4	4	57	3
Telecomm	4	3	50	1

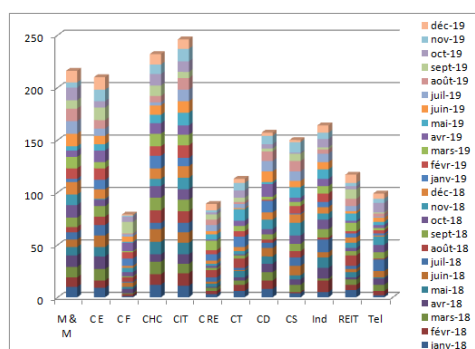


Figure 6.5 – Illustration graphique des rangs des différents indices selon Ratio de Sharpe au cours de la période Pré-COVID 19 (2018-2019))

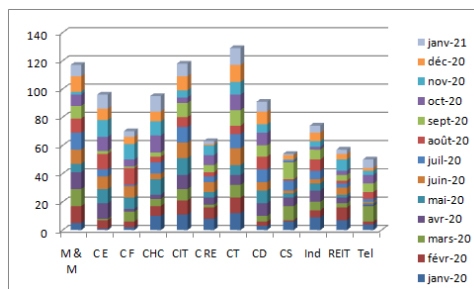


Figure 6.6 – Illustration graphique des rangs des différents indices selon Ratio de Sharpe au cours de la période Post-COVID 19 (2020-2021)

(d) Ratio de Treynor : D'après le ratio Treynor, les indices Metals & Mining et Cons Staples représentent les rentabilités les plus intéressantes tout au long la période pré-Covid-19 (2018-2019) en affichant un score de 101 points, suivie par le REIT avec 121 points. En revanche, après la propagation de la crise, les indices Cons Staples et REIT occupent les premières positions en enregistrant des scores de 51 et 56 durant la période 2020-2021. Les rangs des différents portefeuilles en fonction du Ratio de Treynor durant les périodes pré et post crise sont représentés sur les figures 6.7 et 6.8.

Periode Pré-COVID 19 (2018-2019)				
Indices	Rang moyen	Rang médian	BK Score	Classement
Metals & Mining	4	2	101	1
Canadian Energy	8	8	184	10
Financials	7	8	169	9
Health Care	5	4	122	4
Information Technology	8	9	193	11
Real Estate	6	5	135	5
Clean Technology	6	6	148	6
Cons Discretion	7	7	163	8
Cons Staples	4	3	101	1
Industrials	6	6	148	6
REIT	5	4	121	3
Telecomm	12	12	287	12
Periode Post-COVID-19 (2020-2021)				
Metals & Mining	5	2	63	3
Canadian Energy	7	8	85	8
Financials	6	7	84	7
Health Care	5	4	71	4
Information Technology	7	8	97	10
Real Estate	6	6	75	5
Clean Technology	9	10	119	11
Cons Discretion	7	8	89	9
Cons Staples	4	3	51	1
Industrials	6	6	78	6
REIT	4	4	56	2
Telecomm	11	12	146	12

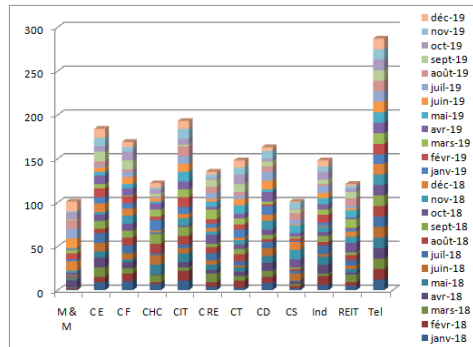


Figure 6.7 – Illustration graphique des rangs des différents indices selon Ratio de Treynor au cours de la période Pré-COVID 19 (2018-2019)

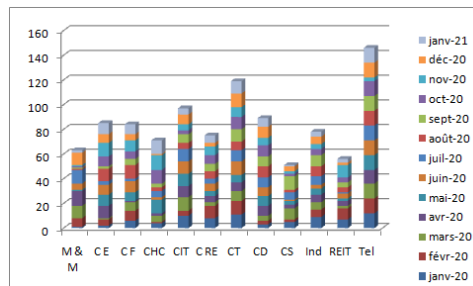


Figure 6.8 – Illustration graphique des rangs des différents indices selon Ratio de Treynor au cours de la période Post-COVID 19 (2020-2021)

(e) Alpha de Jensen: Selon l'alpha de Jensen, l'indice Financials est considéré comme étant l'indice le performant durant la période pré-covid-19 avec 79 points. Alors que l'indice Information Technology occupe le dernier rang durant la période avant crise en enregistrant un score de 246 points. Concernant le classement des indices durant la période post-crise 2020-2021, nous constatons que l'indice Cons Staples représente la rentabilité la plus élevée avec 51 points, suivie par l'indice REIT en enregistrant 56 points. Cependant, l'indice Telecomm représente la rentabilité la plus faible avec 146 points et précédé par l'indice Clean Technology avec 119 points. Les rangs des différents indices selon l'alpha de Jensen sont illustrés dans les figures 6.9 et 6.10.

Periode Pré-COVID 19 (2018-2019)				
Indices	Rang moyen	Rang médian	BK Score	Classement
Metals & Mining	9	10	216	10
Canadian Energy	9	9	210	9
Financials	3	2	79	1
Health Care	10	10	232	11
Information Technology	10	11	246	12
Real Estate	4	3	89	2
Clean Technology	5	4	113	4
Cons Discretion	7	8	157	7
Cons Staples	6	7	150	6
Industrials	7	7	164	8
REIT	5	5	117	5
Telecomm	4	4	99	3
Periode Post-COVID-19 (2020-2021)				
Metals & Mining	5	2	63	3
Canadian Energy	7	8	85	8
Financials	6	7	84	7
Health Care	5	4	71	4
Information Technology	7	8	97	10
Real Estate	6	6	75	5
Clean Technology	9	10	119	11
Cons Discretion	7	8	89	9
Cons Staples	4	3	51	1
Industrials	6	6	78	6
REIT	4	4	56	2
Telecomm	11	12	146	12

Table 6.3 – Classement des performances des portefeuilles selon l'Alpha de Jensen

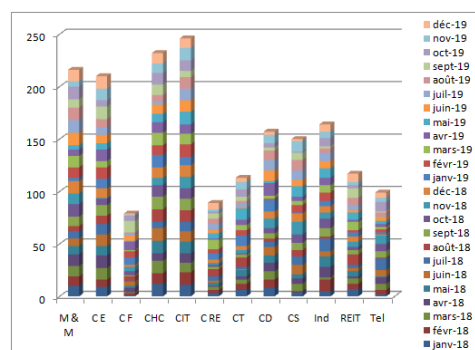


Figure 6.9 – Illustration graphique des rangs des différents indices selon Alpha de Jensen au cours de la période Pré-COVID 19 (2018-2019))

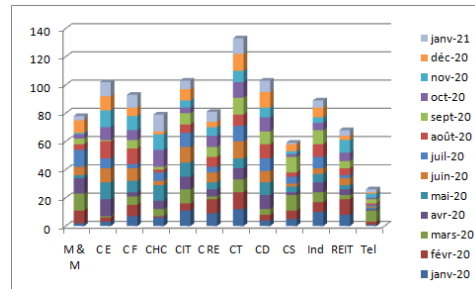


Figure 6.10 – Illustration graphique des rangs des différents indices selon Alpha de Jensen au cours de la période Post-COVID 19 (2020-2021)

6.5 DISCUSSION

Les résultats de notre étude montrent que le classement des indices varie selon les critères utilisés durant toute la période de l'étude. En fait, selon le rendement moyen, l'indice CHC est considéré comme étant le plus performant durant la période 2019-2021 en atteignant un score de 180, suivie par l'indice CE. Alors que l'indice CIT représente le rendement le plus faible durant la période pré/post crise en enregistrant un score qui dépasse 300 points précédé par l'indice CT qui représente un score de 260.

Concernant l'écart-type des indices, nous constatons que l'indice CHC représente le risque le plus faible durant la période allant de 2019 jusqu'au 2021 et nous trouvons dans le deuxième rang l'indice CIT et l'indice M & M dans le troisième rang. Alors que les indices CF, CRE et CT représentent le niveau de risque le plus élevé durant la période de l'étude. Nous pouvons déduire que l'indice CHC est le plus performant en affichant un rendement maximum avec un niveau de risque faible. Cependant, l'évaluation selon le ratio Sharpe a impacté le classement des indices durant la période de l'étude. Les indices CF, CRE et Tel sont considérés comme les plus performants durant 2019-2021 en enregistrant des scores qui ne dépassent pas 150 points. Or, les indices CIT, CHC et M& M représentent les indices les moins performants de l'étude durant la période entourant la crise sanitaire.

En revanche, d'après le ratio Treynor, l'indice Tel est considéré comme étant l'indice le moins performant en dépassant les 400 points suivie par le CIT qui excède les 250 points. L'indice CS occupe le premier rang en terme de rendement suivie par les indices M& M et REIT durant la période allant de 2019 à 2021.

D'après l'évaluation selon l'Alpha de Jensen, nous constatons que l'indice Tél est le plus rentable durant la toute la période de l'étude, suivie par les indices CF, CRE et REIT qui affichent des scores proches des 150 points. Or, l'indice CIT est celui le moins performant selon l'Alpha de Jensen en dépassant les 300 points. Les indices CHC, CE et M& M sont considérés parmi les indices les moins rentables d'après l'Alpha de Jensen.

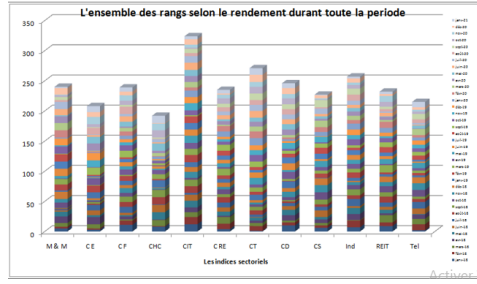


Figure 6.11 – Illustration graphique des rangs des différents indices selon le rendement mensuel durant toute la période

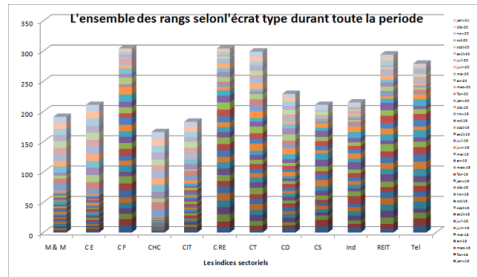


Figure 6.12 – Illustration graphique des rangs des différents indices selon l'écart type durant toute la période

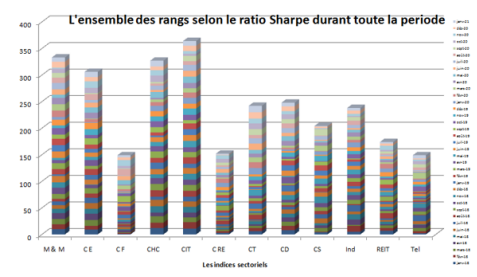


Figure 6.13 – Illustration graphique des rangs des différents indices selon le Ratio de Sharpe durant toute la période

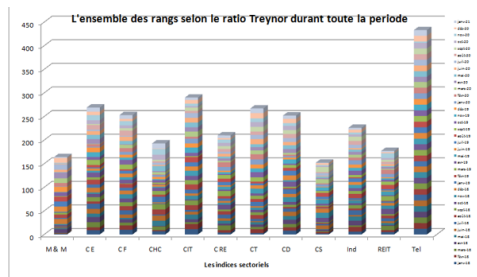


Figure 6.14 – Illustration graphique des rangs des différents indices selon le Ratio de Treynor durant toute la période

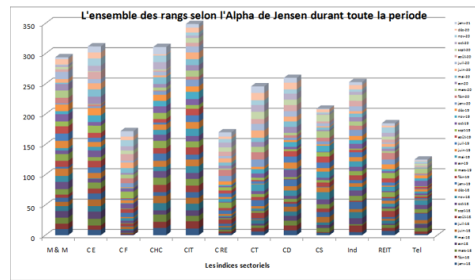


Figure 6.15 – Illustration graphique des rangs des différents indices selon Alpha de Jensen durant toute la période

CONCLUSION DU CHAPITRE

Notre objectif à travers cette étude est d’apprécier l’apport de l’approche théorique concernant les mesures de performances sur l’évaluation des différents indices sectoriels au Canada pendant les deux période pré-Covid 19 et la période post-Covid 19. Les résultats de notre travail empirique montre bien que le marché boursier Canadien reflète les caractéristiques d’un marché financier qui a été impacté par l’avènement de la crise sanitaire COVID 19. Les principaux résultats obtenus sont les suivants:

- La distribution des rentabilités quotidiennes des indices sectoriels se dévie de celle de la loi normale.
- Le marché s’ajuste aux préférences des investisseurs et donc a leur degré d’aversion au risque, d’où la nécessité de prendre en considération cet aspect dans le choix d’un indice boursier.
- certains indices performants dans la période pré-COVID 19 devient moins performant dans la période Post-COVID 19. Ce qui montre que certains secteurs sont touchés par COVID 19 plus que d’autres.
- Les résultats de notre étude montrent également que le classement des indices varie selon les critères utilisés durant toute la période de l’étude.

Au vus de ces résultats , nous recommandons vivement aux gestionnaires de portefeuilles et aux détenteurs de portefeuilles indiciels plus particulièrement de revoir leurs positions après COVID 19 pour s’assurer de faire le bon choix en terme de rendement et du risque.

ÉTUDE COMPARATIVE DES RISQUES DES INDICES SECTORIELS

7

SOMMAIRE

INTRODUCTION	119
7.1 MÉTHODOLOGIE: COMPARAISON DES INDICES	121
7.1.1 Valeur en Risque (VaR)	124
7.1.2 Valeur en Risque Conditionnelle (CVaR)	129
CONCLUSION	132

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons aux concepts de la Valeur en Risque (VaR) et la Valeur en Risque Conditionnelle (CVaR) qui ont gagné leurs place comme des mesures de risque majeures dans la gestion des risques, ainsi que les développements des méthodes d'estimation et de validation des ces deux mesures.

Mots clés : méthodes non paramétriques, méthodes paramétriques, méthodes semi-paramétriques, Valeur en Risque (VaR), Valeur en Risque Conditionnelle (CVaR).

INTRODUCTION

L'attention accordée à la gestion efficace des risques dans le secteur financier n'a jamais été plus grande, surtout après la récente crise financière. Les recherches effectuées dans le domaine ont permis d'utiliser des indicateurs plus aboutis comme la Valeur en Risque (VaR) ou la Valeur en Risque Conditionnelle (CVaR). Au cours des dernières années, le concept Valeur en Risque (VaR) est devenu dans le monde entier l'outil majeur dans la gestion des risques de marché. En effet, la réglementation internationale impose désormais aux établissements bancaires (dans la plupart des pays) de mesurer les risques de marché par la VaR et d'avoir un niveau de fonds propres satisfaisant.

La VaR a initialement été mis en place par les grandes banques d'investissement américaines (JP Morgan, Chase Manhattan ...) et son utilisation s'est particulièrement développée depuis les années 2000.

La VaR mesure les risques de marché en fournissant une seule estimation de la pire perte financière à un portefeuille sur un horizon de temps fixe pour un niveau de confiance donné (ou probabilité) (voir Jorion (1997), Duffie et Pan (1997) et Rachev et Mittnik (2000) pour une introduction générale et l'exposition de la VaR).

Une grande quantité d'effort de recherche a été consacrée à produire de meilleures estimations de la VaR. Mais une bonne gestion des risques exige non seulement une estimation de la VaR, mais aussi une certaine esure de son exactitude. Pour les gestionnaires de risque, il est donc également important de connaître le degré de précision de leurs estimations de VaR.

Récemment, il a été argumenté que la Valeur en Risque n'est pas une mesure cohérente du risque, en particulier, elle viole l'axiome de sous-additivité de Artzner et al. (1999). En revanche, CVaR est une mesure de risque du remplacement qui fait satisfaire tous les axiomes. CVaR est définie comme le rendement attendu sur le portefeuille dans le pire des $100\alpha\%$ des cas. La CVaR intègre plus d'informations que la VaR parce que la CVaR donne la perte moyenne dans la queue en dessous de $100\alpha\%$. L'estimation de CVaR a été prise en compte dans Scaillet (2004) et Chen (2008). Le Comité de Bâle récente sur le contrôle bancaire III a suggéré d'utiliser la CVaR à la place de la Valeur en Risque, de sorte que cette mesure est susceptible de gagner en importance à l'avenir. Une bonne estimation de la VaR et de la CVaR passe par l'estimation de la volatilité.

Dans la finance, la volatilité est un concept important qui mesure les variations des prix du marché. Il est donc un facteur important pour les investisseurs à prendre en compte lors du calcul des risques auxquels ils sont confrontés. Il est bien connu que la volatilité varie au fil du temps, et qu'il tend cluster dans les périodes de faible volatilité et des périodes de forte volatilité. Il est également démontré que la volatilité des séries financières est autocorrélée, qui est, la volatilité actuelle dépend du passé.

Etant donné que la volatilité n'est pas directement observable, il est donc essentiel d'être en mesure d'estimer et de prévoir la volatilité avec un bon modèle. Une littérature abondante a été écrite sur la modélisation de la volatilité univariée. Ce chapitre présente le modèle GARCH (autorégressif généralisé conditionnellement hétéroscédastique) introduit par

Bollerslev (1986) comme un outil pratique pour la prévision de la volatilité d'une série temporelle financière qui varie au fil du temps. Nous nous concentrons sur les modèles GARCH univariés. Les modèles multivariés GARCH ne sont pas considérés dans le contexte de cette thèse pour la modélisation des dépendances des variables dans le temps. Ensuite, nous allons utiliser le modèle GARCH asymétrique est développé par Engle (1990) pour capturer la réponse asymétrique de la volatilité dans le processus GARCH.

La qualité des calculs de VaR et CVaR peut être contrôlé par le backtesting qui consiste à comparer les prévisions de la VaR et la CVaR avec les profits et pertes réalisés correspondant. À partir d'un nombre de cas où les pertes dépassent les prévisions de la VaR, on peut évaluer, si les estimations de la VaR et la CVaR représentent le quantile choisi.

Ce chapitre est organisé comme suit : Dans la section 4.1, nous mettons l'accent sur les axiomes des mesures de risque. La section 4.2 est consacrée à la présentation des mesures de risque: Valeur en Risque (VaR) et Valeur en Risque Conditionnelle (CVaR). La section 4.3 présente des méthodes d'estimation de ces deux mesures. Le Backtesting sera l'objet de la section 4.4 où seront exposés les tests utilisés pour la validation.

7.1 MÉTHODOLOGIE: COMPARAISON DES INDICES

Afin de rendre la comparaison des indices plus claires, nous avons utilisé les deux mesures de risque: **Valeur en Risque (VaR)** et **Valeur en Risque Conditionnelle (CVaR)**.

(a) Méthodes d'estimation: La prédiction de la VaR et de la CVaR se fera par l'utilisation du:

Modèle GARCH(1,1) parce que la variance est pas homoscedastique comme le prouve les résultats du test ARCH sur nos indices (tableau 7.1). Cela a été fait afin de prendre en compte les caractéristiques spécifiques apparentes à nos données. En plus, nous associant l'approximation de Cornish-Fisher et la fonction Johnson au dite modèle GARCH (1, 1) pour la Calcul de la VaR et la CVaR pour contourner l'hypothèse de la distribution normale des rendements des indices.

Le modèle GARCH asymétrique est développé par Engle (1990) pour capturer la réponse asymétrique de la volatilité dans le processus GARCH. Glosten et al. (1993) ont proposé le modèle GRJ-GARCH(1,1), dans lequel le poids de la réponse asymétrique est différencié pour les chocs négatifs et positifs.

Tests	ADF	KPSS	ERS	ARCH Test
M & M	-26.975	0,042	-12,59	57,66
C E	-20.64	0,05	-17,79	67,36
C F	-18.42	0,087	-16,51	50,16
CHC	-21,57	0,065	-19,04	70,6
CIT	-28,57	0,04	-22,06	60,76
C RE	-31,57	0,077	-10,23	51,18
CT	-29,57	0,067	-13,5	56,444
CD	-23,57	0,074	-14,9	55,53
CS	-26,57	0,085	-19,72	54,62
Ind	-32,57	0,039	-18,11	53,72
REIT	-26,57	0,049	-14,42	52,81
Tel	-28,57	0,04	-11,09	51,9
Valeur critique (5%)	-2,865	0,463	-1,941	1,71

Table 7.1 – Les tests de racine unitaire des rendements

Suite aux résultats du tableau 7.1, nous acceptons l'hypothèse alternative que la série des rendements des indices sont stationnaires et les résultats du test ARCH nous conduit à rejeter l'hypothèse nulle. Par conséquent, on suppose que la variance résiduelle n'est pas homoscedastique. Dans ce cas, la prédiction de la Valeur en Risque (VaR) et Valeur en Risque Conditionnelle (CVaR) des portefeuilles par le modèle GARCH(1,1) est totalement justifié puisque ce modèle permet de capter les changements de volatilité dans le temps.

(b) Estimation des paramètres GARCH(1,1): Les résultats des tests de qualité d'ajustement pour les différents modèles ARMA/GARCH montrent clairement qu'une combinaison de AR(1)-GARCH(1,1) avec des résidus gaussiens et Student sont les modèles appropriés, d'un point de vue statistique, pour nos indices en période de turbulence du marché. Le tableau 7.2 et le tableau 7.3 présentent les paramètres du modèle GARCH(1,1) estimés par la méthode de vraisemblance pour les différents avec la distribution normale et la distribution de Student. Pour le modèle GRJ-GARCH(1,1), le tableau 7.4 présente les résultats pour les différents indices.

Table 7.2 – Estimation des paramètres du modèle GARCH(1,1) avec la distribution normale

	α_0	α_1	β_1
M & M	0,12707883	0,03615302	0,913252
C E	0,03164292	0,14077052	0,77821682
C F	1,24257583	0,24602993	0,59561826
CHC	0,10633372	0,09110758	0,84776773
CIT	0,06271128	0,06276708	0,74409005
C RE	0,08329428	0,12254228	0,68499984
CT	0,04761771	0,0657766	0,87766149
CD	0,87164093	0,08422216	0,49670696
CS	0,04379437	0,06232719	0,87338483
Ind	0,04379437	0,06232719	0,87338483
REIT	0,35939999	0,19329771	0,22276126
Tel	0,17529362	0,01618791	0,58457628
Probabilité	0.00	0.00	0.00

Table 7.3 – Estimation des paramètres du modèle GARCH(1,1) avec la distribution Student

	α_0	α_1	β_1
M & M	0,05337414	0,03804079	0,93725296
C E	0,21814968	0,03267526	0,8784762
C F	0,02984187	0,1469161	0,78651588
CHC	1,30369463	0,28591945	0,56189032
CIT	0,12997148	0,10776825	0,81897763
C RE	0,0774696	0,09250116	0,66791816
CT	0,08004346	0,11935471	0,69447408
CD	0,05020227	0,0772446	0,86589867
CS	0,02954092	0,01826674	0,92556912
Ind	0,03898742	0,07943325	0,86358335
REIT	0,31911808	0,22275951	0,14018006
Tel	0,20796529	0,01841109	0,56645468
Probabilité	0.00	0.00	0.00

Table 7.4 – Estimation des paramètres du modèle GRJ-GARCH(1,1)

	α_0	α_1	γ	β_1
M & M	0.071364	0.022581	0.023724	0.931594
CE	4.469509	0.014171	0.040708	-0.862707
CF	0.029128	-0.020385	0.223154	0.820060
CHC	1.319919	0.113624	0.241165	0.590344
CIT	0.171287	-0.051032	0.261154	0.829257
CRE	0.004284	-0.054685	0.071838	1.006140
CT	0.053111	-0.028106	0.226302	0.790755
CD	0.038518	-0.011635	0.125199	0.887434
CS	0.005038	-0.123756	0.135916	-0.531070
Ind	0.033585	-0.087669	0.192874	0.938942
REIT	0.362151	0.234172	-0.048134	-0.238791
Tel	0.255805	0.057662	-0.080962	0.582063

7.1.1 Valeur en Risque (VaR)

(a) Résultats: Les résultats des tests Kupiec (1995) et Christoffersen (1998) pour les indices sont présentés dans les tableaux 7.5, 7.6, 7.7, 7.8, 7.9, 7.10 et 7.11.

Table 7.5 – Résultats de Couverture inconditionnelle et conditionnelle du modèle VaR-GARCH(1,1) avec la distribution normale pour les indices

	M & M	C E	C F	CHC	CIT	C RE	CT	CD	CS	Ind	REIT	Tel
1%												
N	8	7	1	3	19	9	6	6	4	5	10	16
T	3%	3%	0%	1%	8%	4%	2%	2%	2%	2%	4%	6%
uc	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ind	9,2	7,4	na ¹	na	46,9	11,3	6,0	6,0	na	na	13,7	34,1
cc	16,9	12,9	na	na	92,2	21,6	9,6	9,6	na	na	26,7	67,4
5%												
N	15	14	3	12	31	19	12	13	13	12	22	30
T	6%	6%	1%	5%	12%	8%	5%	5%	5%	5%	9%	12%
uc	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
ind	4,2	13,4	na	2,5	25,8	7,0	2,5	2,0	2,0	2,5	8,1	19,1
cc	4,7	13,6	na	2,5	46,7	10,1	2,5	2,0	2,0	2,5	13,8	38,1
10%												
N	24	22	7	18	42	30	19	20	19	21	36	47
T	10%	9%	3%	7%	17%	12%	8%	8%	8%	8%	14%	19%
uc	0,0	0,4	19,4	2,3	11,1	1,1	1,7	1,1	1,7	0,7	4,5	17,8
ind	1,3	11,1	na	2,7	12,7	4,5	5,5	2,3	5,5	3,3	5,4	19,3
cc	1,4	11,5	na	5,0	23,7	5,6	7,2	3,5	7,2	4,0	9,9	37,1

¹Non applicable (abrégé NA), signifie qu'il n'y a pas de réponse

Table 7.6 – Résultats de Couverture inconditionnelle et conditionnelle du modèle VaR-GARCH(1,1) avec la distribution normale l'approximation de Cornish-Fisher pour les indices

	M & M	C E	C F	CHC	CIT	C RE	CT	CD	CS	Ind	REIT	Tel
1%												
N	3	3	1	0	9	6	4	2	4	2	5	11
T	1%	1%	0%	0%	4%	2%	2%	1%	1%	1%	2%	4%
uc	0,1	0,1	1,2	na	10,3	3,6	0,8	0,1	0,1	0,1	2,0	16,0
ind	na	5,5	na	na	11,3	6,0	na	na	na	na	na	16,4
cc	na	5,6	na	na	21,6	9,6	na	na	na	na	na	32,4
5%												
N	18	16	4	14	37	24	13	17	16	16	30	37
T	7%	6%	2%	6%	15%	10%	5%	7%	6%	6%	12%	15%
uc	0,0	1,0	8,1	0,2	0,0	9,0	0,0	0,0	1,0	1,0	18,1	0,0
ind	6,8	11,2	na	1,7	35,6	17,4	2,0	4,1	4,0	4,0	20,1	34,7
cc	9,1	12,2	na	1,9	69,7	26,4	2,0	5,6	5,0	5,0	38,1	68,9
10%												
N	35	31	12	29	52	39	27	33	34	28	50	61
T	14%	12%	5%	12%	21%	16%	11%	13%	14%	11%	20%	24%
uc	0,0	1,6	9,0	0,7	0,0	7,7	0,2	0,0	3,4	0,3	21,6	0,0
ind	4,1	8,7	11,5	4,8	26,5	10,8	5,8	4,6	8,0	1,7	22,3	44,3
cc	8,2	10,3	20,5	5,5	52,3	18,5	6,0	7,2	11,4	2,0	44,0	87,6

Table 7.7 – Résultats de Couverture inconditionnelle et conditionnelle du modèle VaR-GARCH(1,1) avec la distribution normale avec la fonction Johnson pour les indices

	M & M	C E	C F	CHC	CIT	C RE	CT	CD	CS	Ind	REIT	Tel
1%												
N	12	9	1	6	24	11	8	8	6	8	16	19
T	5%	4%	0%	2%	10%	4%	3%	3%	2%	3%	6%	8%
uc	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ind	21,6	11,3	na	11,7	73,1	19,1	9,2	9,2	6,0	9,2	34,1	45,6
cc	40,7	21,6	na	15,3	140,8	35,0	16,9	16,9	9,6	16,9	67,4	90,9
5%												
N	22	20	7	18	39	27	17	19	19	21	35	47
T	9%	8%	3%	7%	16%	11%	7%	8%	8%	8%	14%	19%
uc	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
ind	8,5	13,5	na	2,7	39,8	19,2	4,1	4,7	7,0	7,8	29,6	62,6
cc	14,8	17,6	na	5,0	78,9	32,8	5,6	7,8	10,1	13,0	58,0	123,7
10%												
N	34	30	12	28	51	37	24	32	32	27	49	60
T	14%	12%	5%	11%	20%	15%	10%	13%	13%	11%	19%	24%
uc	3,4	1,1	9,0	0,4	24,1	5,8	0,0	2,1	2,1	0,1	20,0	41,1
ind	3,4	9,3	11,5	3,2	25,0	8,5	8,5	3,1	4,4	1,9	20,4	41,9
cc	6,7	10,4	20,5	3,6	49,1	14,3	8,5	5,2	6,5	2,0	40,5	83,0

Table 7.8 – Résultats de Couverture inconditionnelle et conditionnelle du modèle VaR-GARCH(1,1) avec la distribution Student

	M & M	C E	C F	CHC	CIT	C RE	CT	CD	CS	Ind	REIT	Tel
1%												
N	7	8	5	1	4	11	9	7	6	4	12	15
T	3%	3%	2%	0%	2%	4%	4%	3%	2%	2%	5%	6%
uc	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ind	7,4	9,2	11,9	na	na	19,1	11,3	7,4	6,0	na	19,4	30,7
cc	12,9	16,9	13,8	na	na	35,0	21,6	12,9	9,6	na	38,5	60,2
5%												
N	13	18	14	8	14	25	16	13	14	13	26,5	26
T	5%	7%	6%	3%	6%	10%	6%	5%	6%	5%	11%	10%
uc	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
ind	5,3	10,2	8,5	3,3	0,3	17,8	4,0	2,0	1,7	2,0	13,4	12,2
cc	5,3	12,5	8,7	5,2	0,5	28,3	5,0	2,0	1,9	2,0	26,1	24,2
10%												
N	17	30	23	19	24	34	24	21	25	21	39	44
T	7%	12%	9%	8%	10%	14%	10%	8%	10%	8%	15%	18%
uc	3,1	1,1	0,3	1,7	0,0	3,4	0,0	0,7	0,0	0,7	7,2	13,6
ind	5,6	6,7	2,2	1,9	5,5	6,2	0,3	5,8	2,5	3,3	9,2	14,2
cc	8,7	7,8	2,4	3,6	5,5	9,6	0,3	6,5	2,5	4,0	16,4	27,8

Table 7.9 – Résultats de Couverture inconditionnelle et conditionnelle du modèle VaR-GARCH(1,1) avec la distribution Student avec l'approximation de Cornish-Fisher pour les indices

	M & M	C E	C F	CHC	CIT	C RE	CT	CD	CS	Ind	REIT	Tel
1%												
N	3	4	4	0	1	6	4	3	4	1	6	9
T	1%	2%	2%	0%	0%	2%	2%	1%	2%	0%	2%	4%
uc	0,1	0,8	0,8	na	1,2	3,6	0,8	0,1	0,8	1,2	3,6	10,3
ind	na	4,9	4,9	na	na	6,0	na	na	na	na	na	na
cc	na	5,7	5,7	na	na	9,6	na	na	na	na	na	na
5%												
N	15	21	19	11	18	31	18	18	20	15	32,5	34
T	6%	8%	8%	4%	7%	12%	7%	7%	8%	6%	13%	14%
uc	0,0	5,2	3,1	0,2	0,0	21,0	2,3	0,0	4,1	0,5	24,0	0,0
ind	4,2	13,5	7,0	3,3	2,7	23,8	4,3	4,3	10,1	1,7	24,9	27,4
cc	4,7	18,6	10,1	3,5	5,0	44,8	6,6	6,6	14,2	2,2	48,9	54,6
10%												
N	29	42	35	25	31	46	38	32	37	27	54	60
T	12%	17%	14%	10%	12%	18%	15%	13%	15%	11%	21%	24%
uc	0,0	11,1	3,7	0,0	0,0	16,3	6,7	0,0	5,8	0,1	28,5	0,0
ind	1,6	15,5	5,0	1,0	6,4	18,3	10,4	11,2	8,5	1,9	28,8	41,9
cc	2,3	26,5	8,7	1,0	7,9	34,7	17,2	13,0	14,3	2,0	57,2	83,0

Table 7.10 – Résultats de Couverture inconditionnelle et conditionnelle du modèle VaR-GARCH(1,1) avec la distribution Student avec la fonction Johnson pour les indices

	M & M	C E	C F	CHC	CIT	C RE	CT	CD	CS	Ind	REIT	Tel
1%												
N	10	10	10	3	7	16	11	9	9	7	17	18
T	4%	4%	4%	1%	3%	6%	4%	4%	4%	3%	7%	7%
uc	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ind	13,7	13,7	21,5	na	7,4	34,1	16,4	14,9	14,9	7,4	37,2	41,6
cc	26,7	26,7	34,5	na	12,9	67,4	32,4	25,2	25,2	12,9	74,4	82,8
5%												
N	16	28	21	18	23	33	23	20	23	21	36,5	38
T	6%	11%	8%	7%	9%	13%	9%	8%	9%	8%	15%	15%
uc	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
ind	4,0	22,7	7,8	2,7	13,9	28,5	8,0	5,3	11,3	7,8	34,6	37,4
cc	5,0	38,0	13,0	5,0	21,5	53,6	15,6	9,4	18,9	13,0	67,5	74,0
10%												
N	27	39	34	24	30	44	37	30	36	27	53	57
T	11%	16%	13%	10%	12%	18%	15%	12%	14%	11%	21%	23%
uc	0,2	7,7	3,0	0,0	1,1	13,6	5,8	0,9	4,9	0,1	26,7	35,0
ind	1,8	14,6	4,7	1,3	6,7	14,5	10,2	9,6	8,2	1,9	26,8	35,2
cc	2,0	22,3	7,7	1,4	7,8	28,0	16,0	10,5	13,1	2,0	53,5	70,2

Table 7.11 – Résultats de Couverture inconditionnelle et conditionnelle du modèle VaR-GJRGARCH(1,1) pour les indices

	M & M	C E	C F	CHC	CIT	C RE	CT	CD	CS	Ind	REIT	Tel
1%												
N	5	3	5	0	0	0	2	3	7	1	3	0
T	2%	1%	2%	0%	0%	0%	1%	1%	3%	0%	1%	0%
uc	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ind	5,1	na	11,9	na	na	na	na	na	7,4	na	na	na
cc	7,1	na	13,8	na	na	na	na	na	12,9	na	na	na
5%												
N	12	12	10	3	4	0	8	10	14	4	10	0
T	5%	5%	4%	1%	2%	0%	3%	4%	6%	2%	4%	0%
uc	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
ind	6,2	6,2	9,0	na	na	na	3,3	4,3	4,6	na	4,3	na
cc	6,2	6,2	9,5	na	na	na	5,2	4,9	4,8	na	4,9	na
10%												
N	16	11	15	14	11	3	15	14	22	5	15	3
T	6%	4%	6%	6%	4%	1%	6%	6%	9%	2%	6%	1%
uc	4,0	10,7	5,0	6,2	10,7	33,2	5,0	6,2	0,4	25,5	5,0	33,2
ind	7,0	11,1	12,3	7,7	11,1	na	8,7	10,6	4,8	na	8,7	na
cc	11,0	21,8	17,3	13,9	21,8	na	13,7	16,8	5,1	na	13,7	na

(b) Analyse empirique des résultats: L'évaluation des différentes méthodes de prévision sera fondée sur divers tests statistiques tel que les tests de couverture non conditionnelle, les tests d'indépendance et les tests de couverture conditionnelle.

- Les résultats du test de couverture non conditionnelle proposé par Kupiec (1995) montrent que :
 - Pour la VaR-GARCH(1,1) avec la distribution normale: On constate que les modèles GARCH(1,1) de notre étude ne sont pas appropriés pour la prévision de la VaR pour une valeur critique de 1%. Alors que pour une valeur critique de 5%, seulement le modèle GARCH(1,1) combiné avec la fonction Johnson sont valides. Quant à la valeur critique de 10% le modèle GARCH(1,1) combiné avec l'approximation Cornish-Fisher et la fonction Johnson sont valides pour l'estimation de la VaR.
 - Pour la VaR-GARCH(1,1) avec la distribution de Student: les résultats montrent que toutes les estimations sont valides à l'exception du modèle GARCH(1,1) combiné avec la fonction de Johnson pour une valeur critique de 1%. Tandis que, le modèle GARCH(1,1) combiné avec l'approximation Cornish-Fisher et le quantile de loi de Student pour une valeur critique de 1%, 5% et 10% semblent être plus précises que dans le cadre de la loi normale.
 - Pour le modèle GRJ-GARCH(1,1): les résultats montrent que ce modèle pour une valeur critique de 1%, 5% et 10% plus précise que dans le cadre de notre étude puisque les indices représentent des coefficients d'asymétrie.
- Les résultats du test de l'hypothèse de l'indépendance des violations de la VaR montrent que:
 - Pour la VaR-GARCH(1,1) avec la distribution normale: On constate que les modèles GARCH(1,1) de notre étude sont alors appropriés pour la prévision de la VaR pour une valeur critique de 10% et 5%. Alors que pour une valeur critique de 1%, les modèles GARCH(1,1) combiné avec le quantile de loi normale n'est pas valide.
 - Pour la VaR-GARCH(1,1) avec la distribution de Student: les résultats montrent que toutes les estimations sont valides à l'exception du modèle GARCH(1,1) combiné avec le quantile de loi de Student pour une valeur critique de 5% et le modèle GARCH(1,1) combiné avec l'approximation Cornish-Fisher pour la valeur critique de 10%.
 - Pour le modèle GRJ-GARCH(1,1): les résultats montrent que ce modèle est plus approprié pour la prévision de la VaR pour une valeur critique de 10% et 5%.

De manière générale, on constate que les deux modèles GARCH(1,1) combiné avec la distribution de Student et le modèle GRJ-GARCH(1,1) sont alors appropriés pour la prévision de la VaR pour une valeur critique de 10% et 5%. est le plus pertinent comparativement aux autres modèles. Alors que pour la comparaison des indices ne sont pas concluante puisque les résultats sont très proches.

7.1.2 Valeur en Risque Conditionnelle (CVaR)

(a) Résultats: Les résultats obtenus sont similaires au niveau de la Valeur en Risque et ne sont pas concluants pour que nous puissions qualifier l'une des deux stratégies comme meilleure par rapport à l'autre. Par conséquent, nous utilisons la Valeur en Risque Conditionnelle (CVaR) pour comparer les indices. Les résultats sont présentés dans les tableaux 7.11, 7.12, 7.13, 7.14, 7.15, 7.16, 7.17 et 7.18.

Table 7.12 – Résultats de la Valeur en Risque conditionnelle (CVaR) du modèle VaR-GARCH(1,1) avec distribution normale.

Les CVaRs du modèle VaR-GARCH(1,1) avec la distribution normale.											
M & M	C E	C F	CHC	CIT	C RE	CT	CD	CS	Ind	REIT	Tel
Pour un niveau de: 1%											
-6,1	-8,9	-6,5	-8,3	-3,4	-3,7	-5,3	-4,1	-3,7	-3,9	-3,1	-1,9 ^{**2}
Pour un niveau de: 5%											
-4,3	-4,3	-4,6	-5,9	-2,4	-2,6	-3,7	-2,9	-2,6	-2,7	-2,2	-1,4 ^{**}
Pour un niveau de: 10%											
-3,3	-4,9	-3,6	-4,6	-1,8	-2,0	-2,9	-2,3	-2,0	-2,1	-1,7	-1,1 ^{**}

Table 7.13 – Résultats de la Valeur en Risque conditionnelle (CVaR) du modèle VaR-GARCH(1,1) avec distribution normale et l'approximation de Cornish-Fisher.

Les CVaRs du modèle VaR-GARCH(1,1) avec CF.											
M & M	C E	C F	CHC	CIT	C RE	CT	CD	CS	Ind	REIT	Tel
1%											
-7,7	-11,3	-8,4	-10,9	-4,3	-4,6	-6,7	-5,2	-4,6	-4,9	-3,9	-2,4 ^{**}
5%											
-3,8	-5,7	-4,2	-5,4	-2,1	-2,3	-3,3	-2,6	-2,3	-2,4	-2,0	-1,2 ^{**}
10%											
-2,5	-3,8	-2,8	-3,6	-1,3	-1,5	-2,2	-1,7	-1,5	-1,6	-1,3	-0,8 ^{**}

Table 7.14 – Résultats de la Valeur en Risque conditionnelle (CVaR) du modèle VaR-GARCH(1,1) avec distribution normale avec et la fonction Johnson

Les CVaRs du modèle VaR-GARCH(1,1) avec Johnson											
M & M	C E	C F	CHC	CIT	C RE	CT	CD	CS	Ind	REIT	Tel
1%											
-5,3	-7,8	-5,7	-7,2	-2,9	-3,2	-4,6	-3,6	-3,2	-3,4	-2,7	-1,7 ^{**}
5%											
-3,5	-5,1	-3,7	-4,8	-1,9	-2,1	-3,0	-2,4	-2,1	-2,2	-1,8	-1,1 ^{**}
10%											
-2,6	-3,9	-2,8	-3,6	-1,4	-1,6	-2,3	-1,8	-1,6	-1,7	-1,4	-0,8 ^{**}

^{2**} Représenter la CVaR inférieure des différents indices.

Table 7.15 – Résultats de la Valeur en Risque conditionnelle (CVaR) du modèle VaR-GARCH(1,1) avec distribution Student.

Les CVaRs du modèle VaR-GARCH(1,1) avec la distribution distribution Student											
M & M	C E	C F	CHC	CIT	C RE	CT	CD	CS	Ind	REIT	Tel
1%											
-6,9	-6,9	-5,0	-9,0	-5,5	-3,2	-4,3	-5,1	-3,0	-4,1	-3,0	-2,0**
5%											
-4,9	-4,9	-3,5	-6,4	-3,9	-2,2	-3,0	-3,6	-2,1	-2,9	-2,1	-1,4**
10%											
-3,8	-3,9	-2,8	-5,0	-3,0	-1,7	-2,3	-2,8	-1,6	-2,2	-1,7	-1,1**

Table 7.16 – Résultats de la Valeur en Risque conditionnelle (CVaR) du modèle VaR-GARCH(1,1) avec distribution Student et l'approximation de Cornish-Fisher.

Les CVaRs du modèle VaR-GARCH(1,1) avec CF.											
M & M	C E	C F	CHC	CIT	C RE	CT	CD	CS	Ind	REIT	Tel
1%											
-8,8	-8,8	-6,5	-11,8	-7,0	-4,0	-5,4	-6,4	-3,7	-5,1	-3,8	-2,6**
5%											
-4,4	-4,5	-3,2	-5,9	-3,4	-2,0	-2,7	-3,2	-1,9	-2,6	-1,9	-1,3**
10%											
-2,9	-3,0	-2,1	-3,9	-2,2	-1,3	-1,8	-2,1	-1,2	-1,7	-1,3	-0,8**

Table 7.17 – Résultats de la Valeur en Risque conditionnelle (CVaR) du modèle VaR-GARCH(1,1) avec distribution Student et la fonction Johnson.

Les CVaRs du modèle VaR-GARCH(1,1) avec Johnson											
M & M	C E	C F	CHC	CIT	C RE	CT	CD	CS	Ind	REIT	Tel
1%											
-6,1	-6,1	-4,4	-7,8	-4,8	-2,8	-3,7	-4,4	-2,6	-3,5	-2,7	-1,8**
5%											
-3,9	-4,0	-2,9	-5,2	-3,1	-1,8	-2,4	-2,9	-1,7	-2,3	-1,7	-1,2**
10%											
-2,9	-3,1	-2,2	-3,9	-2,3	-1,4	-1,8	-2,2	-1,3	-1,7	-1,3	-0,9**

Table 7.18 – Résultats de la Valeur en Risque conditionnelle (CVaR) du modèle VaR-GJRGARCH(1,1)

M & M	C E	C F	CHC	CIT	C RE	CT	CD	CS	Ind	REIT	Tel
1%											
-7,4	-4,0	-6,4	-10,1	-7,8	-30,3	-6,6	-6,6	-0,3**	-7,4	-0,4	-5,8
5%											
-5,2	-5,2	-4,6	-7,2	-5,5	-21,4	-4,6	-4,7	-0,2**	-5,2	-0,2**	-3,8
10%											
-4,0	-2,3	-3,5	-5,6	-4,2	-16,7	-3,6	-3,6	-0,1**	-4,1	-0,1**	-2,9

(b) Analyse empirique des résultats : Pour les résultats de la CVaR, nous avons constaté que certains indices sont moins risqués en se basant sur leurs CVaR calculés. L'indice Telecomm présente les CVaR les

plus faibles, suivie par l'indice Cons Discretion. Alors que l'indice Canadian Health Care est le plus risqué en vue de la valeurs des CVaR qu'il présente. Tandis que pour le modèle GJRGARCH(1,1) les résultats sont différents puisque c'est l'indice REIT qui représente la CVaR la plus faible pour un niveau de 1% et pour 5% et 10% c'est les indices REIT et Cons Discretion. Une agrégation de toutes les CVaR calculés nous permis d'établir le classement suivant:

Résultats de la Valeur en Risque conditionnelle (CVaR) du modèle VaR-GARCH(1,1) avec distribution normale.

1. Telecomm
2. REIT
3. Canadian Information Technology
4. Cons Staples
5. Canadian Real Estate
6. Industrials
7. Cons Discretion
8. Clean Technology
9. Metals & Mining
10. Canadian Financials
11. Canadian Health Care
12. Canadian Energy

Résultats de la Valeur en Risque conditionnelle (CVaR) du modèle VaR-GARCH(1,1) avec distribution Student.

1. Telecomm
2. Cons Staples
3. REIT
4. Canadian Real Estate
5. Industrials
6. Clean Technology
7. Canadian Financials
8. Cons Discretion
9. Canadian Information Technology
10. Canadian Energy
11. Metals & Mining
12. Canadian Health Care

CONCLUSION DU CHAPITRE

Ce travail a mis l'accent sur des résultats obtenus sur le marché financier Canadien (surtout les indices sectoriels) pendant les périodes d'instabilité du marché causé par la crise sanitaire de COVID 19. Les résultats montrent que certains indices présentent plus de risque que d'autres.

Ensuite, pour comparer les indices, nous avons fait recours à la Valeur en Risque. Dans le but de prendre en compte les caractéristiques des portefeuilles qui s'éloignent du cadre de la distribution normale, nous avons choisi que les prévisions quasi-analytiques de la VaR doivent être fait par un modèle GARCH(1,1) en utilisant l'approximation Cornish Fisher qui modifie la VaR par l'introduction des moments plus élevés de rendements et la distribution Johnson et le modèle GARCH asymétrique est développé par Engle (1990) pour capturer la réponse asymétrique de la volatilité dans le processus GARCH. Or, nous constatons que les résultats du backtesting de la VaR des différents portefeuilles issus des deux stratégies sont très proches ce qui n'est pas convaincant.

De ce qui précède, nous avons jugé utile de passer à la Valeur en Risque Conditionnelle (CVaR) pour comparer les deux stratégies. Puisque la Valeur en Risque Conditionnelle (CVaR) peut mieux saisir le risque de queue et apporter des résultats plus clairs pour la comparaison. Le jugement est concluant lors de l'examen des CVaRs parce que des indices présentent des CVaR inférieures à celles de d'autres.

Compte tenu de ces résultats, nous concluons que les gestionnaires de portefeuilles et détenteurs de portefeuilles indiciels doivent appliquer ces mesures pour appuyer leurs décisions en matière de choix des indices.

CONCLUSION GÉNÉRALE

La pandémie **Covid 19**, provoquée par le Coronavirus SARS COV₂ est la maladie infectieuse émergente, apparue dans la ville chinoise de Wuhan, avant qu'elle ne se propage d'une rapidité incroyable dans la major partie du monde. Ce contexte inédit et tragique de crise sanitaire que nous vivons, a tout d'abord des impacts humains, économiques et sociales.

L'objectif de notre thèse est l'étude la performances et les risques des indices sectriels sur le marché financier Canadien. Notre attention s'est portée particulièrement sur la Valeur en Risque et la Valeur en Risque Conditionnelle comme les mesures de risque de perte qui sont à la fois globales et synthétiques et tiennent compte des pertes extrêmes qui peuvent conduire les investisseurs à des pertes catastrophiques.

En effet, outre les marchés émergents semblent rendre le critère Moyenne-Variance non pertinent vu que ses marchés s'éloignent de l'hypothèse normalité. Nous avons passé également en revue les mesures de risque de perte (Valeur en Risque et Valeur en Risque Conditionnelle) et les mesures de performance dans le but de comparer les indices choisis.

Par la suite, nous avons jugé pertinent de confronter les résultats des indices, pour cela nous avons fait appel à la Valeur en Risque et la Valeur en Risque Conditionnelle. Enfin, nous supposons que le comportement de l'individu affecte sa décision en matière de choix d'indice . Ainsi, nous avons également fait une étude comparative des résultats issus des indices en termes de mesures de performance.

Les résultats de notre travail pourraient avoir des implications managériales en termes d'allocations d'actifs et de choix d'investissements surtout aux intervenants dans le marché financier Canadien. Compte tenu de ces résultats, nous concluons que les gestionnaires de portefeuilles et détenteurs de portefeuilles indiciels doivent appliquer ces mesures pour appuyer leurs décisions en matière de choix des indices. Cependant, notre thèse, comme tout travail de recherche, comporte certaines limites liées principalement aux données.

Dans la continuité directe de notre travail de thèse, de nombreuses perspectives peuvent être étudiées:

- Effectuer une étude comportementale sur le marché financier Canadien afin d'estimer le degré d'aversion au risque de l'investisseur.
- Utiliser la théorie des valeurs extrêmes afin de mieux estimer les VaR et CVaR des portefeuilles.
- Développer ces modèles statiques pour les rendre dynamiques.
- Introduire une nouvelle mesure de risque cohérente qui s'appuie sur l'indice de Gini.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

8

- Agouram, J., & Lakhnati, G. (2015a). Mean-Gini portfolio selection: Forecasting VaR using GARCH models in Moroccan financial market. *Journal of Economics and International Finance*, 7(3), 51.
- Agouram, J., & Lakhnati, G. (2015b). A Comparative Study of Mean-Variance and Mean Gini Portfolio Selection Using VaR and CVaR. *Journal of Financial Risk Management*, 4(02), 72.
- Agouram, J., & Lakhnati, G. (2016). Mean-Gini and Mean-Extended Gini portfolio selection: An empirical analysis. *Risk Governance and Control: Financial Markets & Institutions* 6 (3), 57-64
- Alexander, G. J., & Baptista, A. M. (2002). Economic implications of using a mean-VaR model for portfolio selection: A comparison with mean-variance analysis. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 26(7), 1159-1193.
- Alexander, G. J., & Baptista, A. M. (2003). Portfolio performance evaluation using value at risk. *The Journal of Portfolio Management*, 29(4), 93-102.
- Angelidis, T., & Degiannakis, S. A. (2007). Econometric modeling of value-at-risk. *New Econometric Modeling Research*.
- Arrow, K. J. (1970). *Essays in the theory of risk-bearing* (No. 04; HB615, A7.).
- Arrow, K.J. (1971) : *Essays In The Theory of Risk-Bearing*. North-Holland, Amsterdam.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M., & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical finance*, 9(3), 203-228.
- Ballesterio, E. (2005). Mean-Semivariance Efficient Frontier: A Downside Risk Model for Portfolio Selection. *Applied Mathematical Finance*, 12(1), 1-15.
- Basak, S., & Shapiro, A. (2001). Value-at-risk-based risk management: optimal policies and asset prices. *Review of Financial studies*, 14(2), 371-405.
- Bawa, V. S. (1975). Optimal rules for ordering uncertain prospects. *Journal of Financial Economics*, 2(1), 95-121.
- Bawa, V. S., and E. B. Lindenberg (1977): Capital Market Equilibrium, in a Mean-Lower Partial Moment Framework, *Journal of Financial Economics*, 5, 189-200.
- Bell, D. E. (1982). Regret in decision making under uncertainty. *Operations research*, 30(5), 961-981.
- Berkowitz, J. (2001), Testing Density Forecasts, Applications to Risk Management *Journal of Business and Economic Statistics*, 19, 465-474.

- Berkowitz, J., & O'Brien, J. (2006). Bank Revenues, VAR, and Market Risk. the Risk of Financial Institutions, Renè Stulz and Mark Carey ed., NBER, Cambridge, MA book.
- Bernoulli, D. (1954, Edition Originale, 1738): Exposition of New Theory of the Measurement of Risk, *Econometrica*, 22, 123-136.
- Bey, R. P., & Howe, K. M. (1984). Gini's mean difference and portfolio selection: An empirical evaluation. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 19(03), 329-338.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3), 307-327.
- Bond, S. A., & Satchell, S. E. (2002). Statistical properties of the sample semi-variance. *Applied Mathematical Finance*, 9(4), 219-239.
- Bond, S. A., & Satchell, S. E. (2006). Asymmetry, loss aversion, and forecasting. *The Journal of Business*, 79(4), 1809-1830.
- Broihanne, M. H., Merli, M., & Roger, P. (2006). Theorie comportementale du portefeuille. *Revue économique*, 57(2), 297-314.
- Cardin, M., Eisenberg, B., & Tibiletti, L. (2013). Mean-extended Gini portfolios personalized to the investor's profile. *Journal of Modelling in Management*, 8(1), 54-64.
- Carroll, C., Thistle, P. D., & Wei, K. J. (1992). The robustness of risk-return nonlinearities to the normality assumption. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 27(03), 419-435.
- Chateauneuf, A., Cohen, M., & Meilijson, I. (1997). New Tools to Better Model Behavior Under Risk and UNCertainty: An Oevrview (No. 97-55). Université Panthéon-Sorbonne (Paris 1).
- Chateauneuf, A., Cohen, M., & Meilijson, I. (2004). Four notions of mean-preserving increase in risk, risk attitudes and applications to the rank-dependent expected utility model. *Journal of Mathematical Economics*, 40(5), 547-571.
- Chew, S. H. (1983). A generalization of the quasilinear mean with applications to the measurement of income inequality and decision theory resolving the Allais paradox. *Econometrica*, 51, 1065-92.
- Chew, S. H., & MacCrimmon, K. R. (1979). Alpha-nu choice theory: A generalization of expected utility theory. University of British Columbia.
- Christoffersen, P. F. (1998). Evaluating interval forecasts. *International economic review*, 841-862.
- Cornish, E.A. et R.A. Fisher, 1937. Moments and cumulants in the specification of distributions. *Review of the International Statistical Institute*. 5(4) :307-320
- Christoffersen, P. F., & Diebold, F. X. (2000). How relevant is volatility forecasting for financial risk management?. *Review of Economics and Statistics*, 82(1), 12-22.
- Danielsson J., De Vries C. G. (1997). Value at Risk and Extreme Returns, London School of Economics, Financial Markets Group Discussion Paper, no. 273.
- Dekkers, A. L., Einmahl, J. H., & De Haan, L. (1989). A moment estimator for the index of an extreme-value distribution. *The Annals of Statistics*, 1833-1855.
- Comité de Bâle (1996). Overview of the Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks, Basle Committee on Banking Super-

vision, janvier.

- Deloach, J.W., (2000), *Enterprise-wide Risk Management. Strategies for Linking Risk and Opportunities*, Financial Times/Prentice-Hall, London.
- Denuit, M., & Charpentier, A. (2004). *Mathématiques de l'assurance non-vie. Tome 1: principes fondamentaux de théorie du risque*. Economica, 58.
- Dowd, K. 1999. A value at risk approach to risk-return analysis . *The Journal of Portfolio Management* 25 (4): 60-67.
- Dowd, K. 2000. Adjusting for risk: An improved Sharpe ratio . *International Review of Economics & Finance* 9 (3): 209-222.
- Dowd, K. (2001). Estimating VaR with order statistics. *The Journal of Derivatives*, 8(3), 23-30.
- Dowd, K.(2005), *Measuring market risk*, John Wiley & Sons Ltd.
- Dowd, K. (2006). Backtesting market risk models in a standard normality framework. *The Journal of Risk*, 9(2), 93.
- Duffie, D., and J. Pan (1997): *An Overview of Value at Risk*, *Journal of Derivatives*, 4,7-49.
- Embrechts, P. (2000) *Extreme Value Theory: Potential and Limitations as an Integrated Risk Management Tool*. Working paper, ETH Zürich.
- Embrechts, P., Frey, R., & McNeil, A. (2005). *Quantitative risk management*. Princeton Series in Finance, Princeton, 10.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 987-1007.
- Engle, R. F., & Manganelli, S. (2004). CAViaR: Conditional autoregressive value at risk by regression quantiles. *Journal of Business & Economic Statistics*, 22(4), 367-381.
- Estrada, J. (2004). Mean-semivariance behavior: An alternative behavioral model. *Journal of Emerging Market Finance*, 3, 231-248.
- Estrada, J. (2007). Mean-semivariance behavior: Downside risk and capital asset pricing. *International Review of Economics & Finance*, 16(2), 169-185.
- Fama, E. F. (1976): *Foundations of Finance: Portfolio Decisions and Securities Prices*. New York: Basic Books.
- Favre, L., & Galeano, J. A. (2002). Mean-modified value-at-risk optimization with hedge funds. *The journal of alternative investments*, 5(2), 21-25.
- Fishburn, P. C. (1977). Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns. *The American Economic Review*, 67(2), 116-126.
- Fishburn, P. C. (1982). Nontransitive measurable utility. *Journal of Mathematical Psychology*, 26(1), 31-67.
- Föllmer, H., & Schied, A. (2002). Convex measures of risk and trading constraints. *Finance and stochastics*, 6(4), 429-447.
- Gayant, J. P. (1995). Généralisation de l'espérance d'utilité en univers risqué: représentation et estimation. *Revue économique*, 1047-1061.
- Gencay, R., & Selcuk, F. (2004). Extreme value theory and Value-at- Risk: Relative performance in emerging markets. *International Journal of Forecasting*, 20(2), 287-303.
- Grebeck, M. J. (2006). *Application of Stochastic Programming and Stable Distributions to Asset Liability Management* (Doctoral dissertation, University of California Santa Barbara).

- Hill, B. M. (1975). A simple general approach to inference about the tail of a distribution. *The annals of statistics*, 3(5), 1163-1174.
- Hill, I. D., Hill, R., & Holder, R. L. (1976). Algorithm AS 99: Fitting Johnson curves by moments. *Journal of the royal statistical society. Series C (Applied statistics)*, 25(2), 180-189.
- Hirigoyen, G. 1993. Quelques réflexions sur le lien entre l'éthique et la finance. In *Droit et gestion de l'entreprise: mélanges en l'honneur du doyen Roger Percerou*, pp: 208-217. Editions Vuibert, Paris.
- Israelsen, C. (2005). A refinement to the Sharpe ratio and information ratio. *Journal of Asset Management*, 5(6), 423-427.
- Jensen, M. C. (1968). The performance of mutual funds in the period 1945-1964. *The Journal of finance*, 23(2), 389-416.
- Johnson, N. L. (1949). Bivariate distributions based on simple translation systems. *Biometrika*, 36(3/4), 297-304.
- Jorion, P., 1990, "The Exchange Rate Exposure of U.S. Multinationals," *Journal of Business* (July), 331-345.
- Jorion, P. (1997). *Value at risk* (pp. 1-4). McGraw-Hill, New York.
- Jorion, P. (2000): *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk*. New York: McGraw-Hill.
- Jorion, P. (2002). How informative are value-at-risk disclosures?. *The Accounting Review*, 77(4), 911-931.
- Jorion, P. (2007). *Financial risk manager handbook* (Vol. 406). John Wiley & Sons.
- Bakir, K. (2002). *L'efficience des marchés financiers des pays émergents: l'exemple de la bourse de Casablanca* (Thèse de doctorat, Orléans), soutenue en 2002.
- Kahneman, D., and A. Tversky (1979): *Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk*, *Econometrica*, 47, 263-291.
- Karni, E., & Schmeidler, D. (1991). *Utility theory with uncertainty*. *Handbook of mathematical economics*, 4, 1763-1831.
- Keating, C., & Shadwick, W. F. (2002). *An introduction to omega*. AIMA Newsletter.
- Kerkhof, J., & Melenberg, B. (2002). *Backtesting for risk-based regulatory capital*.
- Knight (1921): *Risk, Uncertainty and Profit*. Boston: Houghton Mifflin.
- Koekebakker, S., & Zakamouline, V. (2007). *Generalized Sharpe ratios and portfolio performance evaluation*. Faculty of Economics and Social Sciences, University of Agder, Norway.
- Konno, H., & Yamazaki, H. (1991). Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market. *Management science*, 37(5), 519-531.
- Kreps, D. (1988). *Notes on the Theory of Choice*. Westview press.
- Kuester, K., Mittnik, S., & Paolella, M. S. (2006). Value-at-risk prediction: A comparison of alternative strategies. *Journal of Financial Econometrics*, 4(1), 53-89.
- Kühn, J. (2006). *Optimal Risk-return Trade-offs of Commercial Banks: And the Suitability of Profitability Measures for Loan Portfolios* (Vol. 578). Springer Science & Business Media.
- Kupiec, P. H. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *The J. of Derivatives*, 3(2).

- Levy, H. (1992). Stochastic dominance and expected utility: survey and analysis. *Management Science*, 38(4), 555-593.
- Lien, D., & Tse, Y. K. (2002). Some recent developments in futures hedging. *Journal of Economic Surveys*, 16(3), 357-396.
- Linsmeier, T. J., & Pearson, N. D. (1996). Risk measurement: An introduction to value at risk.
- Lintner, J. (1965). Security prices, risk, and maximal gains from diversification. *The Journal of Finance*, 20(4), 587-615.
- Lintner, J. (1965): The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets, *Review of Economics and Statistics*, 47, 13-37.
- Lima, L. R., & Neri, B. D. A. P. (2006). Comparing value-at-risk methodologies. *Fundação Getulio Vargas*.
- Loomes, G., & Sugden, R. (1982). Regret theory: An alternative theory of rational choice under uncertainty. *The economic journal*, 92(368), 805-824.
- Loomes, G., & Sugden, R. (1986). Disappointment and dynamic consistency in choice under uncertainty. *The Review of Economic Studies*, 53(2), 271-282.
- Lopez, J. A. (1999). Methods for evaluating value-at-risk estimates. *Economic review*, 2, 3-17.
- Lorenz, M. O. (1905). Methods of measuring the concentration of wealth. *Publications of the American statistical association*, 9(70), 209-219.
- Luenberger, D. G., & Ye, Y. *Linear and nonlinear programming*. 2008.
- Machina, M. J. (1982). "Expected Utility" Analysis without the Independence Axiom. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 277-323.
- Machina, M. J. (1982). A stronger characterization of declining risk aversion. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1069-1079.
- Manganelli, S., & Engle, R. F. (2001). Value at risk models in finance.
- Markowitz, H. (1959) : *Portfolio Selection : Efficient Diversification of Investments*. Wiley: New York.
- Markowitz, H. (1952a): *Portfolio Selection*, *Journal of Finance*, 6, 77- 91.
- Markowitz, H. (1952b): *The Utility of Wealth*, *Journal of Political Economy*, 60, 151-158.
- Markowitz, H. (1959) : *Portfolio Selection : Efficient Diversification of Investments*. Wiley: New York.
- Markowitz, H. M. (1991). Foundations of portfolio theory. *The journal of finance*, 46(2), 469-477.
- Martin, D., S. Rachev, et F. Siboulet. 2003. Phi-alpha optimal portfolios and extreme risk management . *Wilmott Magazine of Finance* (6): 70-83.
- McAleer, M., & Da Veiga, B. (2008). Single-index and portfolio models for forecasting value-at-risk thresholds. *Journal of Forecasting*, 27(3), 217-235.
- Merton, R. C. (1973). An intertemporal capital asset pricing model. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 867-887.
- Morgan, D. O. (1995). Principles of CDK regulation. *Nature*, 374(6518), 131-134.
- Mossin, J. (1966): *Equilibrium in Capital Asset Market*, *Econometrica*, 34, 768-783.
- Pickands III, J. (1975). Statistical inference using extreme order statistics. *the Annals of Statistics*, 119-131.

- Pratt, J. (1964) : Risk Aversion In the Small and In The Large. *Journal of Behavior and organization* 3, 323-343. [90] Pratt, J. W. (1964): Risk Aversion in the Small and in the Large, *Econometrica*, 32, 122-136.
- Roll, R. (1977). A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of financial economics*, 4(2), 129-176.
- Roll, R. (1978). Ambiguity when performance is measured by the securities market line. *The Journal of finance*, 33(4), 1051-1069.
- Roll, R. (1979). A reply to Mayers and Rice (1979). *Journal of Financial Economics*, 7(4), 391-400.
- Ross, S. A. (1976). The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of economic theory*, 13(3), 341-360.
- Rothschild, M., and Stiglitz, J. (1970) : Increasing Risk : 1. A definition. *Journal of Economic Theory*, 2, 225-243.
- Scaillet, O. (2004). Nonparametric estimation and sensitivity analysis of expected shortfall. *Mathematical Finance*, 14(1), 115-129.
- Schneller, M. I. (1990). The arbitrage pricing theories: a synthesis and critical review. *Research in finance*, 8, 1-21.
- Segal, U. (1984). Nonlinear decision weights with the independence axiom. Working Paper in Economics No. 353, University of California, Los Angeles.
- Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance. *The Journal of business*, 39(1), 119-138.
- Simonato, J. G. (2011). The performance of Johnson distributions for computing value at risk and expected shortfall. *The Journal of Derivatives*, 19(1), 7-24.
- Sortino, F. A., & Van Der Meer, R. (1991). Downside risk. *The Journal of Portfolio Management*, 17(4), 27-31.
- Sortino, F. A., Meer, R. V. D., & Plantinga, A. (1999). The dutch triangle. *The Journal of Portfolio Management*, 26(1), 50-57.
- Taniai, H., & Taniguchi, M. (2008). Statistical estimation errors of VaR under ARCH returns. *Journal of statistical planning and inference*, 138(11), 3568-3577.
- Tobin, J. (1958): Liquidity Preference as Behavior toward Risk, *Review of Economic Studies*, 25, 65-87.
- Treynor, J. L. (1961). Toward a theory of market value of risky assets. Unpublished manuscript, 6.
- Treynor, J. L. (1962). Market value, time. and risk. Working paper.
- Treynor, J. L. (1965). How to rate management of investment funds . *Harvard business review* 43 (1): 63-75.
- Treynor, J. L., & Black, F. (1973). How to use security analysis to improve portfolio selection. *The Journal of Business*, 46(1), 66-86.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1992). Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty. *Journal of Risk and uncertainty*, 5(4), 297-323.
- Unser, M. (2000). Lower partial moments as measures of perceived risk: An experimental study. *Journal of Economic Psychology*, 21(3), 253-280.
- Uryasev, S. (2000). Conditional value-at-risk: Optimization algorithms and applications. In *Computational Intelligence for Financial Engineering*, 2000.(CIFER) Proceedings of the IEEE/IAFE/INFORMS 2000 Conference

on (pp. 49-57). IEEE.

– Van den Goorbergh, R.W., & Vlaar, P. J. (1999). Value-at-Risk analysis of stock returns historical simulation, variance techniques or tail index estimation? (Vol. 40). De Nederlandsche Bank NV.

– Whitmore, G. A., & Findlay, M. C. (Eds.). (1978). Stochastic dominance: an approach to decision-making under risk. Lexington Books.

– Yamai, Y., & Yoshihara, T. (2005). Value-at-risk versus expected shortfall: A practical perspective. *Journal of Banking & Finance*, 29(4), 997-1015.

ANNEXES

A

SOMMAIRE

A.1	LES TESTS DE RACINE UNITAIRE DES RENDEMENTS SUR EIEWS	142
A.2	ESTIMATION DES PARAMÈTRES DU MODÈLE GARCH(1,1) AVEC LA DISTRIBUTION NORMALE	144

A.1 LES TESTS DE RACINE UNITAIRE DES RENDEMENTS SUR EIEWS

Null Hypothesis: D(CANADIAN_ENERGY) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 5 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-20.64679	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.438683	
5% level	-2.865108	
10% level	-2.568725	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(CANADIAN_ENERGY,2)
Method: Least Squares
Date: 03/01/21 Time: 00:21
Sample (adjusted): 8 771
Included observations: 764 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(CANADIAN_ENERGY(-1))	-4.270263	0.206825	-20.64679	0.0000
D(CANADIAN_ENERGY(-1),2)	2.375137	0.188137	12.62452	0.0000
D(CANADIAN_ENERGY(-2),2)	1.597787	0.156428	10.21419	0.0000
D(CANADIAN_ENERGY(-3),2)	1.002550	0.117117	8.560280	0.0000
D(CANADIAN_ENERGY(-4),2)	0.543144	0.074854	7.256034	0.0000
D(CANADIAN_ENERGY(-5),2)	0.236656	0.035335	6.697480	0.0000
C	-7.98E-05	0.001017	-0.078437	0.9375

Figure A.1 – *Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Health Care*

Null Hypothesis: D(CANADIAN_FINANCIALS) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 7 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-18.42011	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.438705	
5% level	-2.865118	
10% level	-2.568730	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(CANADIAN_FINANCIALS,2)
Method: Least Squares
Date: 03/01/21 Time: 00:20
Sample (adjusted): 10 771
Included observations: 762 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(CANADIAN_FINANCIALS(-1))	-6.051858	0.328546	-18.42011	0.0000
D(CANADIAN_FINANCIALS(-1),2)	3.998079	0.308912	12.94245	0.0000
D(CANADIAN_FINANCIALS(-2),2)	3.045196	0.272575	11.17196	0.0000
D(CANADIAN_FINANCIALS(-3),2)	2.262518	0.230156	9.830358	0.0000
D(CANADIAN_FINANCIALS(-4),2)	1.573172	0.181991	8.644216	0.0000
D(CANADIAN_FINANCIALS(-5),2)	1.019037	0.131628	7.741782	0.0000
D(CANADIAN_FINANCIALS(-6),2)	0.404042	0.081796	4.939612	0.0000
D(CANADIAN_FINANCIALS(-7),2)	0.140190	0.036090	3.884461	0.0001
C	-1.74E-05	0.000532	-0.032657	0.9740

Figure A.2 – *Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Health Care*

Null Hypothesis: D(CANADIAN_HEALTH_CARE) has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 10 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-15.10017	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.438739	
5% level	-2.865132	
10% level	-2.568738	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(CANADIAN_HEALTH_CARE,2)
 Method: Least Squares
 Date: 03/01/21 Time: 00:19
 Sample (adjusted): 13 771
 Included observations: 759 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(CANADIAN_HEALTH_CARE(-1))	-6.285571	0.416258	-15.10017	0.0000
D(CANADIAN_HEALTH_CARE(-1),2)	4.366899	0.400332	10.90820	0.0000
D(CANADIAN_HEALTH_CARE(-2),2)	3.560809	0.373327	9.538038	0.0000
D(CANADIAN_HEALTH_CARE(-3),2)	2.913158	0.337969	8.619613	0.0000
D(CANADIAN_HEALTH_CARE(-4),2)	2.398934	0.298752	8.029859	0.0000
D(CANADIAN_HEALTH_CARE(-5),2)	1.932093	0.257181	7.512587	0.0000
D(CANADIAN_HEALTH_CARE(-6),2)	1.478823	0.214105	6.906988	0.0000
D(CANADIAN_HEALTH_CARE(-7),2)	1.074295	0.169105	6.352842	0.0000
D(CANADIAN_HEALTH_CARE(-8),2)	0.674085	0.122568	5.499688	0.0000
D(CANADIAN_HEALTH_CARE(-9),2)	0.391005	0.076561	5.107097	0.0000
D(CANADIAN_HEALTH_CARE(-10),2)	0.147333	0.035645	4.133321	0.0000
C	1.88E-05	0.001089	0.017222	0.9863

Figure A.3 – Representation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Health Care

A.2 ESTIMATION DES PARAMÈTRES DU MODÈLE GARCH(1,1) AVEC LA DISTRIBUTION NORMALE

Dependent Variable: CANADIAN_ENERGY
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 03/02/21 Time: 13:55
 Sample: 1/02/2018 12/31/2019
 Included observations: 502
 Convergence achieved after 33 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.039923	0.048725	-0.819360	0.4126
Variance Equation				
C	0.127079	0.112620	1.128389	0.2592
RESID(-1)^2	0.036153	0.022849	1.582237	0.1136
GARCH(-1)	0.913252	0.060690	15.04770	0.0000
R-squared	0.001136	Mean dependent var	-0.043167	
Adjusted R-squared	0.001136	S.D. dependent var	1.578757	
S.E. of regression	1.577861	Akaike info criterion	3.753082	
Sum squared resid	1247.312	Schwarz criterion	3.786696	
Log likelihood	-938.0236	Hannan-Quinn criter.	3.766270	
Durbin-Watson stat	1.999920			
Inverted AR Roots	-04			

Figure A.4 – *Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Energy*

Dependent Variable: CANADIAN_FINANCIALS
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 03/02/21 Time: 13:07
 Sample: 1/02/2018 12/31/2019
 Included observations: 502
 Convergence achieved after 18 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.151995	0.054322	2.798026	0.0051
Variance Equation				
C	0.031643	0.008108	3.902871	0.0001
RESID(-1)^2	0.140771	0.031419	4.480460	0.0000
GARCH(-1)	0.778217	0.040066	19.42344	0.0000
R-squared	0.009844	Mean dependent var	0.006175	
Adjusted R-squared	0.009844	S.D. dependent var	0.602959	
S.E. of regression	0.599984	Akaike info criterion	1.739553	
Sum squared resid	180.3502	Schwarz criterion	1.773167	
Log likelihood	-432.6277	Hannan-Quinn criter.	1.752741	
Durbin-Watson stat	2.104044			
Inverted AR Roots	.15			

Figure A.5 – *Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Financials*

Dependent Variable: CANADIAN_HEALTH_CARE
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 03/02/21 Time: 13:56
 Sample: 1/02/2018 12/31/2019
 Included observations: 502
 Convergence achieved after 19 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.039278	0.047821	-0.821348	0.4114

Variance Equation

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	1.242576	0.364806	3.406129	0.0007
RESID(-1)^2	0.246030	0.048461	5.076827	0.0000
GARCH(-1)	0.595618	0.072343	8.233203	0.0000

R-squared	-0.002719	Mean dependent var	-0.011554
Adjusted R-squared	-0.002719	S.D. dependent var	2.719003
S.E. of regression	2.722697	Akaike info criterion	4.738523
Sum squared resid	3713.953	Schwarz criterion	4.772138
Log likelihood	-1185.369	Hannan-Quinn criter.	4.751711
Durbin-Watson stat	1.881069		

Inverted AR Roots	-0.4
-------------------	------

Figure A.6 – *Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Health Care*

Dependent Variable: CANADIAN_INFORMATION_TEC
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 03/02/21 Time: 13:57
 Sample: 1/02/2018 12/31/2019
 Included observations: 502
 Convergence achieved after 22 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.043233	0.049625	0.871205	0.3836

Variance Equation

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.106334	0.052002	2.044801	0.0409
RESID(-1)^2	0.091108	0.030285	3.008329	0.0026
GARCH(-1)	0.847768	0.050198	16.88857	0.0000

R-squared	-0.008827	Mean dependent var	0.124741
Adjusted R-squared	-0.008827	S.D. dependent var	1.308374
S.E. of regression	1.314136	Akaike info criterion	3.313773
Sum squared resid	865.2032	Schwarz criterion	3.347387
Log likelihood	-827.7571	Hannan-Quinn criter.	3.326961
Durbin-Watson stat	2.029533		

Inverted AR Roots	.04
-------------------	-----

Figure A.7 – *Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Information technology*

Dependent Variable: CANADIAN_REAL_ESTATE
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 03/02/21 Time: 13:58
 Sample: 1/02/2018 12/31/2019
 Included observations: 502
 Convergence achieved after 21 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.099570	0.047101	2.113966	0.0345
Variance Equation				
C	0.062711	0.041742	1.502371	0.1330
RESID(-1)^2	0.062767	0.037272	1.684017	0.0922
GARCH(-1)	0.744090	0.150333	4.949623	0.0000
R-squared	0.004927	Mean dependent var	0.028187	
Adjusted R-squared	0.004927	S.D. dependent var	0.573398	
S.E. of regression	0.571984	Akaike info criterion	1.708483	
Sum squared resid	163.9100	Schwarz criterion	1.742098	
Log likelihood	-424.8293	Hannan-Quinn criter.	1.721671	
Durbin-Watson stat	2.020511			
Inverted AR Roots	.10			

Figure A.8 – *Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Real Estate*

Dependent Variable: METALS__MINING
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 03/02/21 Time: 14:11
 Sample: 1/02/2018 12/31/2019
 Included observations: 502
 Convergence achieved after 41 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.032922	0.050024	0.658124	0.5105
Variance Equation				
C	0.871641	0.511296	1.704769	0.0882
RESID(-1)^2	0.084222	0.040188	2.095697	0.0361
GARCH(-1)	0.496707	0.260476	1.906917	0.0565
R-squared	0.000328	Mean dependent var	0.042112	
Adjusted R-squared	0.000328	S.D. dependent var	1.443061	
S.E. of regression	1.442824	Akaike info criterion	3.573195	
Sum squared resid	1042.953	Schwarz criterion	3.606809	
Log likelihood	-892.8719	Hannan-Quinn criter.	3.586383	
Durbin-Watson stat	1.995732			
Inverted AR Roots	.03			

Figure A.9 – *Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Metals and Mining*

Dependent Variable: TELECOMM
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 03/02/21 Time: 14:11
 Sample: 1/02/2018 12/31/2019
 Included observations: 502
 Failure to improve likelihood (non-zero gradients) after 48 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.082579	0.046752	1.766319	0.0773
Variance Equation				
C	0.175294	0.123969	1.414007	0.1574
RESID(-1)^2	-0.016188	0.004472	-3.619719	0.0003
GARCH(-1)	0.584576	0.297763	1.963227	0.0496
R-squared	-0.001380	Mean dependent var		0.014124
Adjusted R-squared	-0.001380	S.D. dependent var		0.641847
S.E. of regression	0.642290	Akaike info criterion		1.938511
Sum squared resid	206.6805	Schwarz criterion		1.972125
Log likelihood	-482.5662	Hannan-Quinn criter.		1.951699
Durbin-Watson stat	2.078041			
Inverted AR Roots	.08			

Figure A.10 – *Représentation graphique de l'indice S&P TSX Canadian Telecomm*

