UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE DE MAÎTRISE

PRÉSENTÉ À

L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC EN OUTAOUAIS

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN ÉDUCATION

PAR

VÉRONICA LAVIGNE

LA DIFFÉRENCIATION DU TEMPS D'ENSEIGNEMENT LORS DE L'APPRENTISSAGE DU CONCEPT DE LA PROPORTIONNALITÉ EN MATHÉMATIQUE CHEZ LES ÉLÈVES DE LA DEUXIÈME ANNÉE DU 1er CYCLE DU SECONDAIRE

MAI 2011

Sommaire

Le concept de la proportionnalité étant essentiel dans la vie quotidienne et à la réussite d'apprentissages ultérieurs, il est de l'intérêt de tous les élèves de bien se l'approprier, pour qu'il puisse être utilisé dans des contextes variés. L'objectif de cette recherche est de décrire l'incidence du temps d'enseignement accordé à chaque processus du concept de la proportionnalité sur l'apprentissage de l'ensemble du concept.

La méthodologie mixte de la recherche compare les résultats d'élèves de deux regroupements, soit les élèves vivant une différenciation du temps d'enseignement et les élèves suivant la séquence habituelle d'enseignement. Les résultats proviennent d'Évaluations et de Productions mathématiques créées aux fins de cette recherche. Des entrevues avec quelques élèves ciblés complètent les résultats compilés en explicitant davantage les trois processus du concept de la proportionnalité.

Le regroupement d'élèves ayant bénéficié de temps d'enseignement supplémentaire lors de l'apprentissage du concept a obtenu de meilleurs résultats à la fin de l'apprentissage, malgré leurs résultats plus faibles au départ. Cette recherche témoigne de l'importance d'ajuster le temps d'enseignement aux besoins des élèves. Elle suggère également des pistes de solution quant aux registres de représentation sémiotique les plus appropriés à mettre en œuvre pour différencier le temps d'enseignement de l'apprentissage du concept de la proportionnalité.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier monsieur Michel Beaudoin, codirecteur de ma recherche, qui a su m'encourager à poursuivre ma quête de connaissances.

Merci à madame Catherine Lanaris, codirectrice de ma recherche, pour ses précieux conseils.

Merci à ma collègue de travail, pour sa participation et son implication lors de la collecte des données.

À la directrice de l'École secondaire Grande-Rivière, merci pour vos encouragements et pour l'intérêt que vous avez démontré à ma recherche.

Merci à mon syndicat pour son aide financière.

Cette recherche n'aurait pas été possible sans la participation des élèves, à qui je souhaite de poursuivre leurs études avec succès.

À ma famille que j'adore… merci pour tout!

Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

INTRODUCTION

Le décrochage scolaire est en hausse constante au Québec, annonçait le rapport Ménard en mars 2009 (Ménard, 2009). La réussite scolaire des élèves occupe une place importante dans notre société. Plus de diplômés entraînent entre autres une meilleure économie. L'objectif de tous les agents en éducation est donc de favoriser la réussite scolaire des élèves. Cette recherche propose ceci en contribuant à la lutte au décrochage scolaire, plus spécifiquement en mathématique[1].

Enseignant la mathématique à des élèves de la deuxième année du 1er cycle du secondaire, je[2] me suis intéressée davantage à cette clientèle. Le concept de la proportionnalité occupant une place majeure dans le curriculum, mes préoccupations sont de faciliter l'apprentissage de ce concept en vue d'une meilleure réussite. Afin de répondre à cet objectif, cette recherche propose de différencier le temps d'enseignement alloué à l'apprentissage du concept de la proportionnalité et d'exploiter les différents registres de représentation sémiotique associés au concept.

La recherche est divisée en cinq grandes parties, à savoir l'énoncé de la problématique qui établira la provenance du problème et les objectifs de la recherche, le

---

[1] Le Programme de formation de l'école québécoise (MEQ, 2004) inclut le domaine de la mathématique et non des mathématiques. Voilà donc pourquoi le terme « la mathématique » sera employé au singulier dans le présent mémoire.

[2] Afin de m'approprier cette recherche et puisque je suis à la fois chercheure et participante, j'ai choisi d'utiliser le « je » pour me désigner afin d'identifier mon rôle plus facilement.

cadre théorique qui expliquera les concepts-clés de la recherche, la méthodologie qui expliquera la façon dont la collecte des données a eu lieu, les résultats qui présenteront les données recueillies, suivront la discussion de ces résultats en lien avec les objectifs de la recherche et finalement, la conclusion.

CHAPITRE I

ÉNONCÉ DE LA PROBLÉMATIQUE

Cette partie de mon mémoire explique la problématique de ma recherche à travers douze sections. Elle comporte une explication du contexte de la recherche, de l'importance du concept de la proportionnalité, des registres de représentation sémiotique, du temps d'enseignement, des compétences disciplinaires et, par la suite, sont décrits le problème, les questions, l'objectif général, les objectifs spécifiques, l'hypothèse, le type de recherche et les limites de la recherche. Le type de recherche utilisé aux fins de cette étude est mixte et les raisons pour ce choix seront explicitées vers la fin de cette partie.

Contexte de la recherche

En tant qu'enseignante de mathématique dans une école secondaire en Outaouais, un de mes objectifs professionnels est de favoriser la réussite scolaire en mathématique de tous mes élèves. Ces derniers sont en deuxième année du 1^er^ cycle du secondaire et selon le Programme de formation de l'école québécoise (MEQ, 2004), les élèves doivent apprendre et utiliser le concept de la proportionnalité. Les élèves éprouvent beaucoup de difficulté à comprendre le concept puisqu'ils croient que la plupart des situations sont proportionnelles, donc linéaires. Une autre difficulté est un temps d'enseignement très structuré qui ne laisse pas beaucoup de place à la différenciation pédagogique propre à l'enseignement des mathématiques à l'aide de différents registres de représentation sémiotique par exemple, afin d'aider les élèves. Mon souhait serait de pouvoir trouver une façon de faciliter leur apprentissage du concept de la proportionnalité et subséquemment leurs apprentissages ultérieurs, par exemple le cercle, les figures semblables, les pourcentages et l'homothétie.

L'importance du concept de la proportionnalité

Le concept de la proportionnalité occupe une place importante dans le Programme de formation de l'école québécoise du premier cycle du secondaire (MEQ, 2004), puisqu'il est directement lié à l'apprentissage d'autres concepts, comme le mentionne Gnass (2000). Pour Ilany, Keret et Ben-Chaim (2004), le raisonnement proportionnel est au cœur de la mathématique pour le troisième cycle du primaire et le premier cycle du secondaire. Le Programme de formation de l'école québécoise du deuxième cycle du secondaire (MELS, 2007) ajoute que le concept de la proportionnalité représente un concept central et unificateur au premier cycle du secondaire. Le cercle, les figures semblables, les pourcentages et l'homothétie sont quelques exemples de concepts vus par les élèves de la deuxième année du 1er cycle du secondaire qui nécessitent une bonne compréhension du concept de la proportionnalité. Le Programme de formation de l'école québécoise du premier cycle du secondaire (MEQ, 2004) sert de référentiel dans la présente recherche puisqu'il est utilisé dans le système scolaire québécois dont l'école participante fait partie. Julo (1982 : cité dans Perraudeau, 2002) souligne que la maîtrise du concept de la proportionnalité dans l'exercice de la vie quotidienne et professionnelle est essentielle. Le concept de la proportionnalité a été choisi pour ces raisons, car il y a un grand besoin que les élèves l'utilisent adéquatement. La recherche vise à contribuer à l'amélioration de la compréhension du concept de la proportionnalité par les élèves. Voici quelques types d'erreurs souvent commises par eux.

Il y a plusieurs recherches qui confirment l'illusion de la linéarité chez les élèves, notamment Gnass (2000), Modestou et Gagatsis (2004), Simmt (2004), Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens et Verschaffel (2004), De Bock, Van Dooren, Janssens et Verschaffel (2005) et Van Dooren, De Bock, Depaepe, Janssens et Verschaffel (2005). L'illusion de la linéarité signifie que les élèves croient que la plupart des situations sont proportionnelles, alors qu'elles ne le sont pas. Ils ont de la difficulté à reconnaître une situation de proportionnalité. Nous verrons plus loin que cela fait partie intégrante de l'apprentissage du concept de la proportionnalité. Lors de l'enseignement, une attention toute particulière est accordée aux modèles linéaires, donc il est normal que les élèves aient tendance à traiter toute relation entre les grandeurs de façon linéaire (Freudenthal, 1983).

Une autre erreur fréquente consiste à appliquer la *règle de trois*, sans donner un sens aux nombres. Pluvinage et Dupuis (1981) soulignent que souvent l'apprentissage du concept de la proportionnalité est présenté comme une formation à suivre certaines règles. Les élèves appliquent la règle sans savoir comment placer les nombres dans l'égalité, puis ils ne cherchent pas nécessairement à vérifier si leur réponse a du sens.

Une dernière erreur mentionnée dans cette présente recherche, même s'il en existe plusieurs autres, est celle à laquelle plusieurs recherches font allusion, la difficulté des élèves à employer les bonnes stratégies, donc de passer du champ conceptuel des structures additives à celui des structures multiplicatives (Brousseau, 1981; Noelting, 1978; Oliveira, 2008). Vergnaud (1987 : cité dans Perraudeau, 2002) fut amené à définir le concept de champ conceptuel lorsqu'il a réalisé que la compréhension d'une situation ne peut pas se faire en analysant un seul concept, et qu'un concept ne se réduit pas à une situation unique. Il définit un champ conceptuel comme un « ensemble relativement large de situations, d'invariants et de signifiants, dans lequel plusieurs concepts de nature différente sont en interaction, plusieurs compétences, plusieurs systèmes symboliques » (Vergnaud, 1987 : cité dans Perraudeau, 2002, p. 841). Pour Vergnaud (1996), les signifiants sont « les situations qui donnent du sens aux concepts mathématiques » (p. 227). Un exemple du champ conceptuel des structures additives serait l'ensemble des situations qui demandent une addition, une soustraction ou une combinaison de telles opérations (Vergnaud, 1996). La théorie des champs conceptuels envisage l'acquisition de concepts sous trois aspects complémentaires : l'analyse et la catégorisation des différentes situations dans lesquelles se situent le concept étudié, la description et l'analyse des différents schèmes utilisés par l'élève, l'étude des différents registres de représentation qui symbolisent les schèmes et procédures utilisés (Levain, 1997; Perraudeau, 2002). Ces schèmes seront explicités un peu plus loin. Voyons l'exemple de la recette *Kiwi spécial,* tiré de Bednarz (1989 : citée dans Oliveira, 2008), afin d'illustrer la difficulté de l'élève de passer des structures additives aux structures multiplicatives.

Recette Kiwi spécial

30 ml liqueur « Kiwi »

15 ml Amaretto (Monalisa)

30 ml Vodka (Moskova)

60 ml Jus d'ananas

Bien brasser le tout, et verser sur de la glace pilée dans une grande coupe à champagne. Décorer d'une tranche de kiwi et d'une cerise. Donne environ 4 portions.

a) Refaire cette recette pour 8 personnes :

b) Refaire cette recette pour 6 personnes :

c) Refaire cette recette pour 22 personnes :

d) Quelle serait la recette de *Kiwi spécial* avec 40 ml de liqueur Kiwi pour que ça goûte la même chose? (Bednarz, 1989 : citée dans Oliveira, 2008, p. 97)

Cette dernière sous-question cherche à savoir si l'élève va utiliser à tort la structure additive, par exemple additionner 10 ml pour tous les ingrédients, ce qui ferait en sorte que le *Kiwi spécial* ne goûte pas la même chose. De préférence, l'élève devrait plutôt choisir la structure multiplicative afin de représenter la recette correctement.

Plusieurs recherches sur la proportionnalité étudient l'illusion de la linéarité, d'autres discutent de l'application incorrecte de la *règle de trois* par les élèves et d'autres encore analysent la mauvaise utilisation des champs conceptuels. Il existe des recherches portant sur d'autres aspects de la proportionnalité, tels que les pratiques d'enseignement (Adjiage & Pluvinage, 2007; Kline & Flowers, 1998; McLaughlin, 2003; Oliveira, 2008) ou encore, l'illusion d'un lien proportionnel entre les différentes variables qui déterminent la probabilité dans une situation aléatoire binomiale (Van Dooren et al., 2005). La réussite de l'apprentissage de ce concept demeure essentielle pour les apprentissages ultérieurs, donc des pistes de différenciation pour satisfaire les besoins des élèves devraient être plus exploitées. C'est sur cet objet d'étude plus précis que sera centrée la présente recherche.

Les trois processus du concept de la proportionnalité ciblés aux fins de la recherche sont présentés dans la Figure 1 à la page suivante. Ces derniers sont tirés du Programme de formation de l'école québécoise (MEQ, 2004) et ils sont liés aux difficultés de l'apprentissage du concept de la proportionnalité. Le Programme de formation de l'école québécoise (MEQ, 2004) ne prévoit ni un ordre particulier dans lequel les processus devraient être enseignés ni un temps d'enseignement précis pour chacun de ceux-ci. Le guide d'enseignement accompagnant le manuel scolaire de l'élève suggère habituellement l'ordre et le temps d'enseignement à allouer à chacun des processus et c'est d'ailleurs sur ce guide que la plupart des enseignants se basent, selon mon expérience, pour planifier la séquence des apprentissages. Le guide d'enseignement propose également des situations d'enseignement et d'apprentissage pour chacune des compétences disciplinaires; ces dernières seront explicitées un peu plus loin.

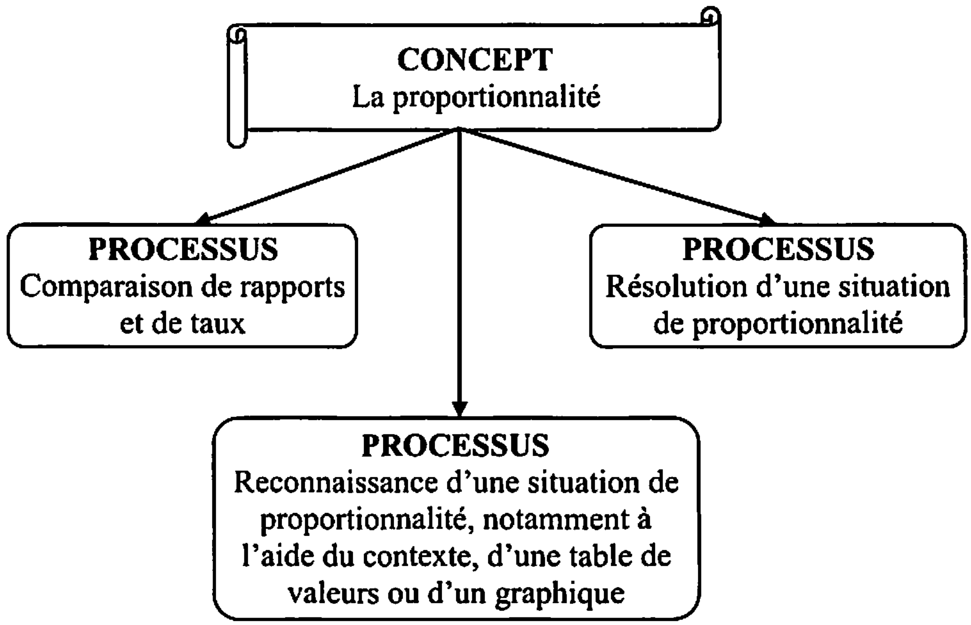


Figure 1. Le concept de la proportionnalité (MEQ, 2004).

Voyons maintenant une piste de différenciation de l'apprentissage du concept de la proportionnalité proposée par cette recherche à travers les différents registres de représentation sémiotique.

La différenciation à l'aide des différents registres de représentation sémiotique

Le Programme de formation de l'école québécoise du deuxième cycle du secondaire (MELS, 2007) mentionne qu'une piste favorisant la pratique d'une différenciation est de proposer aux élèves des situations d'apprentissage qui exploitent différents registres de représentation sémiotique. On peut extrapoler cette assertion à tous les niveaux (Duval, 2006), en particulier au premier cycle du secondaire, même si les registres de représentation sémiotique ne sont pas mentionnés dans le Programme de formation du premier cycle (MEQ, 2004). Le Programme de formation de l'école québécoise du deuxième cycle du secondaire (MELS, 2007) est donc utilisé comme référence lorsque les registres de représentation sémiotique sont traités.

Les registres de représentation sémiotique peuvent offrir différentes pistes de différenciation lors de l'apprentissage de tout concept mathématique, notamment celui de la proportionnalité. Ils sont explicités dans le Programme de formation de l'école québécoise (MELS, 2007) pour chacune des compétences disciplinaires. Les registres de représentation sémiotique font aussi le lien avec les technologies et peuvent être regroupés de différentes façons, mais en général nous trouvons en mathématique le registre verbal, le registre des figures, le registre graphique, le registre tabulaire et le registre symbolique. Perraudeau (2002) nous rappelle qu'il existe des registres de représentation propres à la proportionnalité, dont le tableau de la proportionnalité, le tableau à quatre nombres et le registre graphique. Le tableau de proportionnalité représentant une fonction, celle-ci peut être mise en graphique sous forme de droite passant par l'origine. Ces trois registres de représentation sont des cas particuliers de ceux évoqués précédemment.

Les registres de représentation sémiotique occupent une place importante dans le Programme de formation de l'école québécoise (MELS, 2007) et font partie intégrante des critères d'évaluation. Comme attente de fin de cycle, l'élève doit faire appel à différents registres de représentation sémiotique pour manifester sa compréhension d'un concept ou d'un message. Il est donc très important de varier les registres de représentation sémiotique lors de l'apprentissage d'un concept. Finalement, il est mentionné dans le Programme de formation de l'école québécoise (MELS, 2007) que les

« registres de représentation et situations de proportionnalité sont au cœur des liens intradisciplinaires » (p. 56). Toutefois, selon mon expérience personnelle et les manuels utilisés par les élèves, qui ont tendance à guider les enseignants dans leur enseignement, les différents registres de représentation sémiotique ne sont pas toujours assez utilisés.

Lors de la réalisation d'un travail mathématique ou l'apprentissage d'un concept mathématique, peu importe le concept, la communication se fait à l'aide de différents registres de représentation sémiotique, mais elle doit aussi se faire à l'aide de situations et de schèmes (Vergnaud, 1994). Selon Vergnaud (1996), « le langage et les symboles mathématiques jouent donc un rôle dans la conceptualisation et l'action. Sans les schèmes et les situations, ils resteraient vides de sens » (p. 242). Vergnaud (1996) décrit un schème comme « l'organisation invariante de la conduite pour une classe de situations donnée » (p. 199). Maintenant, voyons la prochaine variable de la recherche, le temps d'enseignement.

L'ajustement du temps d'enseignement

Le concept de la proportionnalité est enseigné aux élèves de la deuxième année du 1^er^ cycle du secondaire, puis réinvesti à travers des concepts tels que le cercle, les figures semblables, les pourcentages et l'homothétie. Cependant, certaines recherches (Anderson, 1984; Perrenoud, 2001; St-Jarre, 2001) rapportent qu'il n'y a pas assez de temps d'enseignement alloué à l'apprentissage du concept de la proportionnalité comme tel, notamment les trois processus de la Figure 1, car un grand nombre d'élèves semblent croire à l'illusion de la linéarité par la suite. Carroll (1963 : cité dans Anderson, 1981) affirme que le temps passé à l'apprentissage est la clé de la maîtrise. Cette supposition présume que la plupart, si ce n'est pas tous, peuvent maîtriser le concept s'ils consacrent le temps nécessaire pour l'apprentissage. Cela signifie que l'élève doit non seulement consacrer le temps dont il a besoin, mais aussi qu'il puisse avoir droit au temps nécessaire pour que l'apprentissage ait lieu. Stallings (1985) insiste qu'il est important d'allouer le temps et les efforts nécessaires pour travailler avec les élèves qui ont des difficultés d'apprentissage. Les cours peuvent et devraient être plus individualisés et on devrait enseigner aux élèves comment se concentrer sur leurs besoins particuliers (Walberg, 1993). Je crois que nous, les enseignants, n'adaptons pas assez le temps d'enseignement alloué à chacun des processus aux besoins des élèves, du moins dans la mesure où nous le pouvons. Par conséquent, ces derniers ont des difficultés par la suite lorsque vient le temps d'aborder un nouveau processus. En solidifiant la base, il serait plus facile pour les élèves d'apprendre les concepts connexes plus difficiles par la suite, tels que le cercle, les figures semblables, les pourcentages et l'homothétie. La base étant le concept de la proportionnalité, notamment les premiers processus du concept. Les enseignants adaptent parfois le temps d'enseignement aux besoins de leurs élèves, mais il faut savoir quand et comment l'adapter afin d'en faire mieux bénéficier les élèves.

Le concept de la proportionnalité est enseigné habituellement comme une séquence de trois processus qui peuvent être maîtrisés dans un ordre ou l'autre. Les processus de la Figure 1 sont présentés dans l'ordre que suggère le manuel scolaire Panoram@th (Boivin, Gendron & Ledoux, 2006) utilisé par les élèves et enseignantes de l'école ciblée pour la recherche, soit la *comparaison de rapports et de taux*, la *reconnaissance d'une situation de proportionnalité, notamment à l'aide du contexte,* *d'une table de valeurs ou d'un graphique* et la *résolution d'une situation de proportionnalité*. Ils sont également présentés dans le Programme de formation de l'école québécoise (MEQ, 2004) de cette façon, même si l'ordre n'est pas explicité. Comme cela a été mentionné, les enseignants se fient habituellement au guide d'enseignement accompagnant le manuel scolaire pour planifier le temps d'enseignement à allouer à la séquence d'enseignement.

Avant de passer à l'enseignement du processus suivant, l'enseignant devrait en principe s'assurer de la compréhension par les élèves du processus étudié. Cependant, par peur de manquer de temps, l'enseignant poursuit habituellement son enseignement avec le processus suivant, sans vérifier si les élèves l'ont maîtrisé. Bloom (1979) soutient qu'un apprentissage repose sur les apprentissages précédents ainsi que sur les conditions qui les ont entourés; il influence aussi les apprentissages ultérieurs. Ne pas allouer suffisamment de temps d'enseignement au concept de la proportionnalité pourrait nuire aux élèves dans l'apprentissage des concepts connexes. Selon Anderson (1984), ce n'est pas seulement le temps alloué à l'apprentissage qui est la variable critique, mais surtout la qualité de l'apprentissage. Bien sûr, il ne suffit pas seulement d'allouer plus de temps d'enseignement en répétant les mêmes choses, mais plutôt de développer les trois compétences disciplinaires, d'exploiter les diverses stratégies d'enseignement et d'apprentissage ainsi que de varier les registres de représentation sémiotique, comme suggère la présente recherche. Une recherche qui traite de la différenciation du temps d'enseignement alloué à l'apprentissage de chacun des processus du concept de la proportionnalité en exploitant les différents registres de représentation sémiotique n'a pas pu être trouvée. Voici en bref les compétences disciplinaires en mathématique.

Les compétences disciplinaires à évaluer

Aux fins d'apprentissage et d'évaluation, le Programme de formation de l'école québécoise (MEQ, 2004) cible trois compétences disciplinaires en mathématique à faire développer par les élèves : *résoudre une situation-problème*, *déployer un raisonnement mathématique* et *communiquer à l'aide du langage mathématique.* Cette présente recherche vise un meilleur apprentissage du concept de la proportionnalité et les trois compétences disciplinaires ont été exploitées lors de l'enseignement; cependant, les instruments de collecte portent davantage sur la deuxième compétence, *déployer un raisonnement mathématique.* La première compétence, *résoudre une situation-problème*, est la compétence la plus difficile pour la plupart des élèves. Cette compétence implique une démarche de découverte et la mise en place de stratégies mobilisant plus d'un savoir, de préférence dans plusieurs champs de la mathématique (arithmétique, algèbre, probabilité, statistique et géométrie). Quant à la troisième compétence, *communiquer à l'aide du langage mathématique*, elle vise à interpréter et produire des messages. La présente recherche veut amener l'élève à construire et exploiter des réseaux de concepts et de processus mathématiques, ce qui relève plutôt de la deuxième compétence, *déployer un raisonnement mathématique.*

Problème de recherche

D'après le Programme de formation de l'école québécoise (MEQ, 2004), le concept de la proportionnalité est essentiel dans la vie quotidienne et à la réussite d'apprentissages ultérieurs en mathématique. Cependant, selon mon expérience et les recherches réalisées sur ce concept citées précédemment, les élèves ont de la difficulté à faire l'apprentissage de ce concept. Les enseignants n'exploitent pas toujours assez les différents registres de représentation sémiotique, qui devraient en faciliter l'apprentissage. De plus, le temps d'enseignement alloué à chaque processus du concept n'est peut-être pas adapté aux besoins de tous les élèves et ces derniers sont pénalisés lors des évaluations lorsqu'ils ne réalisent pas les apprentissages attendus à temps.

Question de recherche générale

Quel est l'impact du temps d'enseignement alloué à chaque processus du concept de la proportionnalité sur l'apprentissage de ce concept par les élèves?

Objectif de recherche général

Décrire l'incidence, si elle existe, du temps d'enseignement accordé à chaque processus du concept de la proportionnalité sur l'apprentissage de l'ensemble du concept.

Objectifs spécifiques de recherche

1- Examiner si le temps d'enseignement alloué à chaque processus du concept de la proportionnalité a un impact sur l'apprentissage de chacun des processus.

2- Déterminer les registres de représentation sémiotique les plus appropriés à mettre en œuvre pour différencier le temps d'enseignement de chaque processus du concept de la proportionnalité.

Hypothèses de recherche

1. L'apprentissage du concept de la proportionnalité est favorisé si on s'assure que les élèves en maîtrisent chaque processus, grâce à une différenciation adéquate du temps d'enseignement.

2. L'apprentissage du concept de la proportionnalité est favorisé si on s'assure que les registres de représentation sémiotique appropriés sont utilisés pour l'apprentissage de chacun des processus.

Type de recherche

Cette recherche utilise une approche pragmatique en jumelant les données quantitatives et qualitatives afin de rendre les résultats de la recherche les plus explicites possible (Savoie-Zajc & Karsenti, 2000). La recherche quantitative est d'abord utilisée avec les Évaluations et les Productions mathématiques des élèves afin de comparer, entre autres, les notes des élèves qui vivent une différenciation du temps d'enseignement avec ceux qui n'en ont pas reçue. Dans ce mémoire, lorsque le mot évaluation est écrit avec une lettre majuscule (Évaluation), cela fait référence à l'instrument de collecte utilisé afin d'évaluer les acquis des élèves sur le concept de la proportionnalité. De même qu'avec le terme production mathématique, commençant par une lettre majuscule (Production mathématique), il s'agit d'un instrument de collecte.

L'échantillon de la recherche étant restreint, la généralisation des résultats n'est pas possible. La recherche qualitative vient donc compléter en décrivant les besoins plus précis des élèves au niveau du temps d'enseignement et des registres de représentation sémiotique les plus appropriés à l'aide d'entrevues avec quelques élèves ciblés. La méthodologie mixte satisfait donc les besoins de la présente recherche.

Limites de la recherche

Il est impossible de contrôler toutes les variables, les participants et le contexte de cette recherche. Par exemple, il existe plusieurs autres variables que le temps d'enseignement et les registres de représentation sémiotique pouvant influencer les apprentissages réalisés par les élèves, telles que les stratégies d'enseignement et d'apprentissage, la qualité de l'enseignement, le temps d'apprentissage, le climat du groupe-classe et la motivation de l'élève entre autres. Les deux enseignantes participantes à la recherche, dont moi-même, ont un style d'enseignement assez semblable, une bonne communication et travaillent continuellement en équipe. Ce travail d'équipe permet justement d'avoir une harmonisation dans l'enseignement des concepts et de pouvoir comparer plus facilement les notes de nos élèves puisqu'ils ont le même cheminement dans leurs apprentissages. Ceci est crucial à l'heure actuelle puisque l'évaluation à l'aide des critères d'évaluation du Programme de formation de l'école québécoise (MEQ, 2004) demeure encore abstraite pour plusieurs enseignants. Le temps d'enseignement et les registres de représentation sémiotique sont les deux seules variables qui seront étudiées dans la présente recherche, car selon moi, elles auront une plus grande incidence sur l'apprentissage du concept de la proportionnalité. D'ailleurs, ces variables en lien avec la réussite des élèves rendent la présente recherche originale en son genre.

De plus, je suis également enseignante participante dans la recherche, donc je joue deux rôles auprès de mes élèves. Ces derniers ont été bien avertis avant de commencer la recherche que mon rôle d'enseignante était indépendant de mon rôle de chercheure[3]. Des mesures de précaution ont été prises afin d'éviter que cet aspect ne pose problème, telles que d'interviewer les élèves de l'autre enseignante participante et vice versa afin d'éviter de suggérer des réponses ou encore d'influencer de quelconque façon, et ce, même de façon non verbale, puisque l'élève connaît assez bien son enseignante. Une autre mesure de précaution prise fut de créer des grilles d'évaluation claires et précises afin que la correction soit équitable pour toutes les questions des Évaluations et des Productions mathématiques, autant celles de mes élèves que celles de l'autre enseignante participante.

J'ai corrigé les Productions mathématiques et les Évaluations de tous les élèves. L'analyse des données s'est faite au cours de l'été, alors cela ne pouvait pas influencer mon jugement professionnel.

Une autre limite de la recherche est que les élèves passaient les Évaluations et les Productions mathématiques à des moments différents. Ils pouvaient donc se partager les réponses avant leur période de mathématique et avant la passation des instruments de collecte (Évaluations et Productions mathématiques). Plusieurs instruments de collecte ont été employés afin d'avoir les résultats les plus précis possible. Une autre force de cette recherche est que la composition d'élèves et le taux de participation à la recherche

[3] Le terme « chercheuse » est suggéré par l'Office québécois de la langue française, mais le mot « chercheure » est d'usage au Québec.

pour chaque groupe-classe étaient semblables. Un plus grand échantillon d'élèves aurait pu amener des interprétations plus justes. De plus, l'échantillon provient seulement d'une école secondaire en Outaouais. Les résultats peuvent tout de même être transférables à différents niveaux d'étude et peut-être même à d'autres domaines que la mathématique.

Somme toute, cette recherche a été menée selon mes meilleures capacités, avec les ressources que j'avais et dans l'intention d'obtenir les résultats les plus exacts possible malgré les deux rôles que j'occupais. Voyons maintenant quelques définitions avant la description de la méthode.

CHAPITRE II

CADRE THÉORIQUE

Dans la partie qui suit, les concepts-clés de la recherche sont explicités et appuyés par quelques études. Plus précisément, les rôles de l'enseignant, l'enseignement de la mathématique, les compétences disciplinaires que l'enseignant doit évaluer, le concept mathématique de la proportionnalité et ses processus, et les différents registres de représentation sémiotique utilisés lors de leur enseignement. Finalement, la variable du temps d'enseignement sera abordée, ainsi qu'un bref aperçu des stratégies d'enseignement et d'apprentissage.

Les rôles de l'enseignant

Charlot (1976 : cité dans Pallascio, 2005) note que le rôle de l'enseignant est de placer l'élève en situation-problème riche qui lui permet de créer des instruments de mathématique, donc de mettre l'élève en situation-problème avant même lui avoir enseigné le concept. Cette façon d'enseigner est d'autant plus importante dans le contexte de la première compétence disciplinaire en mathématique, *résoudre une situation-problème*, que les enseignants doivent évaluer.

Ernest (1989 : cité dans Gattuso, 1992), précise qu'il y a trois rôles auxquels les enseignants se reconnaissent, à savoir l'instructeur, l'explicateur et le facilitateur. L'enseignant instructeur se concentre à enseigner toutes les règles et concepts aux élèves pour qu'ils les maîtrisent bien en suivant le manuel rigoureusement. L'enseignant explicateur vise la compréhension des concepts par les élèves en optant souvent pour la méthode magistrale. Finalement, l'enseignant facilitateur essaie d'amener ses élèves à poser et résoudre des problèmes. Ce dernier rôle met en évidence ce que le Programme de formation de l'école québécoise (MEQ, 2004) suggère comme approche, c'est-à-dire guider les élèves lors de leurs apprentissages par situations-problèmes. Avant l'apprentissage d'un concept ou d'un processus, le rôle de facilitateur est davantage utilisé. Ensuite, l'enseignant adopte principalement le rôle d'instructeur pour finir avec le rôle d'explicateur. En pratique, ce modèle est utilisé, bien que les rôles peuvent être inversés ou encore mis de côté pour un apprentissage particulier ou pour satisfaire aux besoins des élèves.

Les instruments de collecte de cette recherche (Évaluations et Productions mathématiques) portent davantage sur la compétence disciplinaire *déployer un raisonnement mathématique* et l'étude se veut être un outil pour améliorer l'apprentissage du concept de la proportionnalité. À cette fin, après avoir exploité les rôles de facilitateur et d'instructeur, le rôle de l'explicateur sera essentiellement utilisé dans la recherche lors de la différenciation du temps d'enseignement. Ce style d'enseignement me rend plus à l'aise, convient bien à la deuxième compétence disciplinaire et permet de mieux atteindre les objectifs de recherche. Toujours dans le but de faciliter la compréhension du concept grâce aux différents registres de représentation sémiotique, sans toutefois mettre les deux autres rôles de l'enseignant de côté. Le temps d'enseignement supplémentaire permet d'expliquer en profondeur les processus du concept en exploitant davantage les différents registres pour chacun. Voyons avant tout l'importance de l'enseignement de la mathématique.

L'enseignement de la mathématique

La mathématique, comme discipline, occupe une place importante dans le Programme de formation de l'école québécoise (MEQ, 2004). Les élèves doivent réussir un minimum de crédits dans la discipline afin d'avoir leur diplôme secondaire. La mathématique est donc nécessaire pour les apprentissages ultérieurs et « selon le nouveau curriculum, la mathématique contribue au développement des capacités intellectuelles des élèves, consolide leur autonomie, facilite la poursuite de leur formation postsecondaire et leur fournit des outils conceptuels appropriés pour assurer leur rôle dans une société de plus en plus exigeante » (Pallascio, Lafortune, Laurence & Gaudreault, 1999, p. 43). C'est un rôle principal de l'enseignant de développer les compétences disciplinaires et fournir à l'élève les outils nécessaires pour réussir.

Les compétences disciplinaires

Aux fins d'apprentissage et d'évaluation, le Programme de formation de l'école québécoise (MEQ, 2004) cible trois compétences disciplinaires à faire développer par les élèves en mathématique : *résoudre une situation-problème, déployer un raisonnement mathématique* et *communiquer à l'aide du langage mathématique.* Afin de mettre en place des conditions pour faciliter l'apprentissage du concept de la proportionnalité, les trois compétences disciplinaires sont exploitées lors de l'enseignement. La compétence *résoudre une situation-problème* a une place prépondérante et incontournable dans le nouveau programme, car elle place les élèves en situation de résolution de problèmes avant même de passer à l'apprentissage du concept (Pallascio, 2005). Quant à la compétence *déployer un raisonnement mathématique,* elle a comme objectif l'appropriation du concept et la justification d'une démarche pertinente (MEQ, 2004). Finalement, la compétence *communiquer à l'aide du langage mathématique* vise à interpréter et produire des messages (MEQ, 2004). La présente recherche veut amener l'élève à construire et exploiter des réseaux de concepts et de processus mathématiques, ce qui relève plutôt de la deuxième compétence. C'est pourquoi les instruments de collecte (Évaluations et Productions mathématiques) évaluent seulement la compétence *déployer un raisonnement mathématique.*

Le concept de la proportionnalité et ses processus

Le rapport est un mode de comparaison entre deux grandeurs de même nature et s'exprime sous la forme d'un quotient, alors que le taux compare des grandeurs de nature différente, toujours sous forme de quotient (Patenaude, 2008). Une proportion est définie comme une « égalité entre deux rapports ou deux taux » (Boivin et al., 2006, p. 118). Champlain (1994) affirme qu'il s'agit seulement d'une égalité entre deux rapports. La plupart des définitions ressemblent à la première, celle-ci est puisée du manuel scolaire utilisé par les élèves à l'école ciblée pour la recherche. Lorsqu'une situation met en relation « deux variables dont les valeurs associées donnent lieu à des rapports équivalents ou à des taux équivalents », nous parlons alors de situation de proportionnalité (Boivin et al., 2006, p. 118). Dans une table de valeurs représentant une situation de proportionnalité, le nombre par lequel il faut multiplier un terme de la première suite pour obtenir le terme de même rang de la deuxième suite s'appelle coefficient de proportionnalité (Champlain, 1994; Patenaude, 2008). L'inverse s'appelle le rapport de proportionnalité, mais il peut aussi se nommer relation de proportionnalité ou constante de proportionnalité (Champlain, 1994; Patenaude, 2008).

Mentionnons que les élèves ont déjà des connaissances antérieures concernant le concept de la proportionnalité. Quelques recherches montrent que le raisonnement proportionnel est présent chez les élèves avant l'enseignement du concept, qui est prévu au Québec seulement en deuxième année du 1er cycle du secondaire (Côté, 1990; Noelting, 1978; Oliveira, 2008). Oliveira et Bednarz (2007) notent la difficulté des élèves de passer des structures additives aux structures multiplicatives et à reconnaître une situation de proportionnalité, et ce, avant et après l'enseignement du concept de la proportionnalité. Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens et Verschaffel (2004) ont vérifié auprès d'un groupe quasi expérimental d'élèves si des leçons spécialisées sur les situations non proportionnelles peuvent réduire l'illusion de la linéarité qu'ont les élèves. Toutefois, ces derniers ont commencé à généraliser et à croire que toutes les situations étaient non proportionnelles, incluant celles qu'ils auraient bien résolues auparavant.

Ilany, Keret et Ben-Chaim (2004) ont découvert qu'en implantant un modèle à cinq composantes qu'ils proposent, les futurs enseignants étaient mieux formés pour enseigner le concept de la proportionnalité. Perraudeau (2002) a analysé plusieurs manuels de CM2 et a noté qu'aucun manuel n'anticipait sur les difficultés éventuelles pour l'élève à s'approprier le concept de la proportionnalité et qu'il n'y avait aucun dispositif d'aide à la différenciation pour les enseignants. Une difficulté rencontrée par les élèves est la structure du problème posé, c'est-à-dire qu'aussitôt qu'une question est posée d'une certaine façon, les élèves croient que la situation est linéaire (De Bock et al., 2005; Perraudeau, 2002). De Bock, Van Dooren, Janssens et Verschaffel (2002) remarquent que l'illusion que toutes les situations sont proportionnelles est intuitive, spontanée et même inconsciente chez la plupart des élèves, donc il est naturel qu'ils ne se remettent pas en question. Un exemple classique est celui du dialogue *Meno* de Plato dans lequel un esclave doit dessiner le double de l'aire d'un carré donné et il double automatiquement la longueur des côtés. L'esclave applique automatiquement l'illusion de linéarité entre la mesure d'un côté du carré et son aire et change d'avis seulement lorsque Socrate l'aide à se corriger à l'aide d'un dessin.

René de Cotret (2006) a trouvé que les élèves préfèrent les problèmes à trois couples, comparativement à ceux de deux couples puisqu'ils sont plus précis et qu'ils leur permettent de vérifier la justesse de leurs procédures. Levain (1997) conclut qu'il est important de présenter un assortiment de problèmes, de grandement varier les différentes valeurs numériques à l'intérieur d'une même structure de problème, de mieux souligner qu'il y a plusieurs façons de résoudre un même problème, d'attirer l'attention sur la commutativité de la multiplication et de traiter les problèmes simples comme de véritables problèmes de proportionnalité.

Selon le Programme de formation de l'école québécoise (MEQ, 2004), le concept de la proportionnalité est divisé en trois processus : la *comparaison de rapports et de taux*, la *reconnaissance d'une situation de proportionnalité, notamment à l'aide du contexte, d'une table de valeurs ou d'un graphique* et la *résolution d'une situation de proportionnalité*. Ces processus sont présentés dans la Figure 1 présentée précédemment. Le manuel scolaire Panoram@th (Boivin et al., 2006), utilisé par les élèves et enseignantes participant à la recherche, présente le concept de la proportionnalité dans le Panorama (chapitre) 11 intitulé *Des rapports aux figures semblables*. Le Panorama 11 est séparé en cinq unités, mais ce sont les trois premières qui nous intéressent dans la présente recherche puisque les deux dernières unités couvrent des concepts connexes à la proportionnalité, dont les homothéties et les figures semblables. Les trois premières unités ressemblent beaucoup aux trois processus, même si elles ne sont pas intitulées de la même façon. Les unités seront décrites en profondeur dans la partie méthodologie. Il faut noter que les élèves ont déjà des connaissances antérieures du concept de la proportionnalité du primaire, de la première année du 1er cycle du secondaire et même du début d'année lorsqu'ils ont étudié le Panorama 9. Dans ce dernier, les élèves ont découvert comment passer d'un mode de représentation à un autre, c'est-à-dire entre la table de valeurs, le graphique et la règle algébrique. Ceci nous amène à discuter des registres de représentation sémiotique.

Les registres de représentation sémiotique

Dans le Programme de formation de l'école québécoise du deuxième cycle du secondaire (MELS, 2007), les registres de représentation sémiotique sont définis comme « un système de traces perceptibles qui comporte des règles de conformité, de transformation et de conversion » (p. 8). Les registres de représentation sémiotique sont d'ordre linguistique, symbolique, graphique et iconique selon le Programme de formation de l'école québécoise (MELS, 2007). Cependant, plusieurs termes différents peuvent être utilisés selon les auteurs et le concept à l'étude. En voici quelques exemples : verbal (linguistique), algébrique (symbolique), numérique (symbolique), tabulaire (iconique), figural (iconique), diagramme (iconique). Pour la présente recherche, les registres linguistique, symbolique, graphique et tabulaire sont employés, principalement parce que selon le Programme de formation de l'école québécoise (MELS, 2007), ce sont les registres utilisés lors de l'apprentissage du concept de la proportionnalité. Le terme tabulaire a été choisi plutôt qu'iconique, puisqu'il est surtout question de tables de valeurs lors de l'apprentissage du concept de la proportionnalité. Chacun des registres de représentation sémiotique est décrit un peu plus loin.

Les registres de représentation sémiotique sont utilisés et diversifiés dans tous les manuels scolaires et pour tous les niveaux (Hersant, 2006). Ils ne sont pas propres à la mathématique. Nous pouvons les retrouver dans les manuels d'histoire et d'éducation à la citoyenneté par exemple lorsque les élèves doivent comparer des photos, des cartes, des schémas, des tableaux statistiques ou des courbes (Duval, 1995). Les représentations sémiotiques sont nécessaires aux fins de communication, mais également au développement de l'activité mathématique elle-même (Duval, 1995). Selon Vergnaud (1996), « un concept ne prend pas sa signification dans une seule classe de situations, et une situation ne s'analyse pas à l'aide d'un seul concept »; de même que la compréhension d'un concept ne peut pas se faire à l'aide d'un même registre de représentation sémiotique pour tous les élèves (p. 241). Les registres de représentation sémiotique peuvent être convertis en des registres de représentations équivalents dans un autre système sémiotique, mais prendre une signification différente pour l'élève qui les utilise (Duval, 1995).

Le registre de représentation linguistique peut s'illustrer par un problème de proportionnalité écrit en mots auquel l'élève répond par des mots. Par exemple, si cinq pommes coûtent deux dollars, combien coûtent sept pommes? Passer d'un registre à l'autre signifie que nous convertissons cet énoncé en graphique (registre de représentation graphique), en table de valeurs (registre de représentation tabulaire) ou en règle algébrique (registre de représentation symbolique) par exemple. Pekdag et Le Maréchal (2003) expriment qu'« apprendre un concept, c'est savoir manipuler un concept au sein d'un registre et savoir passer d'un registre à un autre » (p. 2). Blouin et Gattuso (2000) trouvent que les étudiants connaissent bien le concept de proportion, notamment en appliquant l'algorithme associé (règle de trois ou produit croisé), mais qu'il est souvent difficile pour eux d'expliquer autrement que par des manipulations algébriques et de suggérer d'autres façons de procéder.

Le Programme de formation de l'école québécoise (MELS, 2007) recommande d'avoir recours à plusieurs registres de représentation sémiotique lors des situations d'apprentissage afin de différencier l'enseignement. Duval (2006) spécifie que ce ne sont pas les registres de représentation sémiotique qui sont importants comme tels, mais leur transformation. Les registres de représentation sémiotique et leur transformation sont d'ailleurs au cœur des activités mathématiques. Selon Duval (2006), il y a deux types de transformations : le traitement et la conversion. Le premier, représente toutes les transformations qui se font à l'intérieur d'un même registre de représentation sémiotique. La conversion fait référence à la transformation de la représentation d'un objet, d'une situation ou de la même information dans un autre registre, sans toutefois changer l'objet du message. C'est une transformation externe par rapport au registre de la représentation de départ (Duval, 1995). La conversion est plus complexe, puisqu'elle suppose que l'élève doit tout d'abord reconnaître le même objet d'apprentissage des deux registres de représentation sémiotique. Elle est beaucoup moins spontanée et évidente pour les élèves (Duval, 1995). Dans la présente recherche, le traitement et la conversion dans différents registres de représentation sémiotique ont surtout été exploités lors de la différenciation du temps d'enseignement. Les registres de représentation sémiotique sont parmi les variables clés de la recherche. L'autre variable importante de cette recherche est le temps d'enseignement. En supposant que les élèves ont besoin de temps supplémentaire pour mieux maîtriser un processus du concept de la proportionnalité, je trouve qu'il est important de ne pas seulement répéter ce qui a été dit et fait, mais plutôt de différencier l'enseignement en travaillant davantage le traitement et la conversion entre les différents registres de représentation sémiotique. Duval (1995) résume ceci en ses mots lorsqu'il fait référence aux coordinations entre les différentes représentations :

> Un travail d'apprentissage spécifique centré sur la diversité des systèmes de représentation, sur l'utilisation de leurs possibilités propres, sur leur comparaison par mise en correspondance et sur leurs "traductions" mutuelles l'un dans l'autre semble nécessaire pour la favoriser. Or, lorsqu'un tel type de travail est proposé, on constate une modification complète dans les initiatives et dans les démarches des élèves pour effectuer des traitements mathématiques, pour effectuer des traitements mathématiques, pour les contrôler, pour la rapidité d'exécution et aussi pour l'intérêt pris à la tâche. Il n'y a pas seulement réussite, mais modification de la qualité des productions. (Duval, 1995, p. 6)

Le temps d'enseignement

Augmenter la quantité de temps consacré à l'apprentissage et rendre ce temps plus productif sont des indices pour rendre l'apprentissage plus facile (Walberg, 1993). De plus, il ne suffit pas seulement d'allouer plus de temps d'enseignement en répétant la même chose, mais de différencier aussi l'enseignement, c'est-à-dire de changer l'approche d'enseignement (Walberg, 1993). Par exemple, cela peut se faire en différenciant les stratégies d'enseignement, qui seront décrites sous peu. Dans la présente recherche, l'exploitation des différents registres de représentation sémiotique est utilisée comme moyen principal de différencier l'enseignement du concept de la proportionnalité.

Le temps d'enseignement selon Eurydice (2003) est le « nombre d'heures d'enseignement (face à la classe). Le temps d'enseignement est calculé en multipliant le nombre de leçons par la durée d'une leçon (en minutes) et en divisant le produit par 60. Il peut être défini sur une base hebdomadaire ou annuelle » (p. 6). Le Ministère de l'Éducation du Québec (1997) précise que « le calcul du temps d'enseignement est basé sur le nombre annuel d'heures qu'un enseignant consacre à donner son cours » et non aux autres tâches dont la planification et la correction (p. 2). L'importance de l'apprentissage du concept de la proportionnalité est tellement grande que l'apprentissage mérite tout le temps et les efforts nécessaires pour assurer son bon développement (Ilany, Keret & Ben-Chaim, 2004). D'autres recherches portant sur l'influence du temps d'enseignement sur l'apprentissage du concept de la proportionnalité n'ont pas pu être trouvées. Même si la différenciation adéquate du temps d'enseignement devrait favoriser l'apprentissage du concept de la proportionnalité selon l'hypothèse de recherche, les stratégies d'enseignement et d'apprentissage ne sont pas à être ignorées.

Les stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Finalement, il n'y a pas que les différents registres de représentation sémiotique pour différencier l'apprentissage, mais également les stratégies d'enseignement et d'apprentissage. Weinstein et Mayer (1986 : cités dans Boulet, 1998) définissent la première par les « interventions externes associées à la présentation de certains contenus d'apprentissage à un moment donné et d'une façon donnée » et la deuxième les activités commencées par l'apprenant dans le but de réviser, élaborer ou organiser les contenus présentés (p. 3). Weinstein et Mayer (1986 : cités dans Archambault et Chouinard, 1996) définissent les stratégies d'apprentissage comme les « comportements et les pensées de l'élève alors qu'il apprend. Elles ont pour fonction d'influencer ses états affectifs et sa motivation ainsi que sa façon de sélectionner, d'organiser et d'intégrer les connaissances et les habiletés » (p. 84). Les stratégies d'enseignement et d'apprentissage facilitent également la différenciation de l'apprentissage. Les stratégies d'apprentissage sont séparées en stratégies cognitives, métacognitives, affectives et de gestion des ressources. Des exemples de stratégies cognitives sont les stratégies de répétition, d'élaboration, d'organisation, de généralisation, de discrimination et de compilation de connaissances (Boulet, 1998).

Les stratégies d'enseignement et d'apprentissage ne font pas explicitement partie de la problématique de cette recherche, mais il m'apparaît essentiel de les mentionner puisqu'elles font partie intégrante de l'activité de l'apprentissage dans toute salle de classe. Ce sont des variables propres à tout élève et enseignant qui peuvent influencer la réussite d'apprentissage. Voici quelques exemples de stratégies d'enseignement et d'apprentissage mises en relation avec les registres de représentation sémiotique qui ont été exploitées lors de la différenciation du temps d'enseignement.

Un exemple de stratégie d'enseignement utilisée dans la présente recherche est d'espacer les cours donnés sur un même processus. Walberg (1993) constate qu'espacer les leçons sur plusieurs périodes ou séances d'étude est plus efficace que de passer la même quantité de temps sur une période condensée. Donc, de différencier le temps d'enseignement et les registres de représentation sémiotique pourrait possiblement favoriser l'apprentissage. En effet, avoir deux leçons espacées est à peu près deux fois plus efficace que deux leçons successives, même si elles occupent le même temps d'enseignement (Walberg, 1993). Dempster (1987) souligne que la réussite après une leçon condensée est seulement légèrement mieux réussie qu'un seul cours avec un temps d'enseignement moindre. Bien sûr, les cours condensés ont tendance à être répétitifs et l'avantage d'espacer les cours est que l'élève peut être plus intéressé la deuxième fois, après un laps de temps (Walberg, 1993).

Un exemple de stratégie d'apprentissage utilisée dans cette recherche est le rajout d'éléments sur l'aide-mémoire des élèves lors de la révision des processus en utilisant divers registres de représentation sémiotique. L'aide-mémoire de l'élève consiste en une feuille de couleur dont le format du papier est lettre. Sur cette feuille, les élèves peuvent écrire ce qu'ils désirent et s'en servir lors de leurs apprentissages et de leurs évaluations, soit en tout temps. Un aide-mémoire bien construit est un outil remarquable autant dans l'élaboration que dans son utilisation lors d'une évaluation.

En définitive, l'élaboration du cadre théorique a permis de constater l'importance de la mathématique comme discipline, notamment le concept de la proportionnalité et son évaluation à l'aide des trois compétences disciplinaires. L'apprentissage de ce concept pourrait se voir faciliter en exploitant les quatre registres de représentation sémiotique, le temps d'enseignement et les stratégies d'enseignement et d'apprentissage. La Figure 2 ci-contre rappelle toutes les sections du cadre théorique. Elles sont placées dans l'ordre qu'elles ont été présentées dans cette partie selon la suite logique du texte. Comme la partie de l'énoncé de la problématique, la première section est plus générale et plus le texte découle, plus les sections deviennent dépendantes l'une de l'autre et plus précises.

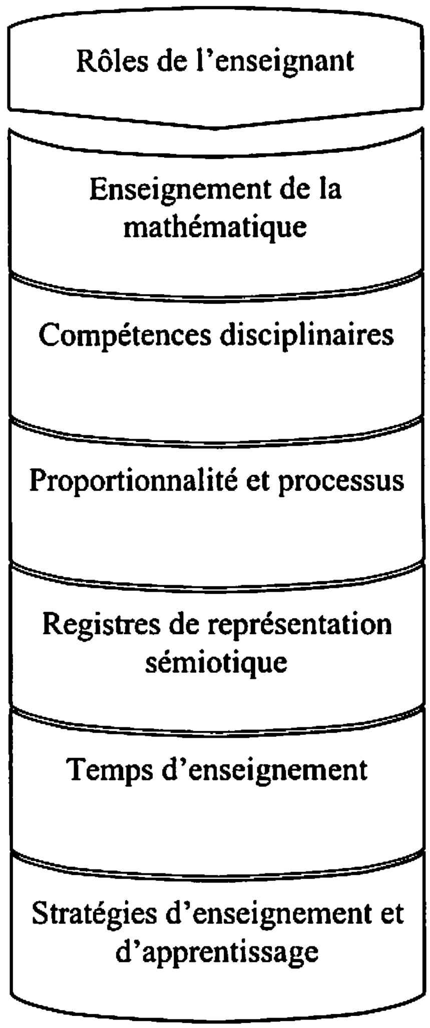


Figure 2. Les concepts-clés du cadre théorique.

CHAPITRE III

MÉTHODOLOGIE

Cette partie comporte une description des choix méthodologiques, des participants, des instruments de collecte, du déroulement de la collecte des données, des modalités d'analyse, critères de scientificité et des considérations éthiques. Toutes ces sections, sauf la section des considérations éthiques, seront séparées en deux sous-sections, soit la phase quantitative pour débuter, puis la phase qualitative.

Choix méthodologiques

La présente recherche se fait dans le but de favoriser l'apprentissage du concept de la proportionnalité par les élèves puisqu'il est essentiel dans la vie quotidienne et à la réussite d'apprentissages ultérieurs en mathématique. Plus précisément d'*examiner si le temps d'enseignement alloué à chaque processus du concept de la proportionnalité a un impact sur l'apprentissage de chacun des processus* et de *déterminer les registres de représentation sémiotique les plus appropriés à mettre en œuvre pour différencier le temps d'enseignement de chaque processus du concept*. Selon mon expérience et les recherches réalisées sur ce concept, nous, les enseignants, n'exploitons pas toujours assez les différents registres de représentation sémiotique, qui devraient faciliter l'apprentissage de ce concept. De plus, nous aurions peut-être avantage à ajuster davantage le temps d'enseignement alloué à chaque processus du concept aux besoins des élèves.

Afin de vérifier mes hypothèses et d'examiner l'impact du temps d'enseignement sur l'apprentissage de chacun des processus, j'ai voulu recueillir des données quantitatives provenant de travaux réalisés par les élèves à différents moments de leur apprentissage du concept de la proportionnalité. Les instruments de collecte créés couvraient les quatre registres de représentation sémiotique du concept de la proportionnalité afin d'en déterminer les plus appropriés à mettre en œuvre pour différencier le temps d'enseignement de chaque processus du concept. Les données quantitatives étaient pour moi les résultats principaux, parce qu'ils me sont plus représentatifs. J'ai tout de même considéré important d'impliquer davantage les élèves. Grâce à des entrevues individuelles semi-dirigées, je souhaitais connaître et comprendre leurs perceptions du temps d'enseignement passé à l'apprentissage de chacun des processus du concept. La recherche s'est donc déroulée en deux phases à l'aide d'une approche mixte.

Puisque j'enseigne aux élèves ciblés par la recherche, soit des élèves de la deuxième année du 1er cycle du secondaire, la collecte des données s'est faite avec le plus grand nombre d'élèves possible au cours de l'hiver 2008 en essayant de diminuer le nombre de variables pour mieux contrôler les résultats. J'ai donc choisi de prendre tous mes élèves de la deuxième année du 1er cycle du secondaire comme groupe quasi expérimental, donc deux groupes-classes, et de trouver un groupe témoin comparable. La première phase de la recherche est quantitative grâce à des Évaluations et des Productions mathématiques complétées par les élèves et la deuxième phase, une approche qualitative de type interprétative, est venue compléter à l'aide d'entrevues en cherchant à expliciter davantage les résultats trouvés lors de la première phase.

Phase quantitative

Comme l'objectif général de recherche visait à décrire l'incidence du temps d'enseignement accordé à chaque processus du concept de la proportionnalité sur l'apprentissage de l'ensemble du concept, il m'a semblé nécessaire d'avoir deux regroupements d'élèves vivant un temps d'enseignement différent, soit un groupe quasi expérimental et un groupe témoin. Il m'apparaissait aussi important d'évaluer les connaissances antérieures des élèves sur le concept avant l'enseignement et de réévaluer leurs connaissances du concept après l'enseignement, afin de pouvoir comparer avec leur note du départ. Le concept de la proportionnalité est parfois présenté au primaire ou aux élèves de la première année du 1^er^ cycle du secondaire. Les Évaluations 1 et 2 ont été créées à cet effet, c'est-à-dire d'évaluer leurs connaissances du concept de la proportionnalité avant et après l'enseignement. Les questions des Évaluations couvrent tous les processus et registres de représentation sémiotique.

Ensuite, afin d'examiner si le temps d'enseignement alloué à chaque processus du concept de la proportionnalité a un impact sur l'apprentissage de chacun des processus, les Productions mathématiques 1, 2 et 3 ont été créées afin d'évaluer les connaissances des élèves après l'enseignement de chacun des processus. De plus, elles servent à évaluer les besoins des élèves en rapport aux registres de représentation sémiotique et en temps d'enseignement lorsque la différenciation du temps d'enseignement fut nécessaire.

Finalement, le dernier objectif de la recherche se proposant de déterminer les registres de représentation sémiotique les plus appropriés à mettre en œuvre pour différencier le temps d'enseignement de chaque processus du concept de la proportionnalité, je me suis assuré de développer des instruments de collecte (les Évaluations et les Productions mathématiques) qui représentent bien les quatre registres de représentation sémiotique.

Phase qualitative

L'entrevue individuelle semi-dirigée avec quelques élèves ciblés fut utilisée. Ceci afin de clarifier leurs préférences quant aux registres de représentation sémiotique utilisés lors de la passation de l'Évaluation 2 et lors de l'apprentissage, et ce, pour chacun des processus. Les élèves ont également donné leur impression quant à la quantité de temps d'enseignement alloué à l'apprentissage de chacun des processus.

Participants

Quatre groupes-classes d'élèves de la deuxième année du 1er cycle du secondaire ont été sollicités pour cette recherche, soit 118 élèves au total. C'est un échantillonnage intentionnel. J'avais deux groupes-classes à ma tâche d'enseignante, donc ils ont été ciblés comme groupe quasi expérimental. Puisque la recherche vise à modifier le temps d'enseignement, il y avait deux regroupements d'élèves, soit deux groupes-classes vivant une différenciation du temps d'enseignement (groupe quasi expérimental) et deux groupes-classes suivant la séquence d'enseignement habituelle (groupe témoin). Mes deux groupes-classes devaient vivre la même expérience d'enseignement, donc je ne pouvais pas différencier le temps d'enseignement pour un groupe-classe et pas l'autre, et ce, afin de respecter les règles de l'éthique, pour répondre aux objectifs de la recherche et avoir une certaine cohérence lors de la collecte des données. Cette mesure de précaution a également été prise afin de ne pas avantager certains élèves d'une même enseignante, ce qui explique la raison pour laquelle une collègue de travail, ainsi que ses élèves, furent sollicités comme participants à la recherche.

Cette collègue de travail, nommons-la Marianne pour conserver l'anonymat, a été choisie entre autres parce que nous avons un style d'enseignement semblable. Marianne avait quatre groupes-classes de la deuxième année du 1er cycle du secondaire à sa tâche d'enseignante. Seulement deux de ses quatre groupes-classes ont été choisis afin d'essayer de représenter le même nombre d'élèves que le groupe quasi expérimental. Nous avons comparé nos horaires et sélectionné les deux groupes-classes en conséquence. Deux de ses groupes-classes avaient la même plage horaire que mes deux groupes-classes ne faisant pas partie des participants (des élèves de la première année du 1er cycle du secondaire), ce qui signifie que nous enseignions toujours en même temps avec ces groupes-classes. Nous avons éliminé ces deux groupes-classes de Marianne. En choisissant ses deux autres groupes-classes, qui avaient une plage horaire un peu différente de mes deux groupes-classes appartenant au groupe quasi expérimental, cela me permettait de rencontrer ses groupes-classes au besoin, durant mes périodes libres et vice-versa. La passation des entrevues en a d'ailleurs été facilitée puisque l'enseignante pouvait rester en classe avec ses élèves, alors que l'autre enseignante allait dans un autre local avec l'élève à interviewer.

Les élèves proviennent d'une école secondaire en Outaouais et sont âgés de 13 à 15 ans (quelques-uns sont des doubleurs). Les groupes-classes sont mixtes, dont 53 garçons et 65 filles au total. Cette variable n'a pas été contrôlée. Les familles des élèves sont généralement de statut économique moyen. Un consentement écrit (voir Appendice A) a été envoyé aux parents des élèves et il a été clairement spécifié aux élèves que leur participation ou non-participation à la recherche ne changeait rien à l'enseignement ou au travail exigé. Je me suis présentée dans tous les groupes-classes afin de présenter mon projet et m'assurer de répondre à toutes les questions des élèves. Sur les 118 élèves sollicités, 90 parents ont signé le consentement écrit, soit un taux de participation d'environ 76 %.

Phase quantitative

Les 90 élèves dont les parents ont consenti ont participé à cette phase de la recherche, soit 43 élèves dans le groupe quasi expérimental et 47 élèves dans le groupe témoin. Dans le groupe quasi expérimental, il y avait 18 garçons et 25 filles, comparativement à 18 garçons et 29 filles dans le groupe témoin.

Phase qualitative

La sélection des participants pour cette phase s'est faite à partir des 90 élèves dont les parents ont consenti. Deux élèves par groupe-classe, pour un total de huit élèves, furent ciblés pour les entrevues. Après avoir terminé la correction de l'Évaluation 2, à la fin de la phase quantitative, la note de chaque élève a été comparée avec sa note à l'Évaluation 1 à l'aide du logiciel Excel. Ceci afin de déterminer les élèves participants de chaque groupe-classe qui se sont le plus et le moins amélioré.

Tous les élèves approchés pour passer l'entrevue ont accepté, dont quatre garçons et quatre filles. Le consentement écrit incluait la participation à l'entrevue, mais la demande en personne de participer se voulait de vérifier si l'élève se sentait à l'aise avec l'enseignante qui allait l'interviewer. Il n'y a eu aucun abandon de participant durant ces deux phases.

Instruments de collecte

Plusieurs instruments de collecte ont été développés et utilisés lors de la collecte des données, soit des Évaluations, des Productions mathématiques, un guide d'entrevue et un journal de bord.

Phase quantitative

La première phase consiste en deux Évaluations et trois Productions mathématiques. Tout d'abord, précisons ce qu'est une Évaluation dans le contexte de cette présente recherche selon Legendre (2005).

> Cueillette et traitements d'informations qualitatives et/ou quantitatives ayant pour but d'apprécier le niveau d'apprentissage atteint par le sujet par rapport à des objectifs en vue de juger d'un cheminement antérieur et de prendre les meilleures décisions quant à un cheminement ultérieur. (p. 629)

La première Évaluation, nommée l'Évaluation des connaissances antérieures du concept de la proportionnalité (voir Appendice B), sert à évaluer les connaissances antérieures des élèves sur le concept de la proportionnalité et plus précisément en rapport aux trois processus représentés sur la Figure 1. Quant à la deuxième Évaluation, appelée l'Évaluation de l'apprentissage du concept de la proportionnalité (voir Appendice C), elle évalue la compréhension du concept de la proportionnalité après avoir reçu l'enseignement, toujours pour chacun des processus. L'Évaluation 1 et l'Évaluation 2 sont utilisées comme noms abrégés dans la présente recherche. Les deux Évaluations comportent 12 questions et sont pareilles, sauf pour leurs titres et le fait qu'elles ont été administrées à deux moments différents de la recherche, c'est-à-dire au départ et à la toute fin de la première phase. Les quatre premières questions des Évaluations font référence au premier processus, *comparaison de rapports et de taux* et chaque question est représentée par un registre de représentation sémiotique différent, soit linguistique, symbolique, tabulaire et graphique. Les quatre questions suivantes sont en lien avec le processus *reconnaissance d'une situation de proportionnalité, notamment à l'aide du contexte, d'une table de valeurs ou d'un graphique* et les quatre dernières questions concernant le processus *résolution d'une situation de proportionnalité*, toujours en exploitant les quatre différents registres de représentation sémiotique. La durée de passation des Évaluations 1 et 2 était prévue pour environ 60 minutes, mais la période complète (75 minutes) a été allouée.

Entre la passation des deux Évaluations, il y a eu trois Productions mathématiques : une Production mathématique qui évaluait le processus *comparaison de rapports et de taux* (voir Appendice D), une deuxième Production mathématique sur le processus *reconnaissance d'une situation de proportionnalité* (voir Appendice E) et la troisième Production mathématique pour évaluer le processus *résolution d'une situation de proportionnalité* (voir Appendice F). Afin d'abréger la lecture, appelons-les Productions mathématiques 1, 2 et 3 respectivement. Les Productions mathématiques sont des travaux de moins grande envergure que les Évaluations. Elles ont été créées afin d'évaluer les connaissances des élèves sur chacun des processus à la suite de l'apprentissage. Elles permettaient également de vérifier s'ils étaient prêts à passer à l'apprentissage du processus suivant ou si du temps d'enseignement supplémentaire était nécessaire pour le groupe quasi expérimental.

Chaque Production mathématique comporte cinq questions, même s'il y a quatre registres de représentation sémiotique. Tous les registres sont représentés pour chacune des Productions mathématiques et un registre s'y retrouve à deux reprises, selon la difficulté de la question. Donc, le registre représenté dans la question considérée plus difficile se fait attribuer une autre question. Pour les Productions mathématiques 1 et 3, c'est le registre symbolique qui est présent deux fois, alors que pour la Production mathématique 2, il s'agit du registre linguistique. Il a été estimé que chaque Production mathématique prend environ 20 minutes à compléter.

Chaque question évalue un registre de représentation sémiotique précis et tous les registres sont représentés dans chacune des Évaluations et des Productions mathématiques. Les questions des instruments de collecte ciblent des processus et des registres de représentation sémiotique précis, afin de pouvoir plus facilement comparer les résultats des élèves des deux regroupements (quasi expérimental et témoin), et ce, en vue de répondre aux objectifs de recherche. Les questions ont toutes été puisées dans deux manuels scolaires non utilisés par les élèves, afin de s'assurer que les élèves n'aient jamais vu les questions, soit *À vos maths* (Coupal, 2005) et *Perspective mathématique* (Guay, 2005). Les réponses attendues des élèves pour les deux Évaluations et les Productions mathématiques sont toutes à développement en exploitant les différents registres de représentation sémiotique et non des réponses fermées. Les élèves peuvent alors préciser leurs idées en mots, tables de valeurs, symboles mathématiques ou graphiques par exemple. Les Évaluations et les Productions mathématiques sont les mêmes pour les deux regroupements d'élèves. Elles évaluent toujours la deuxième compétence disciplinaire, *déployer un raisonnement mathématique,* et n'ont pas été utilisées pour évaluer les élèves sur le bulletin. La raison pour ceci est que tous les élèves de la deuxième année du 1er cycle du secondaire sont toujours évalués de la même façon, avec les mêmes évaluations, afin de pouvoir mieux les comparer en cas de besoin. Cependant, pas tous mes collègues de travail n'ont utilisé ces instruments de collecte avec leurs élèves. Les Évaluations et les Productions mathématiques ont donc servi comme instruments de collecte pour la recherche et comme outil de révision pour les élèves. Elles sont d'ailleurs des instruments d'évaluation utilisés de façon courante dans un cours de mathématique, puisqu'elles permettent aux élèves et aux enseignants d'évaluer les forces et les faiblesses des élèves avant l'évaluation. Cela donne des indices à l'enseignant à savoir ce qu'il doit réviser avec les élèves avant l'évaluation qui paraîtra au bulletin. Les élèves peuvent également étudier en conséquence.

Phase qualitative

La deuxième phase comprend des entrevues individuelles semi-dirigées avec huit élèves ciblés comme il fut mentionné dans la section précédente. L'objectif des entrevues est de clarifier davantage les résultats obtenus lors de la première phase et mieux répondre aux objectifs de la recherche à l'aide de la perception des élèves. Les thèmes du guide d'entrevue (voir Appendice G) sont les trois processus du concept de la proportionnalité. Chaque thème comporte quatre questions, qui se répètent pour chacun des thèmes, sauf en ce qui est en rapport au libellé du processus. Tout d'abord, l'intervieweur veut connaître, du point de vue de l'élève, la question que ce dernier a considérée comme la plus facile dans l'Évaluation 2 et la raison de son choix. Il en est de même pour la question que l'élève a trouvée la plus difficile. Par la suite, l'élève doit exprimer ce qui l'a aidé à comprendre le processus en se basant préférablement sur les registres de représentation sémiotique et finalement, ses commentaires envers le temps d'enseignement passé sur le processus.

Tout au long de la collecte des données, Marianne et moi-même avons également tenu un journal de bord détaillé incluant les activités d'apprentissage réalisées en salle de classe, l'utilisation du temps d'enseignement et tout autre commentaire ou point de vue jugé pertinent et ce, pour tous les élèves participants.

Déroulement

La collecte des données a débuté à la fin du mois de janvier en 2008 et s'est terminée en avril de la même année. Cette section sera explicitée à travers les deux phases (quantitative et qualitative) et la phase quantitative sera divisée en sous-sections pour décrire le déroulement de chaque instrument de collecte.

En début janvier, j'ai assisté Marianne dans son cours de mathématique avec chacun de ses deux groupes-classes ciblés par la recherche, en l'aidant à répondre à toutes les questions des élèves sur le processus à l'étude, la manipulation d'expressions algébriques. Ceci dans le but d'avoir une première approche avec ses élèves afin qu'ils se sentent plus à l'aise avec moi. Ensuite, quelques périodes plus tard, je me suis présentée dans un de leurs cours de mathématique et je leur ai expliqué le projet de recherche et ses objectifs, appuyés par le consentement écrit que les élèves devaient faire signer par leurs parents. Cette procédure a été reproduite avec tous les groupes-classes ciblés. Le début du mois de janvier a servi à recueillir les consentements écrits signés par les parents et à répondre aux questions des élèves concernant l'étude. Voyons maintenant comment s'est déroulée la collecte des données.

Phase quantitative

Évaluation 1. La première étape consistait à évaluer les connaissances antérieures des élèves dans le cadre de leur cours de mathématique habituel. Cette première Évaluation a duré toute la période, soit environ 65 minutes, et ce, après avoir expliqué l'objectif de l'Évaluation 1 et les consignes. Les consignes étaient simples : le travail devait se faire individuellement, en silence, ils devaient laisser toutes les traces de leurs démarches et ils avaient le restant de la période pour compléter l'Évaluation 1. Mentionnons que les périodes de classe à cette école durent 75 minutes et qu'il y en a quatre par jour. Les enseignantes n'ont répondu qu'aux questions concernant le vocabulaire afin que les notes de l'Évaluation 1 reflètent seulement les connaissances antérieures des élèves. Elles ont également dû inscrire au tableau les coordonnées des trois points du graphique au numéro quatre de l'Évaluation 1 parce qu'elles portaient un peu à confusion, manquant un peu de précision. Il faut noter que peu importe si l'élève était participant ou non, le travail demandé était le même. Lors de cette première période de cours, l'échéancier et les pages de théorie furent distribués aux élèves. Remarquez que dans la section du déroulement, lorsque le sujet sera les enseignants au féminin pluriel, il s'agit de Marianne et moi-même, les deux enseignantes participantes à la recherche, à moins d'avis contraire.

L'échéancier (voir Appendice H) est un document qui indique aux élèves les concepts et processus à l'étude, les numéros à compléter dans le manuel scolaire et les pages de devoirs à faire dans leur cahier d'exercices pour le Panorama (chapitre dans le manuel scolaire Panoram@th) en cours. En début d'année, toutes les enseignantes de la deuxième année du 1er cycle du secondaire de l'école ciblée se rassemblent et créent des échéanciers pour chacun des Panoramas du manuel. Chaque élève a une copie de cet échéancier, ce qui lui permet de le situer dans ses apprentissages. Sur l'échéancier de l'enseignante se rajoute le temps d'enseignement approximatif à respecter pour chacun des processus afin qu'il y ait assez de temps dans l'année scolaire pour couvrir toute la matière.

Les pages de théorie du Panorama 11 (voir Appendice I) distribuées aux élèves se trouvent à être une copie du Calepin des savoirs (pages de notes de cours dans le manuel scolaire Panoram@th) sur laquelle se rajoutent des notes personnelles des élèves ou de l'enseignante lors de l'enseignement de la matière.

Production mathématique 1. L'enseignement du premier processus, *comparaison de rapports et de taux,* a eu lieu à la période suivant la passation de l'Évaluation 1, donc la deuxième période de cours de la séquence d'enseignement, en commençant par une situation-problème, afin de démontrer l'utilité du concept. Pour une meilleure compréhension, il est essentiel de discuter ici de la façon avec laquelle l'enseignement de chacun des processus a été abordé par les enseignantes et l'approche du manuel scolaire Panoram@th. Ceci à travers chaque sous-section de la phase quantitative, puisqu'il sera possible d'exposer brièvement la façon dont l'enseignement du concept à l'étude a eu lieu et les registres de représentation sémiotique utilisés.

Selon l'échéancier, les élèves commencent par faire la SP (situation-problème) à la page 105 de leur manuel. Les situations-problèmes portent sur des sujets variés et collés à la réalité des élèves. Elles permettent aux élèves de construire leurs connaissances en découvrant, en comprenant et en s'appropriant les concepts et les processus mathématiques. L'activité choisie par les enseignantes pour le premier processus est une mise en situation simple et non une vraie situation-problème pour ces élèves, c'est pour cela que le terme activité est plutôt utilisé. Cette activité fait découvrir aux élèves les rapports entre les différentes parties du corps humain. L'activité veut amener les élèves à comparer et à ordonner des rapports. Elle les initie également aux différentes notations d'un rapport : les deux-points (1:2) et la barre de fraction (1/2). Les élèves apprennent également la façon d'exprimer un rapport en mots (registre linguistique). Après que les élèves ont complété l'activité, l'enseignante et le groupe-classe discutent des réponses trouvées et l'enseignante commence alors l'introduction des concepts à découvrir à l'aide du Calepin des savoirs. Le premier concept est celui de rapport. Il est « un mode de comparaison entre deux quantités ou deux grandeurs de même nature exprimées dans les mêmes unités et qui fait intervenir la notion de division » (Boivin et al., 2006, p. 107). Le concept suivant est celui de taux, qui est presque identique, si ce n'est que le premier utilise deux quantités ou deux grandeurs dont les unités sont identiques, alors que pour le taux, les unités sont différentes. Par la suite, les enseignantes expliquent comment produire un taux unitaire, et des taux et des rapports équivalents, afin de faciliter l'enseignement de la comparaison de rapports et de taux. Deux stratégies sont montrées pour ce dernier concept, soit de porter les rapports ou les taux au même dénominateur ou de calculer leurs quotients afin de pouvoir les comparer. En résumé, les élèves devraient pouvoir se familiariser avec les concepts de rapport et de taux en établissant des rapports et des taux équivalents, en transformant les taux en taux unitaires et en utilisant diverses stratégies afin de comparer des rapports ou des taux.

Une fois l'enseignement de ces concepts terminé, les élèves font des exercices et des problèmes contextualisés permettant de développer les compétences disciplinaires et de consolider leurs apprentissages. C'est l'objectif de ce qui est appelé Coup d'œil sur l'échéancier. Il s'agit d'une section dans le manuel Panoram@th qui présente aux élèves une série d'exercices et de problèmes contextualisés selon un ordre croissant de difficulté (voir Appendice J pour un exemple de question qui relève de ce processus).

Finalement, les élèves doivent également compléter un devoir afin de bien réviser les concepts. Ils répondent à toutes les questions inscrites sur l'échéancier dans leur cahier d'exercices Panoram@th acheté en début d'année. Ce devoir est étalé sur quelques périodes, selon le temps accordé à chaque processus. Les questions du cahier d'exercices couvrent toute la théorie et passent des questions plus faciles aux plus difficiles.

Cette manière d'aborder l'enseignement, soit la mise en situation, la présentation des concepts, les questions du Coup d'œil et les devoirs sont un aperçu de la façon dont procèdent les enseignantes. Ensuite, il y a la gestion de classe, les présences à prendre, l'humeur du groupe-classe, l'humeur de l'enseignante, les consignes, les rappels, la suppléance, la correction, les absences des élèves, les retards des élèves et autres qui viennent déranger, changer ce fonctionnement et prendre du temps dans la période. Donc même si nous, les enseignantes, répétions quatre fois le même cours pour quatre groupes-classes différents, il est fort probable que l'ordre des activités dans la même période de temps ne soit pas le même en fonction du temps de la journée (élèves plus distraits en fin de journée par exemple) ou toute autre raison nommée ci-dessus, ce sont des variables non contrôlables.

Une fois que le temps d'enseignement du premier processus fut écoulé selon l'échéancier de l'enseignante, soit de trois périodes de classe, tous les élèves, tous groupes-classes confondus, ont fait la Production mathématique 1. Comme pour tous les instruments de collecte, l'enseignante n'a répondu qu'aux questions relevant du vocabulaire et non aux questions de mathématique afin de refléter les connaissances des élèves seulement. Les enseignantes ont dû inscrire au tableau les coordonnées des trois points du graphique au numéro cinq parce qu'elles portaient un peu à confusion, manquant un peu de précision. De plus, plusieurs élèves ont demandé la signification du mot *constant*. Les synonymes suivants ont été donnés : semblables, toujours pareils et équivalents. La Production mathématique 1 a duré environ 20 minutes. Le reste de la période s'est déroulée à faire de la correction d'exercices faits en classe ou encore de revoir des évaluations corrigées du Panorama précédent.

J'ai corrigé toutes les Évaluations et les Productions mathématiques des quatre groupes-classes afin d'assurer une correction la plus conforme possible pour toutes les copies. Elles ont toujours été corrigées par rapport à la compétence *déployer un raisonnement mathématique* à l'aide de la grille d'évaluation élaborée et utilisée par les enseignants de mathématique du premier cycle cette année-là (voir Appendice K). La cote 1 ou 0 a été attribuée à chaque question lors de la correction. La cote 1 signifie que l'élève a compris suffisamment et a bien répondu à la question, alors que la cote 0 a été attribuée pour tous les autres cas. L'élève n'était pas pénalisé si la communication de sa réponse n'était pas claire (ce qui relèverait plutôt de la compétence *communiquer à l'aide du langage mathématique).* La correction des Productions mathématiques s'est faite le soir même qu'elles étaient complétées afin de déterminer si le groupe quasi expérimental, donc les deux groupes-classes qui avaient un temps d'enseignement différencié, pouvait passer à l'apprentissage du processus suivant. Le soir, une fois la correction terminée, les cotes pour chacune des questions étaient reproduites et comptabilisées dans un fichier Excel. À ce moment, il était possible de déterminer le ou les registres de représentation sémiotique moins réussis. Si plus d'un élève participant et appartenant au groupe quasi expérimental n'avait pas réussi au moins trois questions sur cinq (60 %) pour chacune des Productions mathématiques, il y avait alors différenciation du temps d'enseignement. Le groupe témoin passait à l'apprentissage du processus suivant, peu importe les notes des Productions mathématiques. Le seuil de 60 % a été retenu puisqu'il est la note de passage dans cette école et que les élèves s'y associent de façon intuitive.

Lors de l'analyse partielle des résultats grâce au logiciel Excel, il s'est avéré nécessaire de différencier le temps d'enseignement pour chacun des processus. L'enseignement était alors différencié en fonction des différents registres de représentation sémiotique et des stratégies d'enseignement et d'apprentissage. Les autres élèves, ayant réussi à plus de 60 %, s'exerçaient à passer d'un registre de représentation sémiotique à l'autre (la conversion) ou encore effectuaient des fiches d'enrichissement incluses dans le guide d'enseignement de la collection Panoram@th. Le temps d'enseignement maximum pouvant être rajouté à la séquence d'enseignement habituelle pour chacun des processus était de quatre périodes de mathématique de 75 minutes. Ce maximum fut établi afin de ne pas pénaliser les groupes-classes qui vivaient de la différenciation du temps d'enseignement à la fin de l'année scolaire par un manque de temps pour couvrir et réviser toute la matière. Le temps d'enseignement nécessaire à ajouter pour chacun des processus fut déterminé selon le besoin des élèves, et ce, jusqu'à la compréhension satisfaisante (60 %) du processus en respectant le maximum de temps pouvant être ajouté.

En réalité, comme mentionné, l'enseignement du processus *comparaison de rapports et de taux* a dû être prolongé d'une période pour les deux groupes-classes du groupe quasi expérimental. Durant cette période, il y a eu révision de la théorie avec les élèves à l'aide de fiches telles que le Calcul mental et la Consolidation offerts dans le guide d'enseignement. La première améliore leurs connaissances sur les nombres et les opérations mathématiques sans l'emploi de la calculatrice, tout en revoyant les concepts. La fiche Consolidation présente des exercices et problèmes du même niveau de complexité que les exercices du Coup d'œil. Dans la Production mathématique 1, ce sont les questions qui relevaient des registres linguistique et graphique qui étaient les moins réussies. Lors de la révision de la théorie et de la correction des fiches, j'ai donc insisté sur ces deux registres.

Production mathématique 2. Une fois la Production mathématique 1 terminée pour le groupe témoin et la différenciation du temps d'enseignement achevée pour le groupe quasi expérimental, les enseignantes ont procédé à l'enseignement du processus suivant, la *reconnaissance d'une situation de proportionnalité, notamment à l'aide du contexte, d'une table de valeurs ou d'un graphique.* L'objectif est d'amener les élèves à interpréter et communiquer clairement un message à caractère mathématique puisqu'ils recourront à différents modes de représentation. Les deux types de transformations dans les différents registres de représentation sémiotique sont beaucoup travaillés, soit le traitement et la conversion.

La mise en situation pour ce processus était une situation-problème qui impliquait une règle algébrique, une table de valeurs, un graphique et des mots, donc les quatre registres de représentation sémiotique. Elle était suivie d'une activité plus simple et sans règle algébrique qui visait à faire ressortir les caractéristiques d'un graphique et d'une table de valeurs représentant une situation de proportionnalité. Ensuite, les enseignantes ont introduit le concept de proportion, appuyées par les pages de théorie déjà distribuées aux élèves. Une situation de proportionnalité est alors présentée à l'aide d'une table de valeurs où l'on introduit les concepts de coefficient de proportionnalité, de rapport de proportionnalité et de la représentation graphique. Finalement, les enseignantes montrent un exemple de table de valeurs et de représentation graphique d'une situation inversement proportionnelle.

Les questions à compléter dans la section Coup d'œil du manuel scolaire et les questions du devoir dans le cahier d'exercices de l'élève couvrent tous les registres de représentation sémiotique (voir Appendice J pour un exemple de question qui relève de ce processus).

Durant les périodes consacrées à l'enseignement du deuxième processus, il y a eu des activités routinières telles que la correction des exercices du Coup d'œil et des devoirs. Il y a également eu un retour sur la correction des Productions mathématiques 1 et au besoin, un retour rapide sur les concepts.

L'enseignement de ce processus, incluant le temps passé au travail individuel dans le manuel scolaire, a duré trois périodes, toujours en respectant l'échéancier établi entre les enseignantes de la deuxième année du 1er cycle. La période précédente, où les élèves devaient compléter la Production mathématique 2, les enseignantes ont rappelé aux élèves qu'ils pouvaient utiliser leur aide-mémoire en tout temps, donc de ne pas oublier d'en produire un en devoir ou encore de compléter celui déjà commencé. Les élèves ont l'habitude d'employer cet outil depuis le début de l'année. Depuis quelques années, les élèves de la deuxième année du 1er cycle du secondaire ont le droit d'utiliser un aide-mémoire lorsqu'ils complètent leur évaluation bilan de fin de cycle en fin d'année. Les enseignantes de l'école ciblée enseignant aux élèves de la deuxième année du 1er cycle du secondaire ont donc décidé de laisser la possibilité aux élèves de l'utiliser durant toute l'année afin qu'ils puissent s'exercer à le créer, mais également à l'utiliser. L'aide-mémoire est une seule feuille de grandeur standard sur laquelle les élèves peuvent écrire à la main tout ce qu'ils désirent et l'amener lorsqu'ils effectuent tout travail, même les évaluations. En début d'année, ils ne peuvent écrire que d'un côté de la feuille, mais vers la mi-année, il est possible pour eux d'écrire des deux côtés de la feuille, considérant la quantité de concepts couverts.

Une fois les trois périodes passées sur le deuxième processus, il y a donc eu la passation de la Production mathématique 2, qui a duré environ 20 minutes. Le début de cette période a consisté à corriger les exercices et devoirs complétés par les élèves et ce, pour les quatre groupes-classes ciblés. Les élèves avaient alors une dernière chance de réviser et poser des questions à l'enseignante avant la Production mathématique 2.

Les Productions mathématiques permettent de comparer les notes des élèves entre les groupes-classes avec et sans différenciation du temps d'enseignement, mais surtout d'évaluer les besoins des élèves quant au temps d'enseignement et le ou les registres de représentation sémiotique à revoir. Finalement, elles peuvent également cibler dans le groupe quasi expérimental les élèves participants ayant besoin d'un temps d'enseignement différencié et d'une aide plus personnalisée.

Une fois la correction de la Production mathématique 2 terminée, les notes des élèves participants du groupe quasi expérimental m'ont fait remarquer que les élèves avaient besoin d'un temps d'enseignement différencié. Une période supplémentaire a suffi pour étudier les registres linguistique et symbolique, mais surtout ce dernier. Les élèves ont travaillé durant toute la période sur la fiche Consolidation et j'ai circulé dans la classe et aidé quelques élèves ciblés selon leurs notes aux Productions mathématiques 1 et 2 qui semblaient éprouver beaucoup de difficulté à comprendre la théorie à l'étude. À la fin de la période, la correction de cette fiche a été faite en groupe afin de permettre un retour sur la matière et discuter en groupe de ce que les élèves avaient inscrit sur leur aide-mémoire. En groupe, nous avons regardé si l'aide-mémoire avait été utile et sinon, quelles stratégies utiliser afin de le rendre plus facile à comprendre (surligner les mots importants, rajouter des titres, des dessins, des exemples, etc.).

Production mathématique 3. Lors de l'apprentissage du troisième processus, la *résolution d'une situation de proportionnalité*, les enseignantes utilisent quatre stratégies pour résoudre des problèmes qui comportent une situation de proportionnalité, dont le retour à l'unité, le coefficient de proportionnalité, le facteur de changement, et le produit des extrêmes et produit des moyens (Boivin et al., 2006). Ces stratégies servent entre autres à vérifier si une situation donnée est proportionnelle ou non et à trouver les valeurs manquantes dans des situations de proportionnalité.

La première situation-problème réalisée par les élèves et qui facilite la mise en situation du concept, leur demande de trouver une stratégie pour trouver la hauteur d'une antenne sans pouvoir y monter. Les informations données sont la taille d'une personne et les mesures de l'ombre de la personne et de celle de l'antenne. Les élèves doivent avant tout reconnaître qu'il s'agit d'une situation de proportionnalité, puis calculer le terme manquant (par exemple, multiplier la taille de la personne par le quotient des ombres de l'antenne et de la personne). Une activité par la suite fait découvrir la stratégie du produit des extrêmes et du produit des moyens. La théorie de la résolution d'une situation de proportionnalité est alors présentée sous forme de quatre stratégies afin de résoudre une situation de proportionnalité.

La première stratégie, le retour à l'unité, s'enseigne bien puisqu'il y a déjà plusieurs élèves qui l'utilisent de façon naturelle. Il s'agit de déterminer un rapport ou un taux équivalent dont le numérateur ou le dénominateur est un, qu'on utilise ensuite pour calculer la valeur manquante. La deuxième stratégie consiste à déterminer le coefficient de proportionnalité, enseigné lors de l'apprentissage du deuxième processus, à partir d'un rapport ou d'un taux connu pour alors calculer le terme manquant. La troisième stratégie, le facteur de changement, implique la multiplication du numérateur et du dénominateur du rapport ou taux donné par un même nombre différent de zéro afin de trouver la valeur manquante. Finalement, pour la quatrième stratégie, le produit des extrêmes et le produit des moyens, il s'agit de déterminer la valeur du terme manquant en calculant à partir de trois des quatre termes d'une proportion. C'est aussi ce que nous appelons plus communément le produit croisé ou la règle de trois. Pour certaines questions, une stratégie précise parmi les quatre est plus facile à utiliser et pour d'autres, plusieurs stratégies peuvent être employées selon les préférences de l'élève. Les exercices dans la section Coup d'œil revoient toutes les stratégies mentionnées (voir Appendice J pour un exemple de question qui relève de ce processus).

Trois périodes étaient prévues sur l'échéancier pour enseigner ce processus. Après ce temps, les élèves ont complété la Production mathématique 3. Les élèves ont eu 20 minutes pour l'effectuer. La correction d'exercices, une résolution de problème du prochain concept à couvrir ou encore des exercices de Consolidation ont été faits durant le reste de la période selon le groupe-classe.

Les élèves participants à la recherche et appartenant au groupe quasi expérimental ont nécessité du temps d'enseignement supplémentaire pour l'apprentissage de ce dernier processus. Une période et demie fut consacrée à revoir le registre de représentation sémiotique linguistique et également le registre tabulaire. Selon les notes de la Production mathématique 3, les élèves ont eu plus de difficulté avec ces registres. Durant ce temps supplémentaire, le concept de la proportionnalité a été revu à l'aide de l'aide-mémoire et du Calepin de savoirs avec tous les élèves du groupe quasi expérimental. Toutes leurs questions ont été répondues. Les élèves ont également complété les fiches Consolidation, Enrichissement et Calcul mental portant sur le troisième processus. Comme il a été mentionné, la fiche Consolidation présente des exercices et des problèmes du même niveau de complexité que les exercices du Coup d'œil, alors que la fiche Enrichissement leur présente plutôt des défis. Cette dernière fiche était pour les élèves qui avaient plus de facilité avec le concept, alors que la fiche Consolidation a été distribuée aux élèves en difficulté. Quant à la fiche Calcul mental, elle permet aux élèves de s'amuser en améliorant leurs connaissances sur les nombres et en développant des algorithmes d'estimation. Finalement, la correction de toutes ces fiches permettait un retour sur les difficultés qu'ont rencontrées les élèves lors de l'apprentissage du concept de la proportionnalité.

Évaluation 2. La période suivant la passation de la Production mathématique 3, les élèves du groupe témoin ont complété l'Évaluation 2. Quant aux élèves du groupe quasi expérimental, ils l'ont faite une fois que le temps d'enseignement avait été différencié selon les besoins des élèves participants. Les enseignantes ont dû inscrire au tableau les coordonnées des trois points du graphique au numéro quatre parce qu'elles portaient un peu à confusion, manquant un peu de précision. La période entière de 75 minutes a été allouée aux élèves pour compléter l'Évaluation 2.

La Figure 3 résume le déroulement de la recherche. Le *Quand?* dans la Figure 3 signifie qu'il n'était pas possible de savoir à l'avance le moment où l'enseignement du processus suivant aurait lieu durant la collecte des données pour le regroupement d'élèves vivant la différenciation du temps d'enseignement puisque le temps d'enseignement pouvait être différencié selon leurs besoins. La Production mathématique 1 s'est donc déroulée en même temps pour tous les élèves, mais la passation des Productions mathématiques 2 et 3 a été décalée pour le groupe quasi expérimental après avoir observé leurs résultats aux Productions mathématiques 1, 2 et 3. Finalement, l'Évaluation 2 a été complétée après la Production mathématique 3 et donc après l'enseignement des trois processus. Elle n'a pas été exécutée en même temps par les deux regroupements d'élèves puisqu'il a fallu plus de temps d'enseignement aux deux groupes-classes du groupe quasi expérimental (enseignement avec différenciation du temps d'enseignement) pour compléter l'apprentissage des trois processus du concept de la proportionnalité. La durée de la première phase fut de quatre semaines et demie pour le groupe témoin et de cinq semaines et demie pour le groupe quasi expérimental.

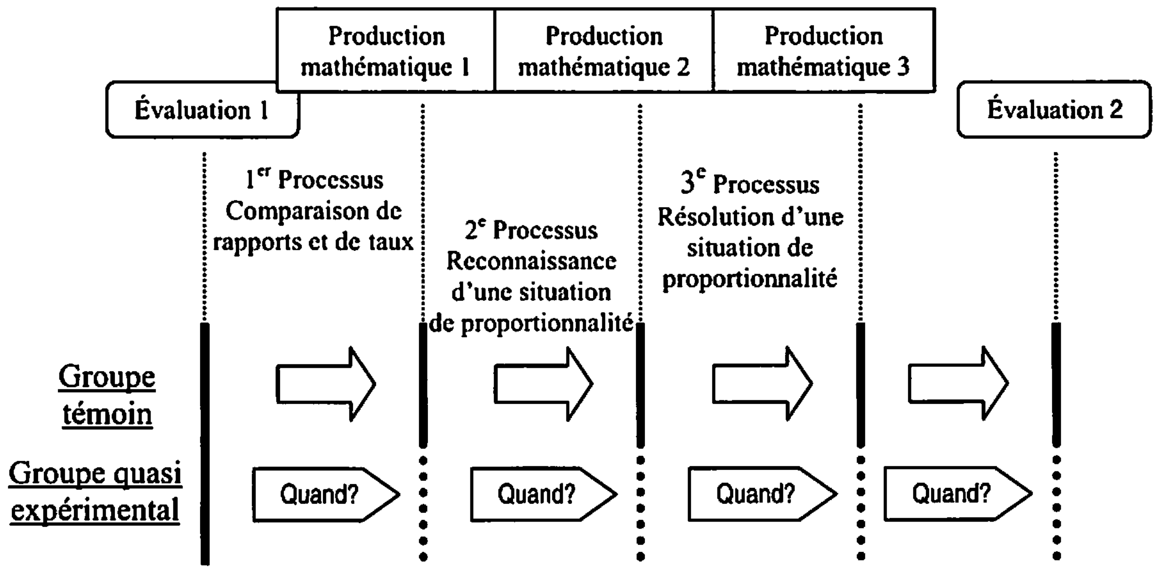


Figure 3. Le déroulement de la première phase de la recherche.

Phase qualitative

La deuxième phase a débuté dès que la correction de l'Évaluation 2 fut terminée. Lorsque les huit élèves ciblés pour l'entrevue furent déterminés, je me suis assurée auparavant auprès de Marianne que ses quatre élèves sélectionnés allaient être coopératifs lors de l'entrevue. Puisque je ne les connaissais pas personnellement, je voulais être certaine qu'ils n'allaient pas être trop gênés ou encore complètement désintéressés et fournir des réponses impropres. Une fois les élèves sélectionnés, je les ai approchés afin de leur donner le choix de participer ou non à l'entrevue, et ce, même s'il était mentionné dans le consentement écrit qu'il y avait une possibilité qu'ils participent aussi à une entrevue. En faisant de la sorte, j'espérais que les élèves se sentent plus à l'aise et impliqués. Les élèves approchés ont tous accepté. Les élèves n'ont ni su ni demandé comment ils ont été ciblés pour l'entrevue.

Les entrevues ont eu lieu environ deux semaines après que le dernier groupe-classe ait fait l'Évaluation 2, soit lorsque j'ai terminé la correction et approché les huit élèves ciblés pour participer aux entrevues. J'ai interviewé les quatre élèves de Marianne individuellement et en privé dans un autre local durant leur cours de mathématique habituel. Marianne a fait de même avec mes quatre élèves du groupe quasi expérimental. Les élèves avaient leur copie de l'Évaluation 2 corrigée durant l'entrevue afin de les guider dans leurs réponses. Les élèves n'avaient pas encore vu leur copie de l'Évaluation 2 corrigée et cette dernière n'avait pas encore été discutée en classe, elle a été présentée et expliquée à tous les élèves après l'administration de toutes les entrevues. Les entrevues ont duré environ quinze minutes par élève et elles furent enregistrées sur bande audio. Les élèves n'ont pas manqué d'enseignement durant leur absence de la salle de classe lors de la réalisation des entrevues. La période était consacrée à s'avancer dans leurs exercices dans leur manuel scolaire. Pour les élèves interviewés, le devoir à compléter à la maison s'est fait écourter un peu. Les questions du cahier d'exercices qui étaient semblables à celles complétées dans leur manuel scolaire durant le cours ont été enlevées. Ceci afin de ne pas les pénaliser par rapport au temps manqué en salle de classe.

Modalités d'analyse

Dans la présente section, la façon dont l'analyse a eu lieu sera toujours présentée pour les deux phases.

Phase quantitative

Les cotes 0 et 1 obtenues à chacune des questions des Évaluations et des Productions mathématiques des élèves participants ont tout d'abord toutes été inscrites dans un fichier Excel par groupe-classe. Le calcul du taux de réussite pour chacune des questions et chacun des instruments de collecte se faisait rapidement ainsi. Il était alors possible de déterminer si une différenciation du temps d'enseignement était nécessaire pour chacun des processus et si oui, quels étaient le ou les registres de représentation sémiotique qui nécessitait plus de travail puisque chaque question visait un registre précis. Si le taux de réussite de l'instrument de collecte était inférieur à 60 %, je vérifiais quelles questions avaient un taux de réussite inférieur à 60 %. Les registres de représentation sémiotique visés par ces questions moins bien réussies étaient alors davantage révisés durant la différenciation du temps d'enseignement.

Toutes les données saisies dans le logiciel Excel ont été traitées par le logiciel SPSS pour tabuler les statistiques descriptives et numériques. Ces analyses statistiques ont permis de vérifier l'hypothèse de la recherche, particulièrement en ce qui a trait à vérifier si l'apprentissage du concept de la proportionnalité est favorisé lorsqu'on différencie adéquatement le temps d'enseignement afin de donner l'occasion aux élèves de maîtriser chaque processus de ce concept. Chacune des questions a été étudiée pour toutes les Productions mathématiques et les Évaluations.

L'analyse des fréquences et donc des taux de réussite a été utilisée pour vérifier la réussite de chacun des registres de représentation sémiotique pour chacun des processus à travers toutes les Productions mathématiques et Évaluations. Ces résultats voulaient déterminer les registres de représentation sémiotique les plus appropriés à mettre en œuvre pour différencier le temps d'enseignement de chaque processus du concept de la proportionnalité, donc le deuxième objectif spécifique.

Le taux de réussite par question par instrument de collecte et par regroupement d'élèves (avec vs sans différenciation du temps d'enseignement) a ensuite été calculé pour comparer les résultats des deux regroupements d'élèves. Ceci dans le but de répondre au premier objectif spécifique, c'est-à-dire d'examiner si le temps d'enseignement alloué à chaque processus du concept de la proportionnalité a un impact sur l'apprentissage de chacun des processus.

Phase qualitative

Afin d'amener des précisions et connaître l'opinion des élèves concernant l'utilisation du temps d'enseignement et leurs préférences par rapport aux registres de représentation sémiotique, et ce, pour chacun des processus, des entrevues ont eu lieu avec huit élèves ciblés selon leurs notes aux Évaluations 1 et 2. Ceci s'est déroulé après la phase quantitative. Les huit entrevues ont été transcrites à l'aide du logiciel Word. L'entrevue comporte trois grands thèmes, dont les trois processus du concept de la proportionnalité.

L'analyse de contenu des questions 4, 8 et 12 du guide d'entrevue (voir Appendice G) pour chacune des entrevues, a permis de dégager l'opinion des élèves quant au temps d'enseignement vécu pour chacun des processus, grâce au logiciel Atlas-ti. L'élaboration des codes s'est effectuée à partir de la lecture des entrevues et le regroupement des opinions des élèves. Ils sont énumérés dans le Tableau 1 à la page 68.

Les codes relèvent de l'opinion des élèves concernant le temps d'enseignement alloué pour chacun des processus. Les chiffres 1, 2 et 3 font référence aux trois processus du concept de la proportionnalité selon l'ordre dans lequel ils ont été enseignés et présentés dans la Figure 1. Les codes *temps adéquat* et *temps pas adéquat* ont été employés afin d'indiquer l'opinion des élèves interviewés par rapport à la quantité de temps d'enseignement alloué. Les codes *différence temps* et *pas de différence temps*, indiquent si l'élève interviewé a remarqué une différence ou non dans le temps d'enseignement alloué à l'apprentissage de chacun des processus du concept. La fréquence des résultats pour chacun des codes a été utilisée pour déterminer leurs préférences. Les codes émergents sont *temps adéquat* et *pas de différence temps*.

Tableau 1

Codes utilisés pour la phase qualitative en lien avec le premier objectif

Temps adéquat 1	Temps adéquat 2	Temps adéquat 3
Temps pas adéquat 1	Temps pas adéquat 2	Temps pas adéquat 3
Différence temps 1	Différence temps 2	Différence temps 3
Pas de différence temps 1	Pas de différence temps 2	Pas de différence temps 3

L'analyse de contenu des autres questions du guide d'entrevue à l'aide du logiciel Atlas-ti a su déterminer la facilité ou non des élèves à répondre aux questions de l'Évaluation 2 pour chacun des trois processus. Cela a permis de déterminer les registres de représentation sémiotique considérés plus faciles ou difficiles par les élèves pour chacun des processus. À partir de la lecture des entrevues, les codes énumérés dans le Tableau 2 à la page suivante ont été élaborés. Les quatre registres de représentation sémiotique sont identifiés. Les chiffres 1, 2 et 3 se réfèrent encore aux trois processus du concept de la proportionnalité. La fréquence des résultats a également été utilisée avec ces codes afin de connaître les préférences des élèves. Les codes émergents en lien avec ce deuxième objectif sont *linguistique facile 1*, *linguistique difficile 3*, *symbolique facile 2*, *tabulaire facile 3*, *tabulaire difficile 2*, *graphique facile 2*, *graphique difficile 1* et *graphique difficile 3*. La fréquence de ces résultats présentée dans le chapitre des résultats et discutée davantage dans le chapitre de la discussion saura éclairer ce que signifie l'émergence de ces codes.

Tableau 2

Codes utilisés pour la phase qualitative en lien avec le deuxième objectif

Linguistique facile 1	Linguistique facile 2	Linguistique facile 3
Linguistique difficile 1	Linguistique difficile 2	Linguistique difficile 3
Symbolique facile 1	Symbolique facile 2	Symbolique facile 3
Symbolique difficile 1	Symbolique difficile 2	Symbolique difficile 3
Tabulaire facile 1	Tabulaire facile 2	Tabulaire facile 3
Tabulaire difficile 1	Tabulaire difficile 2	Tabulaire difficile 3
Graphique facile 1	Graphique facile 2	Graphique facile 3
Graphique difficile 1	Graphique difficile 2	Graphique difficile 3

Critères de scientificité

Dans cette section, j'explique comment j'ai tenu compte des critères de scientificité de la recherche qualitative/interprétative, ainsi que les mesures prises pour assurer la validité et la rigueur de la recherche. Bien sûr, « le chercheur ne peut valablement rapporter que sa propre expérience subjective du terrain » (Laperrière, 1997, p. 371).

La validité interne

Mon implication sur le terrain en tant que chercheure m'a avantagée puisque je pouvais vérifier immédiatement la validité de mes analyses, c'est-à-dire m'assurer de la justesse des résultats. Le journal de bord a beaucoup aidé à cet effet puisqu'il a servi comme moyen d'expliciter les phénomènes à l'étude et à prendre en note mes préoccupations et remarques afin de me mettre à jour avec mes questionnements préalables.

Les instruments de collecte des données (Évaluations, Productions mathématiques et guide d'entrevue) ont été validés par les deux directeurs de cette recherche, par Marianne et par une autre collègue de travail en mathématique enseignant à des élèves de la deuxième année du 1er cycle du secondaire dans une autre commission scolaire. Les objectifs de la recherche et le cadre théorique justifient l'utilisation de ces instruments de collecte.

Marianne a conduit les entrevues avec mes élèves et je les ai conduites avec les siens. Ceci a été fait afin d'éviter d'influencer les réponses des élèves puisqu'ils connaissent assez bien leur enseignante respective à ce moment-là de l'année scolaire (janvier).

Pour éviter l'effet de contamination, puisque les instruments de collecte ne pouvaient pas être administrés au même moment pour tous les élèves, la collecte des données a été menée rapidement et l'objectif de l'entrevue n'a pas été discuté avec les élèves. Le fait que les notes obtenues aux Évaluations et aux Productions mathématiques n'apparaissaient pas au bulletin a fait en sorte que les élèves ne se sont pas partagés les réponses entre les groupes-classes en dehors des cours de mathématique. Je dois supposer que les quatre groupes-classes ont les mêmes caractéristiques.

La validité externe

Cette sous-section spécifie les possibilités de la généralisation des résultats. L'échantillon consistant en 118 élèves dont 90 élèves consentants, les résultats ne peuvent pas être généralisés à la population. Toutefois, les résultats peuvent tout de même être très intéressants. Étant enseignante du groupe quasi expérimental et enseignant depuis quelques années à des élèves de la deuxième année du 1^er^ cycle du secondaire, je suis engagée dans le milieu. Les résultats pourront aider et être réinvestis dans l'enseignement du concept de la proportionnalité aux élèves de la deuxième année du 1^er^ cycle du secondaire dans les années ultérieures.

La fiabilité

La fiabilité vérifie que les résultats de la recherche ne sont pas accidentels et que d'autres chercheurs pourraient arriver aux mêmes conclusions s'ils utilisaient les mêmes procédés (Laperrière, 1997). Afin d'assurer une « cohérence entre les questions posées au départ de la recherche, l'évolution qu'elles ont subie tout au long, la documentation de cette évolution et les résultats de la recherche », j'ai discuté et confronté mes idées avec mes deux directeurs de recherche tout au long de la recherche (Savoie-Zajc, 2000, p. 192). Il y a également eu triangulation des méthodes en introduisant l'entrevue comme outil de collecte des données en plus des Évaluations et Productions mathématiques déjà existantes. La triangulation des méthodes propose d'utiliser plusieurs modes de collecte des données pour compenser les limites de chacune prise individuellement (Savoie-Zajc, 2000). Dans le cas de cette recherche, la triangulation des méthodes permet de vérifier la fiabilité des résultats, malgré plusieurs modes de collecte des données.

Considérations éthiques

La recherche est à risque minimal et un dossier a été présenté et approuvé par le comité éthique de l'Université du Québec en Outaouais. Un certificat d'éthique a été émis et la recherche respecte toutes les règles de l'éthique. Le consentement écrit des parents a été demandé pour tous les élèves, puisque la plupart ont 14 ans. Tous les instruments de collecte sont des instruments utilisés régulièrement dans un cours de mathématique et les élèves qui ont passé l'entrevue n'ont pas été pénalisés par le manque de temps d'enseignement afin de ne pas leur porter préjudice.

CHAPITRE IV

RÉSULTATS DE LA RECHERCHE

La présente partie sera divisée en trois grandes sections, soit une pour chaque objectif de la recherche, puis une troisième qui mettra en relation les résultats quantitatifs et qualitatifs relatifs aux deux objectifs.

Résultats sur la différenciation du temps d'enseignement

Tout d'abord, un rappel du premier objectif de la recherche, qui était d'*examiner si le temps d'enseignement alloué à chaque processus du concept de la proportionnalité a un impact sur l'apprentissage de chacun des processus*. Seront présentés dans cette section les résultats mis en évidence par la comparaison des taux de réussite, des corrélations et de la codification des entrevues pour les phases quantitative et qualitative du premier objectif de recherche.

Phase quantitative

Les variables utilisées sont identifiées dans le Tableau 3 à la page suivante. Il y a six catégories de variables (x, a, b, c, d et e). Les x représentent les deux sortes de groupe (quasi expérimental et témoin). Les a, b et c font référence aux Productions mathématiques 1, 2 et 3 respectivement, alors que les d et e font référence aux Évaluations 1 et 2. Pour chaque instrument de collecte (Évaluations 1, 2 et Productions mathématiques 1, 2 et 3), chaque question représente une variable, ainsi que sa note totale. Finalement, la variable e_{14} représente la différence entre les totaux des Évaluations 2 et 1. Chaque variable est détaillée, où cela est applicable, sur le numéro du processus, de la question et le registre de représentation sémiotique visé. Les L, S, T et G

font référence aux registres linguistique, symbolique, tabulaire et graphique respectivement.

Tableau 3
Identification des variables

Variable	Caractéristiques			
	Nom	Processus	Question	Registre
x_1	Groupe quasi expérimental	s/o	s/o	s/o
x_2	Groupe témoin	s/o	s/o	s/o
a_1	Production mathématique 1	1	1	L
a_2	Production mathématique 1	1	2	S
a_3	Production mathématique 1	1	3	S
a_4	Production mathématique 1	1	4	T
a_5	Production mathématique 1	1	5	G
a_6	Total obtenu pour la Production mathématique 1	1	s/o	s/o
b_1	Production mathématique 2	2	1	L
b_2	Production mathématique 2	2	2	S
b_3	Production mathématique 2	2	3	L
b_4	Production mathématique 2	2	4	T
b_5	Production mathématique 2	2	5	G
b_6	Total obtenu pour la Production mathématique 2	2	s/o	s/o
c_1	Production mathématique 3	3	1	L
c_2	Production mathématique 3	3	2	S

c_3	Production mathématique 3	3	3	S
c_4	Production mathématique 3	3	4	T
c_5	Production mathématique 3	3	5	G
c_6	Total obtenu pour la Production mathématique 3	3	s/o	s/o
d_1	Évaluation 1	1	1	L
d_2	Évaluation 1	1	2	S
d_3	Évaluation 1	1	3	T
d_4	Évaluation 1	1	4	G
d_5	Évaluation 1	2	5	L
d_6	Évaluation 1	2	6	S
d_7	Évaluation 1	2	7	T
d_8	Évaluation 1	2	8	G
d_9	Évaluation 1	3	9	L
d_{10}	Évaluation 1	3	10	S
d_{11}	Évaluation 1	3	11	T
d_{12}	Évaluation 1	3	12	G
d_{13}	Total obtenu pour l'Évaluation 1	s/o	s/o	s/o
e_1	Évaluation 2	1	1	L
e_2	Évaluation 2	1	2	S
e_3	Évaluation 2	1	3	T
e_4	Évaluation 2	1	4	G
e_5	Évaluation 2	2	5	L

e_6	Évaluation 2	2	6	S
e_7	Évaluation 2	2	7	T
e_8	Évaluation 2	2	8	G
e_9	Évaluation 2	3	9	L
e_{10}	Évaluation 2	3	10	S
e_{11}	Évaluation 2	3	11	T
e_{12}	Évaluation 2	3	12	G
e_{13}	Total obtenu pour l'Évaluation 2	s/o	s/o	s/o
e_{14}	Différence entre les totaux e_{13} et d_{13}	s/o	s/o	s/o

La cote 0 ou 1 a été attribuée à chaque question des Productions mathématiques et des Évaluations selon sa réussite, la cote 1 étant la question réussie, et ce, pour toutes les copies d'élève. Le taux de réussite, exprimé en pourcentage, a donc pu être calculé en additionnant la fréquence de réussite d'une des questions et en le divisant par le nombre d'élèves participants (90). La comparaison des taux de réussite entre le groupe quasi expérimental et le groupe témoin pour chacune des questions des Productions mathématiques et des Évaluations est représentée dans le Tableau 4 à la page 80. Un rappel : les groupes-classes d'élèves appartenant au groupe témoin suivent la séquence habituelle d'enseignement, alors que le groupe quasi expérimental a un temps d'enseignement différencié selon leurs besoins. Les moyennes des taux de réussite pour chacun des instruments de collecte qui ont été calculées à partir des données du Tableau 4 sont également incluses dans le Tableau 4. Les pourcentages en gras et soulignés pour chacune des questions font remarquer le meilleur taux de réussite pour chacune.

La deuxième question de la Production mathématique 1 est la seule question qui a été mieux réussie par le groupe quasi expérimental pour cette Production mathématique. Cette question relève du registre symbolique selon le Tableau 3. Lors de la différenciation du temps d'enseignement pour le premier processus, les trois autres registres de représentation sémiotique ont donc été travaillés, mais ceci sera davantage discuté dans le prochain chapitre.

La corrélation de Pearson montre que plus la Production mathématique 1 (variable a_6) est réussie, plus la Production mathématique 3 (variable c_6) l'est aussi (0,415, $r < 0{,}01$). Ensuite, que plus la Production mathématique 2 (variable b_6) est réussie, plus la Production mathématique 3 (variable c_6) l'est (0,430, $r < 0{,}01$). L'association est donc considérable, mais relativement faible. Le lien n'est pas causal. Le coefficient de détermination nous indique le pourcentage de relation entre les deux variables. Entre les Productions mathématiques 1 et 3 cela s'élève à $r^2 = 0{,}172225$ et entre les Productions mathématiques 2 et 3 le coefficient de détermination est de $r^2 = 0{,}1849$, ce qui n'est pas négligeable.

Les élèves appartenant au groupe témoin avaient des notes plus élevées à la Production mathématique 1 et à l'Évaluation 1, et ce, même s'ils avaient jusqu'à ce point le même temps d'enseignement que le groupe quasi expérimental. Cela laisse croire que les élèves du groupe témoin étaient plus forts académiquement par rapport au concept de la proportionnalité. Malgré cela, les élèves du groupe quasi expérimental ont obtenu de meilleures notes lors de la passation des instruments de collecte suivants, soit les Productions mathématiques 2, 3 et l'Évaluation 2. Ceci après qu'ils aient eu du temps d'enseignement supplémentaire lors de l'apprentissage de chacun des trois processus. Les élèves semblent donc avoir plus de succès lorsque le temps d'enseignement est ajusté à leurs besoins et cela, malgré le fait qu'au départ ils étaient moins forts académiquement que le groupe témoin.

Lors du temps d'enseignement supplémentaire, les élèves ont pu explorer plus de situations proportionnelles et non proportionnelles. Toutefois, il était important de présenter les deux types de situations et de ne pas insister davantage sur un type ou l'autre. Ceci afin d'éviter l'illusion de la linéarité ou au contraire que les élèves croient que la plupart des situations ne sont pas proportionnelles. De plus, des exercices supplémentaires furent donnés aux élèves selon leurs forces, c'est-à-dire des fiches de consolidation ou d'enrichissement. Ceci permettait de cibler davantage les difficultés des élèves. Ces fiches de consolidation et d'enrichissement sont fournies dans le guide de l'enseignant et sont des outils parfois utilisés dans le cadre du cours de mathématique lorsque le besoin en est.

Le Tableau 4 démontre aussi que plus l'apprentissage du concept se poursuit, plus l'écart entre les moyennes des taux de réussite des groupes témoin et quasi expérimental augmente. Tout d'abord, avant l'apprentissage du premier processus du concept de la proportionnalité, le groupe témoin a une moyenne des taux de réussite plus élevée que le groupe quasi expérimental de 8,16 % (32,33 - 24,17 = 8,16) à l'Évaluation 1. Après l'enseignement du premier processus, alors que la différenciation du temps d'enseignement n'a pas encore eu lieu, le groupe témoin mène toujours avec un écart de

1,6 % (49,2 - 47,6 = 1,6). À partir de ce moment, c'est le groupe quasi expérimental qui domine avec des écarts de 6,2 % (36,4 – 30,2 = 6,2), 11,8 % (52,2 – 40,4 = 11,8) et 12,83 % (64,75 – 51,92 = 12,83) respectivement pour les Productions mathématiques 2, 3 et l'Évaluation 2. C'est en ajustant le temps d'enseignement pour chacun des processus aux besoins des élèves que ces derniers (appartenant au groupe quasi expérimental) ont pu augmenter leurs notes aux travaux suivants. Lorsque l'apprentissage de la base est donc davantage solidifié, essentiellement l'apprentissage du premier processus dans ce cas, les apprentissages ultérieurs en sont facilités. Les résultats calculés par la corrélation de Pearson semblent indiquer la même chose, soit que plus l'apprentissage des premiers processus est réussi, plus l'apprentissage des processus suivants semble être simplifié.

Tableau 4

Comparaison des deux regroupements d'élèves selon leur taux de réussite exprimé en pourcentage par instrument de collecte

	Question	Groupe quasi expérimental	Groupe témoin
Production mathématique 1	1	35 %	49 %
	2	56 %	40 %
	3	49 %	55 %
	4	65 %	66 %
	5	33 %	36 %
	Moyenne	47,6 %	49,2 %

Production mathématique 2	1	35 %	**43 %**
	2	**7 %**	6 %
	3	**28 %**	2 %
	4	49 %	**60 %**
	5	**63 %**	40 %
	Moyenne	**36,4 %**	30,2 %
Production mathématique 3	1	**23 %**	17 %
	2	49 %	**55 %**
	3	**77 %**	53 %
	4	**47 %**	34 %
	5	**65 %**	43 %
	Moyenne	**52,2 %**	40,4 %
Évaluation 1	1	14 %	**28 %**
	2	**14 %**	11 %
	3	14 %	**19 %**
	4	0 %	**11 %**
	5	7 %	**15 %**
	6	67 %	**81 %**
	7	**42 %**	40 %
	8	51 %	**68 %**
	9	**2 %**	0 %
	10	51 %	**72 %**
	11	5 %	**11 %**

	12	23 %	**32 %**
	Moyenne	≈ 24,17 %	≈ **32,33 %**
Évaluation 2	1	**67 %**	40 %
	2	**49 %**	26 %
	3	30 %	**43 %**
	4	**63 %**	55 %
	5	**77 %**	36 %
	6	**93 %**	87 %
	7	**93 %**	72 %
	8	77 %	**79 %**
	9	**12 %**	11 %
	10	**86 %**	85 %
	11	**70 %**	36 %
	12	**60 %**	53 %
	Moyenne	**64,75 %**	≈ 51,92 %

La Figure 4 à la page suivante résume le Tableau 4 et illustre les taux de réussite des élèves exprimés en pourcentages pour chaque instrument de collecte. Elle fait noter combien les écarts de réussite augmentent entre les groupes témoin et quasi expérimental au fur et à mesure que l'apprentissage des processus avance comme il fut mention ci-dessus.

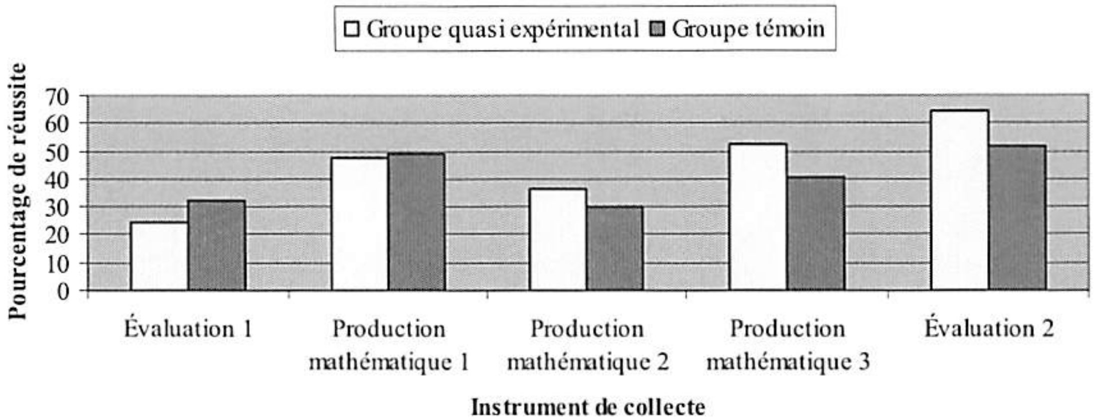


Figure 4. La comparaison des notes des deux regroupements d'élèves.

Phase qualitative

Huit élèves ont été interviewés et le Tableau 5 illustre la répartition de ces huit élèves en les identifiant par un chiffre de 1 à 8. Les quatre premiers élèves interviewés sont dans le groupe quasi expérimental et les autres dans le groupe témoin. De plus, les élèves représentés par des chiffres impairs sont ceux qui se sont le plus améliorés entre la passation des deux Évaluations. La différence des notes obtenues aux Évaluations 2 et 1 a été effectuée afin de discerner ces élèves.

Tableau 5

Identification des élèves interviewés selon leur groupe d'appartenance et l'amélioration de leur note entre les deux Évaluations

Élève interviewé	Élève dans le groupe quasi expérimental	Élève dans le groupe témoin	Élève s'étant le plus amélioré	Élève s'étant le moins amélioré
1	✓		✓	
2	✓			✓
3	✓		✓	
4	✓			✓
5		✓	✓	
6		✓		✓
7		✓	✓	
8		✓		✓

Le Tableau 6 fait état de la répartition des opinions des élèves quant au temps d'enseignement passé à l'apprentissage de chaque processus du concept de la proportionnalité. Les commentaires des élèves concernant le temps d'enseignement se résument en quatre codes mentionnés dans le Tableau 1 : temps adéquat, temps pas adéquat, différence temps et pas de différence temps. La question d'entrevue en lien avec le temps d'enseignement a été posée pour chaque processus (questions 4, 8 et 12). Les chiffres dans le Tableau 6 font référence aux élèves identifiés dans le Tableau 5.

La plupart des élèves trouvent que le temps d'enseignement consacré à l'apprentissage de chacun des processus est adéquat et ce, peu importe le groupe d'appartenance (témoin ou quasi expérimental). Les opinions ont été parfaitement divisées quant à savoir si les élèves avaient remarqué une différence dans le temps d'enseignement alloué à l'apprentissage du premier processus. Trois élèves sur les quatre qui ont noté une différence dans le temps d'enseignement étaient parmi les élèves qui se sont le moins améliorés au cours de l'apprentissage du concept de la proportionnalité. Parmi ces quatre élèves qui ont remarqué une différence dans le temps d'enseignement, deux élèves appartenaient au groupe témoin, donc n'ont pas eu un temps d'enseignement différencié.

Habituellement, l'enseignant décide du temps d'enseignement qui sera alloué à un concept. Les élèves ne sont généralement pas conscients de l'organisation du temps d'enseignement et se fient à l'enseignant pour le planifier, donc plusieurs ne savaient pas comment répondre à cette question de l'entrevue. Les élèves ont d'ailleurs hésité un peu lorsque cette question leur a été posée et n'ont pas apporté d'autres précisions. Pourtant, ils comprenaient le sens de la question. Un élève s'étant beaucoup amélioré a répondu : *ça me dérange pas, c'est bon*, alors qu'un autre a dit : *je pense c'était correct quand même*.

Pour les deux autres processus, tous les élèves interviewés sauf un, faisant partie du groupe quasi expérimental et s'étant bien amélioré, n'ont pas remarqué de différence au niveau du temps d'enseignement alloué à l'apprentissage des deux derniers processus. L'élève faisant l'exception a répondu : *on a passé un petit peu moins de temps dessus, mais ça s'est quand même bien compris* lorsqu'on lui a demandé son opinion par rapport au temps d'enseignement passé à l'apprentissage du deuxième processus. Quant à l'apprentissage du troisième processus, le même élève a dit : *c'était* *un petit peu plus que les autres parce que, il y a, il y a moins de monde qui comprenait, mais à, à fin c'était, c'était bien.*

Tableau 6

Répartition des opinions des élèves interviewés par processus pour chaque code en lien avec le temps d'enseignement

Code	Processus 1	Processus 2	Processus 3
Temps adéquat	1-2-4-5-7-8	2-3-4-5-8	1-2-4-5-6-7
Temps pas adéquat	6	1	8
Différence temps	2-3-6-8	3	3
Pas de différence temps	1-4-5-7	4-5-6-7-8	1-2-4-5-6

Résultats sur l'identification des registres

Voyons maintenant le détail des analyses en lien avec le deuxième objectif de la recherche, *déterminer les registres de représentation sémiotique les plus appropriés à mettre en œuvre pour différencier le temps d'enseignement de chaque processus du concept de la proportionnalité.* Les résultats obtenus en comparant les fréquences de réussite et les taux de réussite exprimés en pourcentages pour chacun des registres à travers tous les instruments de collecte (Évaluations et Productions mathématiques) se sont avérés intéressants afin de répondre au deuxième objectif en lien avec les registres. Il y a de grands écarts entre les fréquences de réussite des différents registres, ce qui a facilité l'identification des registres causant le plus de difficultés aux élèves. Les opinions des élèves lors de la passation des entrevues ont également apporté quelques précisions pour la phase qualitative.

Phase quantitative

Le Tableau 7 à la page suivante compare la fréquence de réussite à chaque registre de représentation sémiotique pour chaque Production mathématique. Les colonnes intitulées fréquence se réfèrent au nombre d'élèves, sur un total de 90, qui a réussi la question des Productions mathématiques évaluant un registre précis. Le Tableau 3 présenté précédemment énumère toutes les questions des Productions mathématiques et des Évaluations en spécifiant le registre de représentation sémiotique visé, puisque chacune étudie un registre précis. Chaque Production mathématique est composée de cinq questions et puisqu'il y a quatre registres de représentation sémiotique, il y a un registre qui est représenté par deux questions différentes. Lors de l'élaboration du Tableau 7 à la page suivante, il a donc fallu calculer une moyenne des fréquences de réussite pour le registre répété. Ceci explique la fréquence de réussite représentée par un nombre décimal. Pour la Production mathématique 2, il s'agit du registre linguistique qui est répété, alors que pour les deux autres Productions mathématiques, c'est le registre symbolique. Le taux de réussite pour chacun a été calculé en divisant la fréquence de réussite par 90 (total d'élèves) et en le multipliant par 100.

Les taux de réussite en gras et encadrés dans les Tableaux 7 et 8 représentent le registre le moins bien réussi pour chacun des processus, donc de chaque Production mathématique, et les taux de réussite en gras et soulignés indiquent le registre le mieux réussi, toujours pour chaque processus. Les Tableaux 7 et 8 ont été séparés puisque les Productions mathématiques évaluaient les apprentissages des élèves durant l'enseignement du concept, alors que les Évaluations évaluaient les élèves avant et après l'apprentissage. Il y a donc une légère distinction entre les résultats.

La Figure 5 à la page suivante illustre les fréquences de réussite du Tableau 7. Les fréquences de réussite pour chaque registre varient beaucoup entre les Productions mathématiques. Cela peut s'expliquer par le petit nombre de questions associé à chaque registre. Pour les Productions mathématiques, les élèves ont éprouvé plus de difficulté avec le registre linguistique, puis le symbolique et ensuite le graphique. Le registre tabulaire a été le mieux réussi.

Tableau 7

Comparaison de la réussite pour les différents registres à travers chaque Production mathématique

	Registre							
	Linguistique		Symbolique		Tabulaire		Graphique	
Production mathématique	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)
1	38	≈ 42,2	45	50	59	≈ **65,6**	31	**≈ 34,4**
2	24	≈ 26,7	6	**≈ 6,7**	49	≈ **54,4**	46	≈ 51,1
3	18	**20**	52,5	≈ **58,3**	36	40	48	≈ 53,3

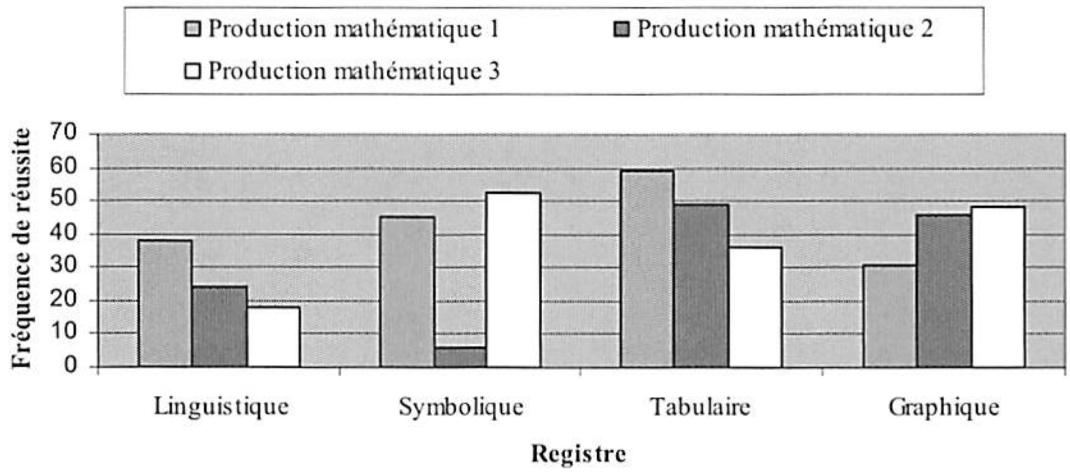


Figure 5. La fréquence de réussite des registres aux Productions mathématiques.

Le Tableau 8 a été produit de la même façon que le Tableau 7, mais il représente les Évaluations et non les Productions mathématiques. Par Évaluation, il y a une question par processus qui représente chaque registre de représentation sémiotique comme le démontre le Tableau 3. Il n'y avait donc pas de moyennes de fréquence de réussite à calculer comme le Tableau 7.

La Figure 6 qui suit illustre les fréquences de réussite du Tableau 8. Les trois processus (1, 2 et 3) pour chaque Évaluation (É1 et É2) sont représentés sur l'axe des abscisses. Donc, les fréquences de réussite de la moitié gauche proviennent de l'Évaluation 1 et la moitié droite de l'Évaluation 2. La Figure 6 montre qu'au niveau des deux Évaluations, composées des mêmes questions, peu importe si c'était avant ou après l'apprentissage du concept de la proportionnalité, les élèves éprouvaient de la facilité avec les registres dans le même ordre d'importance. Les voici dans l'ordre de la plus grande fréquence de réussite au moindre : le registre symbolique, graphique, tabulaire et finalement, celui qui a causé plus de difficulté, le registre linguistique. À l'exception de la question relevant du registre linguistique au premier processus de l'Évaluation, qui était peut-être plus facile, la réussite de ce registre a été nettement inférieure comparativement aux autres registres pour les deux autres processus. Autant pour les Productions mathématiques que pour les Évaluations, certains élèves ont réussi le registre linguistique au début de l'apprentissage du concept et plus l'apprentissage des processus a avancé, ce registre est devenu de moins en moins réussi.

Lors de l'enseignement des processus du concept de la proportionnalité, tous les registres de représentation sémiotique ont été exploités. Tous les élèves ont néanmoins une facilité pour un registre ou un autre. Avant l'enseignement du premier processus, la *comparaison de rapports et de taux*, les élèves avaient plus de facilité avec le registre linguistique, alors que le registre graphique était moins bien réussi. Après l'apprentissage du premier processus, c'est le registre graphique qui a semblé plus difficile et le registre tabulaire était mieux assimilé. Finalement, après l'enseignement du troisième processus du concept de la proportionnalité, ce fut un peu le contraire, c'est-à-dire que le registre graphique a été mieux réussi que les registres tabulaire et symbolique, pour le premier processus lors de la passation de l'Évaluation 2.

Ensuite, avant l'apprentissage du deuxième processus, la *reconnaissance d'une situation de proportionnalité, notamment à l'aide du contexte, d'une table de valeurs ou d'un graphique* ou même du premier processus, les élèves ont mieux réussi le registre symbolique en rapport au deuxième processus, comparativement au registre linguistique, qui a semblé plus difficile, lors de la passation de l'Évaluation 1. Après l'apprentissage du deuxième processus, les élèves ont eu plus de facilité avec le registre tabulaire, alors que le registre symbolique a été moins bien réussi.

Finalement, pour le troisième processus, la *résolution d'une situation de proportionnalité*, que ce soit avant ou après l'apprentissage du troisième processus ou même avant l'apprentissage du concept, la majorité des élèves ont eu plus de facilité avec le registre symbolique, comparativement au registre linguistique, qui a causé plus de difficultés. En somme, les élèves semblent avoir beaucoup plus de difficulté avec le registre linguistique et plus de facilité avec le registre symbolique.

Tableau 8

Comparaison de la réussite pour les différents registres à travers chaque processus de chaque Évaluation

		Registre							
		Linguistique		Symbolique		Tabulaire		Graphique	
Évaluation 1	Processus	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)
	1	19	≈ **21,1**	11	≈ 12,2	15	≈ 16,7	5	$\boxed{\approx 5{,}6}$
	2	10	$\boxed{\approx 11{,}1}$	67	≈ **74,4**	37	≈ 41,1	54	60
	3	1	$\boxed{\approx 1{,}1}$	56	≈ **62,2**	7	≈ 7,8	25	≈ 27,8
Évaluation 2	Processus	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)
	1	48	≈ 53,3	33	$\boxed{\approx 36{,}7}$	33	$\boxed{\approx 36{,}7}$	53	≈ **58,9**
	2	50	$\boxed{\approx 55{,}6}$	81	**90**	74	≈ 82,2	70	≈ 77,8
	3	10	$\boxed{\approx 11{,}1}$	77	≈ **85,6**	47	≈ 52,2	51	≈ 56,7

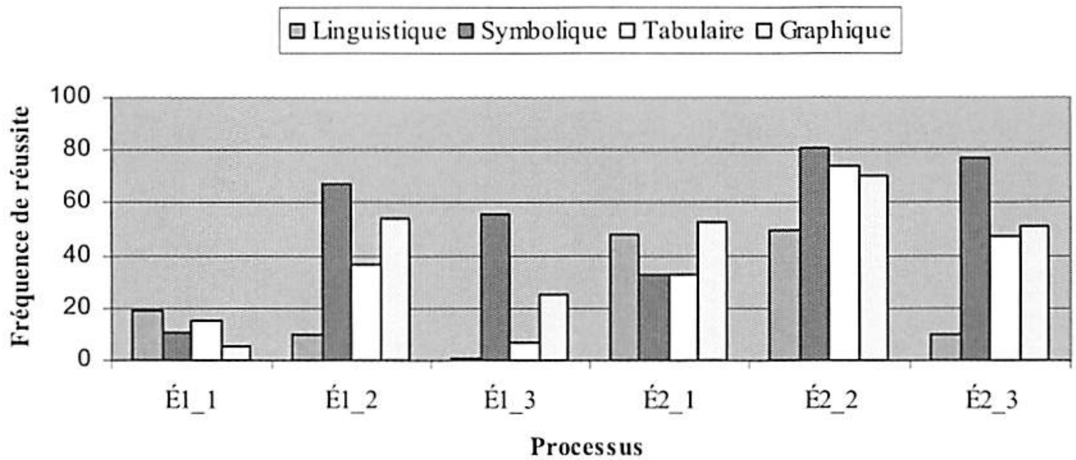


Figure 6. La fréquence de réussite des registres aux Évaluations.

Phase qualitative

Les questions 1 à 3, 5 à 7 et 9 à 11 du guide d'entrevue (voir Appendice G) ont servi à déterminer les registres de représentation sémiotique considérés faciles et plus difficiles lors de l'apprentissage du concept de la proportionnalité selon l'opinion des élèves. Par exemple, la première question : *j'aimerais que tu me dises quelle question tu as trouvé la plus facile dans cette page et pourquoi*, cherche à cerner la question et donc le registre de représentation sémiotique considéré plus facile par l'élève. La deuxième question posée à l'élève a comme objectif de préciser la question plus difficile : *maintenant, quelle question as-tu trouvé la plus difficile dans cette page et pourquoi*? Pour les deux premières questions de l'entrevue, l'intervieweur pointait les quatre questions de la première page de l'Évaluation 2 qui évaluaient le premier processus du concept de la proportionnalité. Finalement, la troisième question comporte deux sous-sections. Tout d'abord, *qu'est-ce qui t'a le plus aidé à comprendre la théorie* *comparaison de rapports et de taux*? Ensuite, *de quelle façon ton enseignante t'a aidé à comprendre cette théorie, que tu as mieux compris ce que tu devais faire, par exemple les graphiques, les tables de valeurs, le produit croisé, les exemples en mots*? Les questions 5 à 7 et 9 à 11 étaient posées de la même façon sauf en ce qui a trait au processus précisé.

Les codes utilisés dans le logiciel Atlas-ti pour répondre à ce deuxième objectif se trouvent dans le Tableau 2. Le Tableau 5 décrit précédemment identifie à l'aide d'un chiffre de 1 à 8 les élèves interviewés et précise leur regroupement d'appartenance (groupe témoin ou groupe quasi expérimental). Ce sont ces mêmes élèves représentés par des chiffres qui se retrouvent dans le Tableau 9 à la page suivante. Ce dernier présente les opinions des élèves quant aux registres qu'ils ont trouvés plus faciles et plus difficiles lors de l'apprentissage de chacun des processus. Le chiffre 4 qui se trouve entre parenthèses signifie que cet élève a mentionné deux différents registres comme étant les plus difficiles lors de l'apprentissage du troisième processus et celui entre parenthèses est celui qu'il a trouvé le plus facile entre les deux. Cela explique donc aussi le total d'élèves entre parenthèses.

La colonne du total d'élèves fait remarquer que la plupart des élèves ont trouvé le registre symbolique le plus facile, mais éprouvent plus de difficulté lors de l'apprentissage du concept de la proportionnalité dans le contexte des registres graphique, puis linguistique. L'extrait suivant provient d'un élève qui explique pourquoi elle a préféré le registre symbolique : *parce que fallait juste que je fasse un produit croisé, moi j'ai fait le produit des extrêmes au produit des moyens.*

Tableau 9

Répartition des opinions des élèves interviewés par rapport à la facilité/difficulté des registres pour chacun des processus

Registre	Facilité/ difficulté	Élève			Total d'élèves
		Processus 1	Processus 2	Processus 3	
Linguistique	Facile	3-5-6-7		3-8	6
	Difficile	8	2-5	1-(4)-5-7	6 (7)
Symbolique	Facile	1-4	1-4-6-8	4-5	8
	Difficile	2-3	3-7	3-6	6
Tabulaire	Facile	8	5	1-2-6	5
	Difficile	5-7	4-6-8		5
Graphique	Facile	2	2-3-7	7	5
	Difficile	1-4-6	1	2-4-8	7

Le Tableau 10 reprend les résultats du Tableau 9 par rapport aux opinions des élèves quant aux registres qu'ils ont trouvés plus faciles et plus difficiles. La différence étant que dans le Tableau 10, ces opinions ne sont pas partagées par processus. De plus, il distingue les élèves quant à leur groupe d'appartenance, c'est-à-dire s'ils font partie du groupe quasi expérimental ou témoin et s'ils sont parmi les élèves qui se sont le plus ou le moins amélioré durant l'apprentissage du concept. Un rappel, les élèves du groupe quasi expérimental ont vécu un temps d'enseignement différencié, c'est-à-dire du temps d'enseignement supplémentaire pour l'apprentissage de chacun des processus. Le groupe témoin a vécu un temps d'enseignement suivant la séquence habituelle d'enseignement du concept. Les chiffres indiquent le nombre d'élèves associé à chaque critère.

Les résultats dévoilent que les élèves connaissent assez bien leurs forces et leurs faiblesses. Les élèves avaient une opinion et en général n'ont pas hésité à répondre aux questions en lien avec les registres de représentation sémiotique. Le Tableau 10 à la page suivante montre que les élèves appartenant au groupe témoin mentionnent plus fréquemment les registres linguistique et tabulaire, que ce soit pour indiquer que le registre soit facile ou difficile. Voici un extrait d'une entrevue avec une élève qui préférait le registre tabulaire lors de l'apprentissage du troisième processus : *j'étais quand même bonne dans les tables de valeurs, pis les choses de proportion pis, inversement faque c'est elle que j'ai trouvé plus facile pour moi.* Quant aux élèves du groupe quasi expérimental, ils font plutôt référence aux registres symbolique et graphique. Les élèves qui se sont le plus améliorés durant l'apprentissage semblent avoir des opinions partagées pour la difficulté du registre linguistique et semblent avoir trouvé le registre symbolique un peu difficile. Sinon, les élèves qui se sont le moins améliorés trouvent plutôt que le registre symbolique était facile, alors que le registre graphique était plus difficile. Finalement, je crois qu'ils se sont améliorés dans tous les registres et selon les préférences de chacun, ils ont répondu différemment.

Tableau 10

Répartition des opinions des élèves interviewés par rapport à la facilité/difficulté des registres pour chacun des regroupements d'élèves

Registre	Facilité/ difficulté	Nombre d'élèves dans le groupe quasi expérimental	Nombre d'élèves dans le groupe témoin	Nombre d'élèves s'étant le plus amélioré	Nombre d'élèves s'étant le moins amélioré
Linguistique	Facile	2	4	4	2
	Difficile	2 (3)	4	4	2 (3)
Symbolique	Facile	5	3	3	5
	Difficile	4	2	4	2
Tabulaire	Facile	2	3	2	3
	Difficile	1	4	2	3
Graphique	Facile	3	2	3	2
	Difficile	5	2	2	5

Mis à part les registres, les élèves interviewés ont également mentionné d'autres indices quant aux éléments qui ont facilité leurs apprentissages, tels que les devoirs, l'étude, les exercices, les travaux, les explications de l'enseignante étape par étape et la motivation. Voici l'extrait de l'élève qui a mentionné la motivation : *à cause que ma prof elle m'a encouragé ça fait peut-être comme un mois. Comme quand j'ai une bonne note elle m'encourage et là ça me donne plus de motivation.*

Mise en relation des résultats quantitatifs et qualitatifs

Voyons maintenant les liens entre les résultats quantitatifs et qualitatifs pour chaque objectif de recherche.

Le temps d'enseignement

Lorsque du temps d'enseignement supplémentaire fut alloué aux élèves appartenant au groupe quasi expérimental, leurs notes aux Évaluations et aux Productions mathématiques se sont améliorées, et ce, même si leurs notes étaient plus faibles avant l'apprentissage du concept de la proportionnalité. En fait, plus les apprentissages du concept de la proportionnalité ont avancé, plus les notes du groupe quasi expérimental se sont améliorées, comparativement au groupe témoin. Prendre plus de temps d'enseignement pour l'apprentissage du concept a fait bénéficier les élèves lors de la passation des instruments de collecte (Évaluations et Productions mathématiques).

Les élèves n'étaient pas conscients du temps d'enseignement supplémentaire qui leur était alloué. La moitié des élèves qui ont noté une différence n'ont en fait pas eu de temps différencié, ce qui renforce l'idée que les élèves ne se préoccupent pas du temps d'enseignement alloué à l'apprentissage à moins que l'enseignant ne commente sur le sujet, ce qui n'a pas été le cas. La plupart des élèves qui ont remarqué une différence dans le temps d'enseignement étaient ceux qui avaient plus de difficulté avec l'apprentissage du concept. Il n'en demeure pas moins que la plupart des élèves croient que le temps d'enseignement alloué était suffisant, peu importe le regroupement auquel ils appartenaient.

Les élèves semblent se fier à l'enseignant pour gérer le temps d'enseignement à allouer à chaque concept. Il est évident qu'il est de la responsabilité de l'enseignant d'organiser la planification globale pour l'année scolaire. À moins que l'enseignant passe un commentaire sur le temps d'enseignement passé sur l'apprentissage d'un concept donné, les élèves n'ont pas vraiment de points de comparaison pour connaître le temps d'enseignement adéquat à passer sur l'apprentissage. De plus, ils sont encore jeunes et commencent à peine à se responsabiliser par rapport à leurs études. Les élèves ont beaucoup de difficultés à cerner les stratégies d'apprentissage qui leur conviennent et encore plus à vérifier s'ils ont compris l'apprentissage du concept avant qu'ils soient évalués. Si les élèves ne réalisent pas qu'ils ont des difficultés avec le concept de la proportionnalité, il leur est difficile d'avouer avoir besoin de temps d'enseignement supplémentaire.

Les registres de représentation sémiotique

Selon l'instrument de collecte utilisé (Production mathématique 1, 2, 3 ou Évaluation 1, 2), la facilité qu'ont les élèves avec l'utilisation des différents registres diffère un peu. Toutefois, globalement, le registre linguistique cause beaucoup plus de difficultés aux élèves. Les élèves sont conscients de leurs forces et faiblesses. Ils trouvent que ce sont les registres graphique et linguistique qui ont été les plus difficiles.

Quant au registre de représentation sémiotique considéré le plus facile, les élèves affirment qu'il s'agit du registre symbolique puisqu'il implique généralement une application simple. Souvent, les élèves appliquent le registre symbolique sans savoir pourquoi, d'où l'illusion de la linéarité. Les instruments de collecte ont également montré les mêmes résultats. Les registres tabulaire et graphique se retrouvent entre les registres linguistique et symbolique par rapport à leur facilité d'utilisation. Lors des Productions mathématiques, le registre tabulaire a été mieux réussi, alors que dans les Évaluations, ce fut le registre graphique qui a obtenu de meilleurs résultats. Dans le prochain chapitre, nous discuterons davantage des conclusions que nous pouvons tirer de ces résultats.

CHAPITRE V

DISCUSSION DES RÉSULTATS DE LA RECHERCHE

La réussite de l'apprentissage du concept de la proportionnalité étant l'objectif de cette recherche, deux moyens ont été utilisés afin d'en faciliter la compréhension par les élèves. Le premier étant de différencier le temps d'enseignement et le deuxième de cerner les registres de représentation sémiotique les plus pertinents à prioriser lors de l'enseignement de chacun des processus du concept. Divers instruments de collecte ont pu recueillir des données quantitatives, mais voulant mettre les élèves au centre de leurs apprentissages, des entrevues semi-dirigées avec quelques élèves ont également semblé essentielles afin de connaître leurs perceptions. Selon l'analyse des résultats, il semblerait qu'il y ait un lien entre l'apprentissage du concept de la proportionnalité, le temps d'enseignement consacré à l'apprentissage et la différenciation de l'enseignement à l'aide des registres de représentation sémiotique. Dans la discussion qui suit, chacun de ces éléments sera repris.

La proportionnalité et ses illusions

Le concept de la proportionnalité occupe une place importante dans le Programme de formation de l'école québécoise (MEQ, 2004), surtout dans la deuxième année du 1er cycle du secondaire. Afin de faciliter l'apprentissage du concept de la proportionnalité, ce dernier est divisé en plusieurs processus : la *comparaison de rapports et de taux*, la *reconnaissance d'une situation de proportionnalité, notamment à l'aide du contexte, d'une table de valeurs ou d'un graphique* et la *résolution d'une situation de proportionnalité*. Cependant, je trouve que ce n'est pas suffisant, puisque plusieurs élèves éprouvent encore beaucoup de difficulté à maîtriser le concept. L'illusion de la linéarité amène une problématique en soi parce que les élèves croient souvent à tort que toutes les situations sont proportionnelles (Gnass, 2000; Modestou & Gagatsis, 2004; Simmt, 2004; Van Dooren, De Bock, Depaepe, Janssens & Verschaffel, 2005; Van Dooren et al., 2004). Je crois qu'une bonne compréhension du concept de la proportionnalité pourrait rendre l'apprentissage de concepts connexes tels que le cercle, les figures semblables, les pourcentages et l'homothétie plus facile pour l'élève.

Le premier objectif spécifique de recherche visait à *examiner si le temps d'enseignement alloué à chaque processus du concept de la proportionnalité a un impact sur l'apprentissage de chacun des processus.* L'hypothèse sous-jacente était que l'apprentissage du concept de la proportionnalité est favorisé si on s'assure que les élèves maîtrisent chaque processus de ce concept grâce à une différenciation adéquate du temps d'enseignement.

Les recherches sur la proportionnalité affirment que les élèves ont de la difficulté à maîtriser le concept, notamment qu'ils croient à l'illusion de la linéarité (De Bock et al., 2002; De Bock et al., 2005; Modestou & Gagatsis, 2004; Simmt, 2004; Van Dooren, De Bock, Depaepe, Janssens & Verschaffel, 2003; Van Dooren et al., 2005). Ce problème a fréquemment été soulevé, mais les chercheurs ne réussissent pas à trouver de solutions définitives. Cette recherche est d'autant plus pertinente puisque peu d'écrits abordent à la fois le concept de la proportionnalité et le temps d'enseignement.

Les connaissances antérieures

Quelques recherches (Côté, 1990; Noelting, 1978; Oliveira, 2008) mettent en évidence le fait que le raisonnement proportionnel est présent chez les élèves avant l'enseignement du concept; ce dernier est prévu essentiellement en deuxième année du 1^{er} cycle du secondaire. En fait, selon la Progression des apprentissages au secondaire (MELS, 2010), l'élève entreprend l'apprentissage du raisonnement proportionnel au cours de la première année du 1er cycle du secondaire avec l'intervention de l'enseignant ou l'enseignante. Lorsque l'élève est dans la deuxième année du 1er cycle de secondaire, il doit avoir acquis le concept de la proportionnalité. Il y a fréquemment des doubleurs dans les groupes-classes qui ont déjà vu la matière, mais ont souvent des difficultés. Il peut aussi y avoir des élèves qui ont possiblement appris le produit croisé durant les années précédentes. L'Évaluation[4] 1 a permis de démontrer que les élèves avaient déjà des connaissances sur le concept de la proportionnalité. Ils réussissaient à répondre à quelques questions. Toutefois, lorsque les élèves arrivent en deuxième année du 1er cycle du secondaire, ils ont rarement appris ou compris le sens de la proportionnalité. Leur compréhension est intuitive puisqu'ils pas encore mathématisé le concept de la proportionnalité. Il est donc essentiel de prendre le temps d'enseignement nécessaire pour l'apprentissage des premiers processus du concept de la proportionnalité, malgré leurs connaissances antérieures afin de permettre aux élèves de bien en saisir le sens.

---

[4] Un rappel que lorsque les termes Évaluation et Production sont écrits avec une lettre majuscule, ils font référence aux instruments de collecte utilisés dans cette recherche afin d'évaluer les acquis des élèves sur le concept de la proportionnalité.

e_6	Évaluation 2	2	6	S
e_7	Évaluation 2	2	7	T
e_8	Évaluation 2	2	8	G
e_9	Évaluation 2	3	9	L
e_{10}	Évaluation 2	3	10	S
e_{11}	Évaluation 2	3	11	T
e_{12}	Évaluation 2	3	12	G
e_{13}	Total obtenu pour l'Évaluation 2	s/o	s/o	s/o
e_{14}	Différence entre les totaux e_{13} et d_{13}	s/o	s/o	s/o

La cote 0 ou 1 a été attribuée à chaque question des Productions mathématiques et des Évaluations selon sa réussite, la cote 1 étant la question réussie, et ce, pour toutes les copies d'élève. Le taux de réussite, exprimé en pourcentage, a donc pu être calculé en additionnant la fréquence de réussite d'une des questions et en le divisant par le nombre d'élèves participants (90). La comparaison des taux de réussite entre le groupe quasi expérimental et le groupe témoin pour chacune des questions des Productions mathématiques et des Évaluations est représentée dans le Tableau 4 à la page 80. Un rappel : les groupes-classes d'élèves appartenant au groupe témoin suivent la séquence habituelle d'enseignement, alors que le groupe quasi expérimental a un temps d'enseignement différencié selon leurs besoins. Les moyennes des taux de réussite pour chacun des instruments de collecte qui ont été calculées à partir des données du Tableau 4 sont également incluses dans le Tableau 4. Les pourcentages en gras et soulignés pour chacune des questions font remarquer le meilleur taux de réussite pour chacune.

La deuxième question de la Production mathématique 1 est la seule question qui a été mieux réussie par le groupe quasi expérimental pour cette Production mathématique. Cette question relève du registre symbolique selon le Tableau 3. Lors de la différenciation du temps d'enseignement pour le premier processus, les trois autres registres de représentation sémiotique ont donc été travaillés, mais ceci sera davantage discuté dans le prochain chapitre.

La corrélation de Pearson montre que plus la Production mathématique 1 (variable a_6) est réussie, plus la Production mathématique 3 (variable c_6) l'est aussi (0,415, $r < 0,01$). Ensuite, que plus la Production mathématique 2 (variable b_6) est réussie, plus la Production mathématique 3 (variable c_6) l'est (0,430, $r < 0,01$). L'association est donc considérable, mais relativement faible. Le lien n'est pas causal. Le coefficient de détermination nous indique le pourcentage de relation entre les deux variables. Entre les Productions mathématiques 1 et 3 cela s'élève à $r^2 = 0,172225$ et entre les Productions mathématiques 2 et 3 le coefficient de détermination est de $r^2 = 0,1849$, ce qui n'est pas négligeable.

Les élèves appartenant au groupe témoin avaient des notes plus élevées à la Production mathématique 1 et à l'Évaluation 1, et ce, même s'ils avaient jusqu'à ce point le même temps d'enseignement que le groupe quasi expérimental. Cela laisse croire que les élèves du groupe témoin étaient plus forts académiquement par rapport au concept de la proportionnalité. Malgré cela, les élèves du groupe quasi expérimental ont obtenu de meilleures notes lors de la passation des instruments de collecte suivants, soit les Productions mathématiques 2, 3 et l'Évaluation 2. Ceci après qu'ils aient eu du temps d'enseignement supplémentaire lors de l'apprentissage de chacun des trois processus. Les élèves semblent donc avoir plus de succès lorsque le temps d'enseignement est ajusté à leurs besoins et cela, malgré le fait qu'au départ ils étaient moins forts académiquement que le groupe témoin.

Lors du temps d'enseignement supplémentaire, les élèves ont pu explorer plus de situations proportionnelles et non proportionnelles. Toutefois, il était important de présenter les deux types de situations et de ne pas insister davantage sur un type ou l'autre. Ceci afin d'éviter l'illusion de la linéarité ou au contraire que les élèves croient que la plupart des situations ne sont pas proportionnelles. De plus, des exercices supplémentaires furent donnés aux élèves selon leurs forces, c'est-à-dire des fiches de consolidation ou d'enrichissement. Ceci permettait de cibler davantage les difficultés des élèves. Ces fiches de consolidation et d'enrichissement sont fournies dans le guide de l'enseignant et sont des outils parfois utilisés dans le cadre du cours de mathématique lorsque le besoin en est.

Le Tableau 4 démontre aussi que plus l'apprentissage du concept se poursuit, plus l'écart entre les moyennes des taux de réussite des groupes témoin et quasi expérimental augmente. Tout d'abord, avant l'apprentissage du premier processus du concept de la proportionnalité, le groupe témoin a une moyenne des taux de réussite plus élevée que le groupe quasi expérimental de 8,16 % (32,33 - 24,17 = 8,16) à l'Évaluation 1. Après l'enseignement du premier processus, alors que la différenciation du temps d'enseignement n'a pas encore eu lieu, le groupe témoin mène toujours avec un écart de

1,6 % (49,2 - 47,6 = 1,6). À partir de ce moment, c'est le groupe quasi expérimental qui domine avec des écarts de 6,2 % (36,4 – 30,2 = 6,2), 11,8 % (52,2 – 40,4 = 11,8) et 12,83 % (64,75 – 51,92 = 12,83) respectivement pour les Productions mathématiques 2, 3 et l'Évaluation 2. C'est en ajustant le temps d'enseignement pour chacun des processus aux besoins des élèves que ces derniers (appartenant au groupe quasi expérimental) ont pu augmenter leurs notes aux travaux suivants. Lorsque l'apprentissage de la base est donc davantage solidifié, essentiellement l'apprentissage du premier processus dans ce cas, les apprentissages ultérieurs en sont facilités. Les résultats calculés par la corrélation de Pearson semblent indiquer la même chose, soit que plus l'apprentissage des premiers processus est réussi, plus l'apprentissage des processus suivants semble être simplifié.

Tableau 4

Comparaison des deux regroupements d'élèves selon leur taux de réussite exprimé en pourcentage par instrument de collecte

	Question	Groupe quasi expérimental	Groupe témoin
Production mathématique 1	1	35 %	**49 %**
	2	**56 %**	40 %
	3	49 %	**55 %**
	4	65 %	**66 %**
	5	33 %	**36 %**
	Moyenne	47,6 %	**49,2 %**

Production mathématique 2	1	35 %	**43 %**
	2	**7 %**	6 %
	3	**28 %**	2 %
	4	49 %	**60 %**
	5	**63 %**	40 %
	Moyenne	**36,4 %**	30,2 %
Production mathématique 3	1	**23 %**	17 %
	2	49 %	**55 %**
	3	**77 %**	53 %
	4	**47 %**	34 %
	5	**65 %**	43 %
	Moyenne	**52,2 %**	40,4 %
Évaluation 1	1	14 %	**28 %**
	2	**14 %**	11 %
	3	14 %	**19 %**
	4	0 %	**11 %**
	5	7 %	**15 %**
	6	67 %	**81 %**
	7	**42 %**	40 %
	8	51 %	**68 %**
	9	**2 %**	0 %
	10	51 %	**72 %**
	11	5 %	**11 %**

	12	23 %	**32 %**
	Moyenne	≈ 24,17 %	≈ **32,33 %**
Évaluation 2	1	**67 %**	40 %
	2	**49 %**	26 %
	3	30 %	**43 %**
	4	**63 %**	55 %
	5	**77 %**	36 %
	6	**93 %**	87 %
	7	**93 %**	72 %
	8	77 %	**79 %**
	9	**12 %**	11 %
	10	**86 %**	85 %
	11	**70 %**	36 %
	12	**60 %**	53 %
	Moyenne	**64,75 %**	≈ 51,92 %

La Figure 4 à la page suivante résume le Tableau 4 et illustre les taux de réussite des élèves exprimés en pourcentages pour chaque instrument de collecte. Elle fait noter combien les écarts de réussite augmentent entre les groupes témoin et quasi expérimental au fur et à mesure que l'apprentissage des processus avance comme il fut mention ci-dessus.

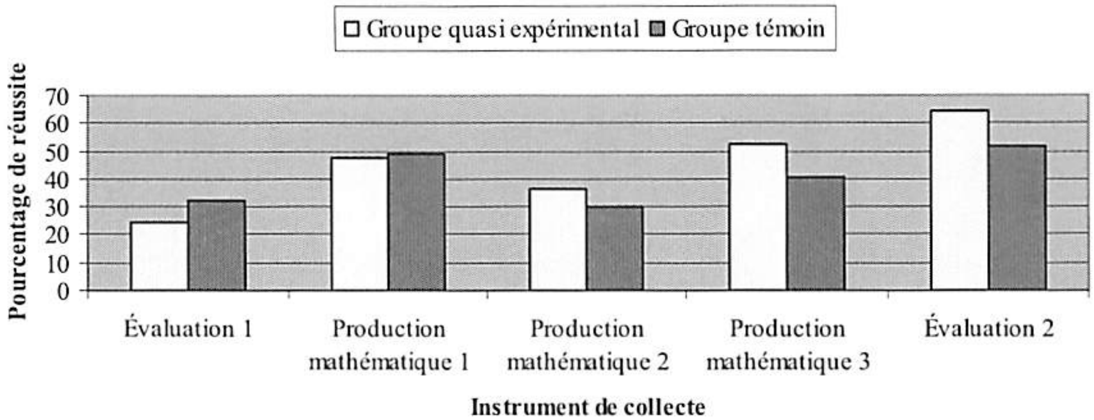


Figure 4. La comparaison des notes des deux regroupements d'élèves.

Phase qualitative

Huit élèves ont été interviewés et le Tableau 5 illustre la répartition de ces huit élèves en les identifiant par un chiffre de 1 à 8. Les quatre premiers élèves interviewés sont dans le groupe quasi expérimental et les autres dans le groupe témoin. De plus, les élèves représentés par des chiffres impairs sont ceux qui se sont le plus améliorés entre la passation des deux Évaluations. La différence des notes obtenues aux Évaluations 2 et 1 a été effectuée afin de discerner ces élèves.

Tableau 5

Identification des élèves interviewés selon leur groupe d'appartenance et l'amélioration de leur note entre les deux Évaluations

Élève interviewé	Élève dans le groupe quasi expérimental	Élève dans le groupe témoin	Élève s'étant le plus amélioré	Élève s'étant le moins amélioré
1	✓		✓	
2	✓			✓
3	✓		✓	
4	✓			✓
5		✓	✓	
6		✓		✓
7		✓	✓	
8		✓		✓

Le Tableau 6 fait état de la répartition des opinions des élèves quant au temps d'enseignement passé à l'apprentissage de chaque processus du concept de la proportionnalité. Les commentaires des élèves concernant le temps d'enseignement se résument en quatre codes mentionnés dans le Tableau 1 : temps adéquat, temps pas adéquat, différence temps et pas de différence temps. La question d'entrevue en lien avec le temps d'enseignement a été posée pour chaque processus (questions 4, 8 et 12). Les chiffres dans le Tableau 6 font référence aux élèves identifiés dans le Tableau 5.

La plupart des élèves trouvent que le temps d'enseignement consacré à l'apprentissage de chacun des processus est adéquat et ce, peu importe le groupe d'appartenance (témoin ou quasi expérimental). Les opinions ont été parfaitement divisées quant à savoir si les élèves avaient remarqué une différence dans le temps d'enseignement alloué à l'apprentissage du premier processus. Trois élèves sur les quatre qui ont noté une différence dans le temps d'enseignement étaient parmi les élèves qui se sont le moins améliorés au cours de l'apprentissage du concept de la proportionnalité. Parmi ces quatre élèves qui ont remarqué une différence dans le temps d'enseignement, deux élèves appartenaient au groupe témoin, donc n'ont pas eu un temps d'enseignement différencié.

Habituellement, l'enseignant décide du temps d'enseignement qui sera alloué à un concept. Les élèves ne sont généralement pas conscients de l'organisation du temps d'enseignement et se fient à l'enseignant pour le planifier, donc plusieurs ne savaient pas comment répondre à cette question de l'entrevue. Les élèves ont d'ailleurs hésité un peu lorsque cette question leur a été posée et n'ont pas apporté d'autres précisions. Pourtant, ils comprenaient le sens de la question. Un élève s'étant beaucoup amélioré a répondu : *ça me dérange pas, c'est bon*, alors qu'un autre a dit : *je pense c'était correct quand même.*

Pour les deux autres processus, tous les élèves interviewés sauf un, faisant partie du groupe quasi expérimental et s'étant bien amélioré, n'ont pas remarqué de différence au niveau du temps d'enseignement alloué à l'apprentissage des deux derniers processus. L'élève faisant l'exception a répondu : *on a passé un petit peu moins de temps dessus, mais ça s'est quand même bien compris* lorsqu'on lui a demandé son opinion par rapport au temps d'enseignement passé à l'apprentissage du deuxième processus. Quant à l'apprentissage du troisième processus, le même élève a dit : *c'était* *un petit peu plus que les autres parce que, il y a, il y a moins de monde qui comprenait, mais à, à fin c'était, c'était bien.*

Tableau 6

Répartition des opinions des élèves interviewés par processus pour chaque code en lien avec le temps d'enseignement

Code	Processus 1	Processus 2	Processus 3
Temps adéquat	1-2-4-5-7-8	2-3-4-5-8	1-2-4-5-6-7
Temps pas adéquat	6	1	8
Différence temps	2-3-6-8	3	3
Pas de différence temps	1-4-5-7	4-5-6-7-8	1-2-4-5-6

Résultats sur l'identification des registres

Voyons maintenant le détail des analyses en lien avec le deuxième objectif de la recherche, *déterminer les registres de représentation sémiotique les plus appropriés à mettre en œuvre pour différencier le temps d'enseignement de chaque processus du concept de la proportionnalité.* Les résultats obtenus en comparant les fréquences de réussite et les taux de réussite exprimés en pourcentages pour chacun des registres à travers tous les instruments de collecte (Évaluations et Productions mathématiques) se sont avérés intéressants afin de répondre au deuxième objectif en lien avec les registres. Il y a de grands écarts entre les fréquences de réussite des différents registres, ce qui a facilité l'identification des registres causant le plus de difficultés aux élèves. Les opinions des élèves lors de la passation des entrevues ont également apporté quelques précisions pour la phase qualitative.

Phase quantitative

Le Tableau 7 à la page suivante compare la fréquence de réussite à chaque registre de représentation sémiotique pour chaque Production mathématique. Les colonnes intitulées fréquence se réfèrent au nombre d'élèves, sur un total de 90, qui a réussi la question des Productions mathématiques évaluant un registre précis. Le Tableau 3 présenté précédemment énumère toutes les questions des Productions mathématiques et des Évaluations en spécifiant le registre de représentation sémiotique visé, puisque chacune étudie un registre précis. Chaque Production mathématique est composée de cinq questions et puisqu'il y a quatre registres de représentation sémiotique, il y a un registre qui est représenté par deux questions différentes. Lors de l'élaboration du Tableau 7 à la page suivante, il a donc fallu calculer une moyenne des fréquences de réussite pour le registre répété. Ceci explique la fréquence de réussite représentée par un nombre décimal. Pour la Production mathématique 2, il s'agit du registre linguistique qui est répété, alors que pour les deux autres Productions mathématiques, c'est le registre symbolique. Le taux de réussite pour chacun a été calculé en divisant la fréquence de réussite par 90 (total d'élèves) et en le multipliant par 100.

Les taux de réussite en gras et encadrés dans les Tableaux 7 et 8 représentent le registre le moins bien réussi pour chacun des processus, donc de chaque Production mathématique, et les taux de réussite en gras et soulignés indiquent le registre le mieux réussi, toujours pour chaque processus. Les Tableaux 7 et 8 ont été séparés puisque les Productions mathématiques évaluaient les apprentissages des élèves durant l'enseignement du concept, alors que les Évaluations évaluaient les élèves avant et après l'apprentissage. Il y a donc une légère distinction entre les résultats.

La Figure 5 à la page suivante illustre les fréquences de réussite du Tableau 7. Les fréquences de réussite pour chaque registre varient beaucoup entre les Productions mathématiques. Cela peut s'expliquer par le petit nombre de questions associé à chaque registre. Pour les Productions mathématiques, les élèves ont éprouvé plus de difficulté avec le registre linguistique, puis le symbolique et ensuite le graphique. Le registre tabulaire a été le mieux réussi.

Tableau 7

Comparaison de la réussite pour les différents registres à travers chaque Production mathématique

	Registre							
	Linguistique		Symbolique		Tabulaire		Graphique	
Production mathématique	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)
1	38	≈ 42,2	45	50	59	≈ **65,6**	31	**≈ 34,4**
2	24	≈ 26,7	6	**≈ 6,7**	49	≈ **54,4**	46	≈ 51,1
3	18	**20**	52,5	≈ **58,3**	36	40	48	≈ 53,3

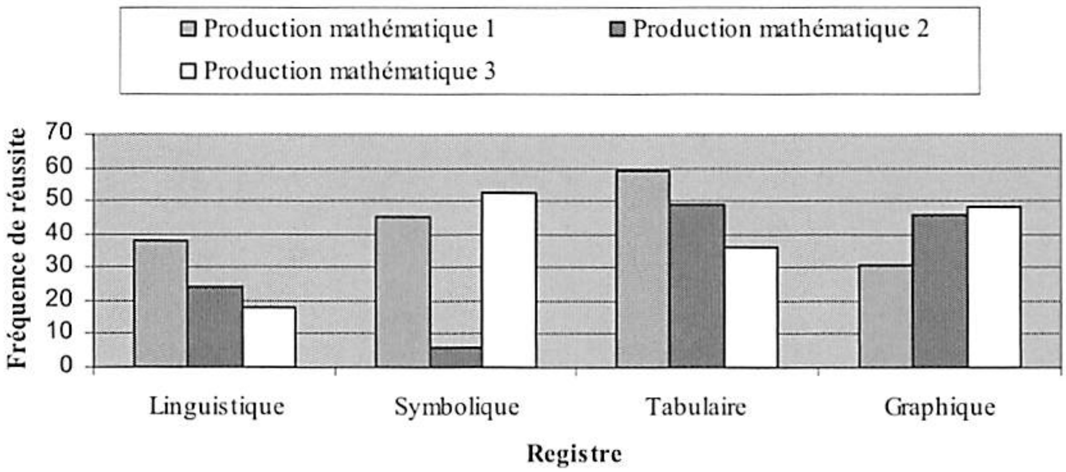


Figure 5. La fréquence de réussite des registres aux Productions mathématiques.

Le Tableau 8 a été produit de la même façon que le Tableau 7, mais il représente les Évaluations et non les Productions mathématiques. Par Évaluation, il y a une question par processus qui représente chaque registre de représentation sémiotique comme le démontre le Tableau 3. Il n'y avait donc pas de moyennes de fréquence de réussite à calculer comme le Tableau 7.

La Figure 6 qui suit illustre les fréquences de réussite du Tableau 8. Les trois processus (1, 2 et 3) pour chaque Évaluation (É1 et É2) sont représentés sur l'axe des abscisses. Donc, les fréquences de réussite de la moitié gauche proviennent de l'Évaluation 1 et la moitié droite de l'Évaluation 2. La Figure 6 montre qu'au niveau des deux Évaluations, composées des mêmes questions, peu importe si c'était avant ou après l'apprentissage du concept de la proportionnalité, les élèves éprouvaient de la facilité avec les registres dans le même ordre d'importance. Les voici dans l'ordre de la plus grande fréquence de réussite au moindre : le registre symbolique, graphique, tabulaire et finalement, celui qui a causé plus de difficulté, le registre linguistique. À l'exception de la question relevant du registre linguistique au premier processus de l'Évaluation, qui était peut-être plus facile, la réussite de ce registre a été nettement inférieure comparativement aux autres registres pour les deux autres processus. Autant pour les Productions mathématiques que pour les Évaluations, certains élèves ont réussi le registre linguistique au début de l'apprentissage du concept et plus l'apprentissage des processus a avancé, ce registre est devenu de moins en moins réussi.

Lors de l'enseignement des processus du concept de la proportionnalité, tous les registres de représentation sémiotique ont été exploités. Tous les élèves ont néanmoins une facilité pour un registre ou un autre. Avant l'enseignement du premier processus, la *comparaison de rapports et de taux*, les élèves avaient plus de facilité avec le registre linguistique, alors que le registre graphique était moins bien réussi. Après l'apprentissage du premier processus, c'est le registre graphique qui a semblé plus difficile et le registre tabulaire était mieux assimilé. Finalement, après l'enseignement du troisième processus du concept de la proportionnalité, ce fut un peu le contraire, c'est-à-dire que le registre graphique a été mieux réussi que les registres tabulaire et symbolique, pour le premier processus lors de la passation de l'Évaluation 2.

Ensuite, avant l'apprentissage du deuxième processus, la *reconnaissance d'une situation de proportionnalité, notamment à l'aide du contexte, d'une table de valeurs ou d'un graphique* ou même du premier processus, les élèves ont mieux réussi le registre symbolique en rapport au deuxième processus, comparativement au registre linguistique, qui a semblé plus difficile, lors de la passation de l'Évaluation 1. Après l'apprentissage du deuxième processus, les élèves ont eu plus de facilité avec le registre tabulaire, alors que le registre symbolique a été moins bien réussi.

Finalement, pour le troisième processus, la *résolution d'une situation de proportionnalité*, que ce soit avant ou après l'apprentissage du troisième processus ou même avant l'apprentissage du concept, la majorité des élèves ont eu plus de facilité avec le registre symbolique, comparativement au registre linguistique, qui a causé plus de difficultés. En somme, les élèves semblent avoir beaucoup plus de difficulté avec le registre linguistique et plus de facilité avec le registre symbolique.

Tableau 8

Comparaison de la réussite pour les différents registres à travers chaque processus de chaque Évaluation

		Registre							
		Linguistique		Symbolique		Tabulaire		Graphique	
Évaluation 1	Processus	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)
	1	19	≈ **<u>21,1</u>**	11	≈ 12,2	15	≈ 16,7	5	$\boxed{\approx 5{,}6}$
	2	10	$\boxed{\approx 11{,}1}$	67	≈ **<u>74,4</u>**	37	≈ 41,1	54	60
	3	1	$\boxed{\approx 1{,}1}$	56	≈ **<u>62,2</u>**	7	≈ 7,8	25	≈ 27,8
Évaluation 2	Processus	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)	Fréquence	Taux (%)
	1	48	≈ 53,3	33	$\boxed{\approx 36{,}7}$	33	$\boxed{\approx 36{,}7}$	53	≈ **<u>58,9</u>**
	2	50	$\boxed{\approx 55{,}6}$	81	**<u>90</u>**	74	≈ 82,2	70	≈ 77,8
	3	10	$\boxed{\approx 11{,}1}$	77	≈ **<u>85,6</u>**	47	≈ 52,2	51	≈ 56,7

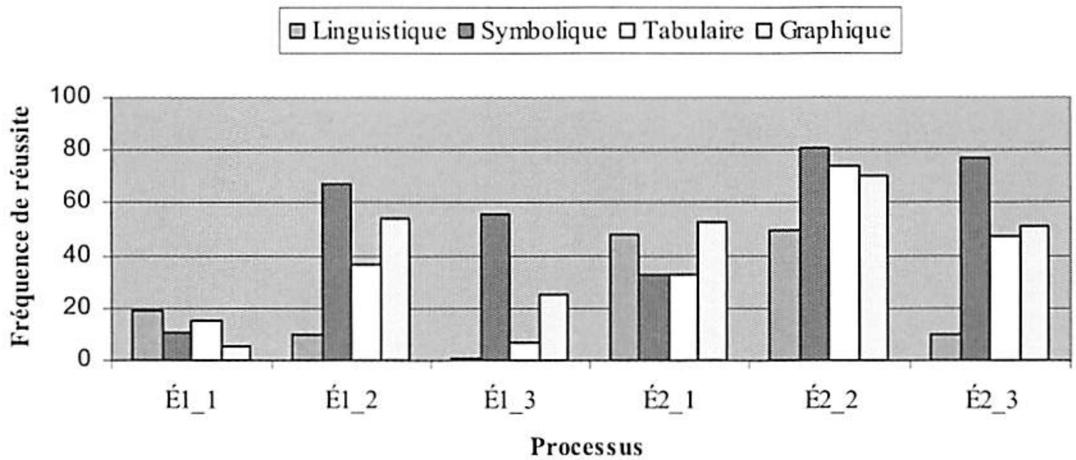


Figure 6. La fréquence de réussite des registres aux Évaluations.

Phase qualitative

Les questions 1 à 3, 5 à 7 et 9 à 11 du guide d'entrevue (voir Appendice G) ont servi à déterminer les registres de représentation sémiotique considérés faciles et plus difficiles lors de l'apprentissage du concept de la proportionnalité selon l'opinion des élèves. Par exemple, la première question : *j'aimerais que tu me dises quelle question tu as trouvé la plus facile dans cette page et pourquoi*, cherche à cerner la question et donc le registre de représentation sémiotique considéré plus facile par l'élève. La deuxième question posée à l'élève a comme objectif de préciser la question plus difficile : *maintenant, quelle question as-tu trouvé la plus difficile dans cette page et pourquoi*? Pour les deux premières questions de l'entrevue, l'intervieweur pointait les quatre questions de la première page de l'Évaluation 2 qui évaluaient le premier processus du concept de la proportionnalité. Finalement, la troisième question comporte deux sous-sections. Tout d'abord, *qu'est-ce qui t'a le plus aidé à comprendre la théorie* *comparaison de rapports et de taux*? Ensuite, *de quelle façon ton enseignante t'a aidé à comprendre cette théorie, que tu as mieux compris ce que tu devais faire, par exemple les graphiques, les tables de valeurs, le produit croisé, les exemples en mots*? Les questions 5 à 7 et 9 à 11 étaient posées de la même façon sauf en ce qui a trait au processus précisé.

Les codes utilisés dans le logiciel Atlas-ti pour répondre à ce deuxième objectif se trouvent dans le Tableau 2. Le Tableau 5 décrit précédemment identifie à l'aide d'un chiffre de 1 à 8 les élèves interviewés et précise leur regroupement d'appartenance (groupe témoin ou groupe quasi expérimental). Ce sont ces mêmes élèves représentés par des chiffres qui se retrouvent dans le Tableau 9 à la page suivante. Ce dernier présente les opinions des élèves quant aux registres qu'ils ont trouvés plus faciles et plus difficiles lors de l'apprentissage de chacun des processus. Le chiffre 4 qui se trouve entre parenthèses signifie que cet élève a mentionné deux différents registres comme étant les plus difficiles lors de l'apprentissage du troisième processus et celui entre parenthèses est celui qu'il a trouvé le plus facile entre les deux. Cela explique donc aussi le total d'élèves entre parenthèses.

La colonne du total d'élèves fait remarquer que la plupart des élèves ont trouvé le registre symbolique le plus facile, mais éprouvent plus de difficulté lors de l'apprentissage du concept de la proportionnalité dans le contexte des registres graphique, puis linguistique. L'extrait suivant provient d'un élève qui explique pourquoi elle a préféré le registre symbolique : *parce que fallait juste que je fasse un produit croisé, moi j'ai fait le produit des extrêmes au produit des moyens.*

Tableau 9

Répartition des opinions des élèves interviewés par rapport à la facilité/difficulté des registres pour chacun des processus

Registre	Facilité/ difficulté	Élève			Total d'élèves
		Processus 1	Processus 2	Processus 3	
Linguistique	Facile	3-5-6-7		3-8	6
	Difficile	8	2-5	1-(4)-5-7	6 (7)
Symbolique	Facile	1-4	1-4-6-8	4-5	8
	Difficile	2-3	3-7	3-6	6
Tabulaire	Facile	8	5	1-2-6	5
	Difficile	5-7	4-6-8		5
Graphique	Facile	2	2-3-7	7	5
	Difficile	1-4-6	1	2-4-8	7

Le Tableau 10 reprend les résultats du Tableau 9 par rapport aux opinions des élèves quant aux registres qu'ils ont trouvés plus faciles et plus difficiles. La différence étant que dans le Tableau 10, ces opinions ne sont pas partagées par processus. De plus, il distingue les élèves quant à leur groupe d'appartenance, c'est-à-dire s'ils font partie du groupe quasi expérimental ou témoin et s'ils sont parmi les élèves qui se sont le plus ou le moins amélioré durant l'apprentissage du concept. Un rappel, les élèves du groupe quasi expérimental ont vécu un temps d'enseignement différencié, c'est-à-dire du temps d'enseignement supplémentaire pour l'apprentissage de chacun des processus. Le groupe témoin a vécu un temps d'enseignement suivant la séquence habituelle d'enseignement du concept. Les chiffres indiquent le nombre d'élèves associé à chaque critère.

Les résultats dévoilent que les élèves connaissent assez bien leurs forces et leurs faiblesses. Les élèves avaient une opinion et en général n'ont pas hésité à répondre aux questions en lien avec les registres de représentation sémiotique. Le Tableau 10 à la page suivante montre que les élèves appartenant au groupe témoin mentionnent plus fréquemment les registres linguistique et tabulaire, que ce soit pour indiquer que le registre soit facile ou difficile. Voici un extrait d'une entrevue avec une élève qui préférait le registre tabulaire lors de l'apprentissage du troisième processus : *j'étais quand même bonne dans les tables de valeurs, pis les choses de proportion pis, inversement faque c'est elle que j'ai trouvé plus facile pour moi.* Quant aux élèves du groupe quasi expérimental, ils font plutôt référence aux registres symbolique et graphique. Les élèves qui se sont le plus améliorés durant l'apprentissage semblent avoir des opinions partagées pour la difficulté du registre linguistique et semblent avoir trouvé le registre symbolique un peu difficile. Sinon, les élèves qui se sont le moins améliorés trouvent plutôt que le registre symbolique était facile, alors que le registre graphique était plus difficile. Finalement, je crois qu'ils se sont améliorés dans tous les registres et selon les préférences de chacun, ils ont répondu différemment.

Tableau 10

Répartition des opinions des élèves interviewés par rapport à la facilité/difficulté des registres pour chacun des regroupements d'élèves

Registre	Facilité/ difficulté	Nombre d'élèves dans le groupe quasi expérimental	Nombre d'élèves dans le groupe témoin	Nombre d'élèves s'étant le plus amélioré	Nombre d'élèves s'étant le moins amélioré
Linguistique	Facile	2	4	4	2
	Difficile	2 (3)	4	4	2 (3)
Symbolique	Facile	5	3	3	5
	Difficile	4	2	4	2
Tabulaire	Facile	2	3	2	3
	Difficile	1	4	2	3
Graphique	Facile	3	2	3	2
	Difficile	5	2	2	5

Mis à part les registres, les élèves interviewés ont également mentionné d'autres indices quant aux éléments qui ont facilité leurs apprentissages, tels que les devoirs, l'étude, les exercices, les travaux, les explications de l'enseignante étape par étape et la motivation. Voici l'extrait de l'élève qui a mentionné la motivation : *à cause que ma prof elle m'a encouragé ça fait peut-être comme un mois. Comme quand j'ai une bonne note elle m'encourage et là ça me donne plus de motivation.*

Mise en relation des résultats quantitatifs et qualitatifs

Voyons maintenant les liens entre les résultats quantitatifs et qualitatifs pour chaque objectif de recherche.

Le temps d'enseignement

Lorsque du temps d'enseignement supplémentaire fut alloué aux élèves appartenant au groupe quasi expérimental, leurs notes aux Évaluations et aux Productions mathématiques se sont améliorées, et ce, même si leurs notes étaient plus faibles avant l'apprentissage du concept de la proportionnalité. En fait, plus les apprentissages du concept de la proportionnalité ont avancé, plus les notes du groupe quasi expérimental se sont améliorées, comparativement au groupe témoin. Prendre plus de temps d'enseignement pour l'apprentissage du concept a fait bénéficier les élèves lors de la passation des instruments de collecte (Évaluations et Productions mathématiques).

Les élèves n'étaient pas conscients du temps d'enseignement supplémentaire qui leur était alloué. La moitié des élèves qui ont noté une différence n'ont en fait pas eu de temps différencié, ce qui renforce l'idée que les élèves ne se préoccupent pas du temps d'enseignement alloué à l'apprentissage à moins que l'enseignant ne commente sur le sujet, ce qui n'a pas été le cas. La plupart des élèves qui ont remarqué une différence dans le temps d'enseignement étaient ceux qui avaient plus de difficulté avec l'apprentissage du concept. Il n'en demeure pas moins que la plupart des élèves croient que le temps d'enseignement alloué était suffisant, peu importe le regroupement auquel ils appartenaient.

Les élèves semblent se fier à l'enseignant pour gérer le temps d'enseignement à allouer à chaque concept. Il est évident qu'il est de la responsabilité de l'enseignant d'organiser la planification globale pour l'année scolaire. À moins que l'enseignant passe un commentaire sur le temps d'enseignement passé sur l'apprentissage d'un concept donné, les élèves n'ont pas vraiment de points de comparaison pour connaître le temps d'enseignement adéquat à passer sur l'apprentissage. De plus, ils sont encore jeunes et commencent à peine à se responsabiliser par rapport à leurs études. Les élèves ont beaucoup de difficultés à cerner les stratégies d'apprentissage qui leur conviennent et encore plus à vérifier s'ils ont compris l'apprentissage du concept avant qu'ils soient évalués. Si les élèves ne réalisent pas qu'ils ont des difficultés avec le concept de la proportionnalité, il leur est difficile d'avouer avoir besoin de temps d'enseignement supplémentaire.

Les registres de représentation sémiotique

Selon l'instrument de collecte utilisé (Production mathématique 1, 2, 3 ou Évaluation 1, 2), la facilité qu'ont les élèves avec l'utilisation des différents registres diffère un peu. Toutefois, globalement, le registre linguistique cause beaucoup plus de difficultés aux élèves. Les élèves sont conscients de leurs forces et faiblesses. Ils trouvent que ce sont les registres graphique et linguistique qui ont été les plus difficiles.

Quant au registre de représentation sémiotique considéré le plus facile, les élèves affirment qu'il s'agit du registre symbolique puisqu'il implique généralement une application simple. Souvent, les élèves appliquent le registre symbolique sans savoir pourquoi, d'où l'illusion de la linéarité. Les instruments de collecte ont également montré les mêmes résultats. Les registres tabulaire et graphique se retrouvent entre les registres linguistique et symbolique par rapport à leur facilité d'utilisation. Lors des Productions mathématiques, le registre tabulaire a été mieux réussi, alors que dans les Évaluations, ce fut le registre graphique qui a obtenu de meilleurs résultats. Dans le prochain chapitre, nous discuterons davantage des conclusions que nous pouvons tirer de ces résultats.

CHAPITRE V

DISCUSSION DES RÉSULTATS DE LA RECHERCHE

La réussite de l'apprentissage du concept de la proportionnalité étant l'objectif de cette recherche, deux moyens ont été utilisés afin d'en faciliter la compréhension par les élèves. Le premier étant de différencier le temps d'enseignement et le deuxième de cerner les registres de représentation sémiotique les plus pertinents à prioriser lors de l'enseignement de chacun des processus du concept. Divers instruments de collecte ont pu recueillir des données quantitatives, mais voulant mettre les élèves au centre de leurs apprentissages, des entrevues semi-dirigées avec quelques élèves ont également semblé essentielles afin de connaître leurs perceptions. Selon l'analyse des résultats, il semblerait qu'il y ait un lien entre l'apprentissage du concept de la proportionnalité, le temps d'enseignement consacré à l'apprentissage et la différenciation de l'enseignement à l'aide des registres de représentation sémiotique. Dans la discussion qui suit, chacun de ces éléments sera repris.

La proportionnalité et ses illusions

Le concept de la proportionnalité occupe une place importante dans le Programme de formation de l'école québécoise (MEQ, 2004), surtout dans la deuxième année du 1er cycle du secondaire. Afin de faciliter l'apprentissage du concept de la proportionnalité, ce dernier est divisé en plusieurs processus : la *comparaison de rapports et de taux*, la *reconnaissance d'une situation de proportionnalité, notamment à l'aide du contexte, d'une table de valeurs ou d'un graphique* et la *résolution d'une situation de proportionnalité*. Cependant, je trouve que ce n'est pas suffisant, puisque plusieurs élèves éprouvent encore beaucoup de difficulté à maîtriser le concept. L'illusion de la linéarité amène une problématique en soi parce que les élèves croient souvent à tort que toutes les situations sont proportionnelles (Gnass, 2000; Modestou & Gagatsis, 2004; Simmt, 2004; Van Dooren, De Bock, Depaepe, Janssens & Verschaffel, 2005; Van Dooren et al., 2004). Je crois qu'une bonne compréhension du concept de la proportionnalité pourrait rendre l'apprentissage de concepts connexes tels que le cercle, les figures semblables, les pourcentages et l'homothétie plus facile pour l'élève.

Le premier objectif spécifique de recherche visait à *examiner si le temps d'enseignement alloué à chaque processus du concept de la proportionnalité a un impact sur l'apprentissage de chacun des processus.* L'hypothèse sous-jacente était que l'apprentissage du concept de la proportionnalité est favorisé si on s'assure que les élèves maîtrisent chaque processus de ce concept grâce à une différenciation adéquate du temps d'enseignement.

Les recherches sur la proportionnalité affirment que les élèves ont de la difficulté à maîtriser le concept, notamment qu'ils croient à l'illusion de la linéarité (De Bock et al., 2002; De Bock et al., 2005; Modestou & Gagatsis, 2004; Simmt, 2004; Van Dooren, De Bock, Depaepe, Janssens & Verschaffel, 2003; Van Dooren et al., 2005). Ce problème a fréquemment été soulevé, mais les chercheurs ne réussissent pas à trouver de solutions définitives. Cette recherche est d'autant plus pertinente puisque peu d'écrits abordent à la fois le concept de la proportionnalité et le temps d'enseignement.

Les connaissances antérieures

Quelques recherches (Côté, 1990; Noelting, 1978; Oliveira, 2008) mettent en évidence le fait que le raisonnement proportionnel est présent chez les élèves avant l'enseignement du concept; ce dernier est prévu essentiellement en deuxième année du 1^er^ cycle du secondaire. En fait, selon la Progression des apprentissages au secondaire (MELS, 2010), l'élève entreprend l'apprentissage du raisonnement proportionnel au cours de la première année du 1^er^ cycle du secondaire avec l'intervention de l'enseignant ou l'enseignante. Lorsque l'élève est dans la deuxième année du 1^er^ cycle de secondaire, il doit avoir acquis le concept de la proportionnalité. Il y a fréquemment des doubleurs dans les groupes-classes qui ont déjà vu la matière, mais ont souvent des difficultés. Il peut aussi y avoir des élèves qui ont possiblement appris le produit croisé durant les années précédentes. L'Évaluation[4] 1 a permis de démontrer que les élèves avaient déjà des connaissances sur le concept de la proportionnalité. Ils réussissaient à répondre à quelques questions. Toutefois, lorsque les élèves arrivent en deuxième année du 1^er^ cycle du secondaire, ils ont rarement appris ou compris le sens de la proportionnalité. Leur compréhension est intuitive puisqu'ils pas encore mathématisé le concept de la proportionnalité. Il est donc essentiel de prendre le temps d'enseignement nécessaire pour l'apprentissage des premiers processus du concept de la proportionnalité, malgré leurs connaissances antérieures afin de permettre aux élèves de bien en saisir le sens.

[4] Un rappel que lorsque les termes Évaluation et Production sont écrits avec une lettre majuscule, ils font référence aux instruments de collecte utilisés dans cette recherche afin d'évaluer les acquis des élèves sur le concept de la proportionnalité.

La Progression des apprentissages au primaire (MELS, 2009) indique qu'à la fin de la sixième année, l'élève doit reconnaître différents sens de la fraction, dont le rapport, avec l'intervention de l'enseignante. Toutefois, l'élève saura déjà vérifier l'équivalence de deux fractions, ordonner des fractions ayant un même numérateur ou dénominateur et construire un ensemble de fractions équivalentes par lui-même à la fin de la sixième année. Ces connaissances sont réutilisées lors d'apprentissages ultérieurs, notamment celui du concept de la proportionnalité.

Lorsque l'enseignant présente une situation proportionnelle à l'élève et que ce dernier doit simplement appliquer la règle de trois par exemple, l'élève réussit assez bien en général. Il s'agit d'une application plutôt simple pour l'élève. Lorsqu'on lui demande plutôt de vérifier si la situation est proportionnelle, l'élève doit comprendre davantage le sens de la proportionnalité. Cette recherche met en évidence que lorsque la base de l'apprentissage du concept de la proportionnalité est plus solide, surtout l'apprentissage des deux premiers processus qui s'y rattachent, leurs apprentissages ultérieurs en sont facilités. Donner aux élèves l'occasion de vérifier leur maîtrise des connaissances au fur et à mesure que l'apprentissage chemine, grâce aux Productions mathématiques par exemple, les aide également. La solidification des processus de base du concept de la proportionnalité contribue autant pour les apprentissages connexes à couvrir la même année comme le cercle, les figures semblables, les pourcentages et l'homothétie, que les années subséquentes lors des apprentissages tels que la trigonométrie et la géométrie.

L'illusion de la linéarité

Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens et Verschaffel (2004) ont vérifié auprès d'un groupe quasi expérimental d'élèves si des leçons spécialisées sur les situations non proportionnelles peuvent réduire l'illusion de la linéarité qu'ont les élèves. Toutefois, ces derniers ont commencé à généraliser et à croire que toutes les situations étaient non proportionnelles, incluant celles qu'ils auraient bien résolues auparavant. La présente recherche révèle qu'en présentant plus de situations dans le temps d'enseignement supplémentaire, sans insister davantage sur les situations proportionnelles ou non proportionnelles, mais en exploitant aussi les registres de représentation sémiotique, les élèves ont eu l'occasion de mieux comprendre le sens de la proportionnalité. Si l'enseignant insiste sur un apprentissage quelconque, les élèves captent qu'il est important. Il s'agit donc de bien doser les situations proportionnelles et non proportionnelles présentées afin d'éviter que les élèves croient à tort que la plupart des situations sont proportionnelles par exemple (l'illusion de la linéarité).

J'en profite pour inclure une note plus personnelle : lorsque je présente brièvement ma recherche à des gens qui ne sont pas nécessairement du milieu de l'éducation, il leur semble évident qu'allouer plus de temps d'enseignement facilite l'apprentissage de tout concept. Autrefois, il m'en apparaissait aussi manifeste, jusqu'à ce que j'enseigne à un petit groupe-classe particulier d'élèves. Leur horaire avait été réaménagé afin que ces élèves aient plus de périodes de mathématique que les autres élèves de leur niveau, puisqu'ils étaient plus faibles. Malgré cela, ces élèves éprouvaient beaucoup de difficulté et ne réussissaient guère davantage. C'est ce groupe-classe d'élèves qui m'a motivée à essayer de trouver une solution.

Après réflexion et quelques lectures, je viens à conclure que ces élèves avaient peut-être de trop grandes lacunes en mathématique, qui relevaient même du primaire pour certains (les élèves étaient en deuxième année du 1er cycle du secondaire). Donc malgré le temps d'enseignement supplémentaire, ce n'était pas suffisant pour ces élèves et il me manquait les ressources nécessaires pour répondre à leurs besoins (spécialiste d'orthopédagogie entre autres). De plus, même s'ils étaient moins nombreux qu'un groupe-classe normal (19 élèves comparativement à 32 élèves), puisqu'ils étaient tous faibles en mathématique, ils manquaient de motivation et peut-être même de compétitivité en salle de classe. N'ayant pas pu les aider à ma satisfaction, ils furent ma motivation pour ce mémoire. Je réalise maintenant qu'allouer du temps d'enseignement supplémentaire peut être bénéfique, mais cela peut dépendre des circonstances et de la façon dont ce temps d'enseignement est utilisé.

La course contre le temps

Le temps d'enseignement du concept de la proportionnalité n'est pas toujours ajusté aux besoins des élèves. Il importe d'allouer le temps nécessaire aux élèves pour comprendre le concept afin de faciliter leurs apprentissages ultérieurs. Certaines recherches (Anderson, 1984; Perrenoud, 2001; St-Jarre, 2001) rapportent qu'il n'y a pas assez de temps d'enseignement alloué à l'apprentissage du concept de la proportionnalité, car un grand nombre d'élèves semblent croire à l'illusion de la linéarité entre autres. Cette problématique vient d'être discutée. Toutefois, la variable du temps d'enseignement sera davantage abordée dans cette section. Walberg (1993) affirme qu'allouer plus de temps d'enseignement aux élèves est une solution, mais il importe de rendre ce temps productif et plus individualisé.

Les résultats à la hausse

Les gens se demandent souvent où je suis allée chercher le temps d'enseignement supplémentaire pour les élèves et s'ils n'ont pas été pénalisés par un manque de temps lors de l'enseignement des concepts suivants. En enseignement de la mathématique, le curriculum est très chargé, donc nous, les enseignants de mathématique, semblons toujours manquer de temps. Lors de la préparation de la recherche, j'avoue avoir été un peu inquiète que mes élèves soient pénalisés par le temps d'enseignement supplémentaire requis. La décision fut prise d'alléger leurs devoirs et travaux lors de l'apprentissage des concepts suivants afin de pouvoir épargner du temps et essayer de rattraper les groupes-classes d'élèves des autres enseignantes dans l'échéancier. Puisqu'il fut nécessaire d'allouer du temps d'enseignement supplémentaire, l'apprentissage du concept suivant a été retardé comparativement aux autres groupes-classes. Il fallait trouver une solution pour rattraper ce temps afin d'avoir assez de temps en fin d'année pour finir de couvrir toute la matière et avoir du temps pour la révision de fin d'année. Ensuite, du temps de récupération supplémentaire durant l'heure du midi a été offert aux élèves s'ils trouvaient que le rythme d'apprentissage était trop rapide en classe par exemple. Toutefois, cela ne fut pas nécessaire. Les concepts suivants à enseigner durant l'année scolaire étaient des concepts connexes au concept de la proportionnalité. Les élèves du groupe quasi expérimental ont obtenu de meilleures notes à la fin de l'apprentissage du concept de la proportionnalité, donc on pourrait présumer qu'ils ont mieux compris le concept. Cela leur a facilité la tâche pour l'apprentissage des concepts connexes suivants. Cette recherche fait remarquer que puisque leur base (le concept de la proportionnalité) était plus solide, les élèves ont eu besoin de moins d'explications, de répétition de théorie et de temps pour faire leurs problèmes des concepts connexes, comparativement aux groupes-classes d'élèves des autres enseignantes.

Même si les résultats de la présente recherche démontrent qu'il a été avantageux d'allouer du temps d'enseignement supplémentaire aux élèves, il faut faire attention à ne pas trop généraliser à d'autres circonstances. Assurer une meilleure compréhension du concept de la proportionnalité a manifestement été profitable dans ce cas. L'apprentissage des concepts connexes semble avoir été facilité et cela a permis de gagner du temps d'enseignement afin de respecter l'échéancier du calendrier scolaire. En revanche, allouer trop de temps d'enseignement supplémentaire peut également nuire aux élèves parce qu'ils se découragent du fait qu'ils passent autant de temps sur un concept et qu'ils ne comprennent toujours pas, donc manque de motivation. Alors que les élèves de la classe qui auraient plus de facilité avec l'apprentissage du concept s'ennuient, et ce, même s'il y a de l'enrichissement, parce qu'ils savent qu'il s'agit habituellement de travaux non nécessaires. Il s'agit donc de bien doser le temps d'enseignement supplémentaire, mais aussi de faire réaliser aux élèves que ce temps doit être utilisé de façon productive et qu'ils doivent se responsabiliser quant aux apprentissages à effectuer.

La responsabilisation des élèves par rapport à leurs apprentissages

Les enseignants devraient passer plus de temps à enseigner aux élèves comment se concentrer sur leurs besoins particuliers puisque les élèves ont des rythmes d'apprentissages différents et des connaissances antérieures différentes, par exemple (Walberg, 1993). Les enseignants essaient de suivre un échéancier qu'ils se fixent habituellement en début d'année. Ils le font afin de respecter le calendrier scolaire qui leur est imposé, où chaque minute est comptée. Cette tâche revient aux enseignants. Il n'est donc pas surprenant d'apprendre que les élèves ne semblent pas conscients du temps d'enseignement passé à l'apprentissage d'un concept. La majorité des élèves qui ont remarqué une différence dans le temps d'enseignement n'ont en réalité pas eu de temps d'enseignement supplémentaire. La plupart des élèves font confiance à l'enseignant par rapport à la notion du temps et ne s'en préoccupent pas.

Il arrive qu'un élève se plaigne du manque de temps pour compléter ses exercices en classe. En fait, parmi les élèves qui ont commenté la différenciation du temps d'enseignement, la majorité était des élèves qui se sont le moins améliorés après l'apprentissage du concept. Ces élèves se sentent donc concernés par la différenciation du temps d'enseignement et sont conscients qu'ils pourraient sûrement bénéficier d'un accroissement du temps d'enseignement.

Les enseignants travaillent très fort à responsabiliser les élèves face à leurs apprentissages en deuxième année du 1er cycle du secondaire. Leur maturité se développe et les élèves plus autonomes savent reconnaître leurs difficultés et poser des questions aux moments appropriés. D'autres élèves ont tendance à attendre en espérant que les exercices et le temps les aident. Lorsque cela ne réussit pas, ils sont perplexes et se découragent, notamment après une évaluation ou lors de l'apprentissage du concept suivant. En ayant du temps d'enseignement supplémentaire, quelques élèves ont pu échapper à cette défaite. Ils ont eu du temps supplémentaire pour poser leurs questions. La passation et le retour sur la correction des Productions mathématiques permettent également aux élèves de vérifier leurs apprentissages avant les évaluations qui paraissent aux bulletins.

Il est assez rare d'avoir des élèves qui s'ennuient parce qu'ils sont trop rapides pour le fonctionnement du groupe-classe. Habituellement, le contraire se passe, c'est-à-dire que les élèves se plaignent que le déroulement est trop rapide et qu'ils n'arrivent pas à suivre le rythme et réaliser les apprentissages attendus. Bien sûr, tous les élèves n'ont pas le même rythme d'apprentissage ni autant de facilité avec la matière. Plusieurs élèves ont donc pu tirer profit du temps d'enseignement supplémentaire. Cette recherche a montré qu'ajuster le temps d'enseignement aux besoins des élèves lors de l'apprentissage du concept de la proportionnalité a permis d'assurer une plus grande réussite, et ce, pour chaque processus du concept. Lorsque les enseignants passent à l'apprentissage du processus suivant sans que les élèves aient eu le temps d'assimiler la théorie, les élèves sont souvent pénalisés lors des évaluations.

Pendant le temps d'enseignement supplémentaire, les élèves devraient se concentrer sur leurs besoins individuels. Par exemple, tous les élèves qui ont eu de la difficulté avec l'apprentissage du premier processus n'ont pas nécessairement des difficultés avec les mêmes registres de représentation sémiotique. Les apprentissages qui ont lieu lors de ce temps d'enseignement supplémentaire devraient donc être plus individualisés. Anderson (1984) appuie ceci lorsqu'il affirme que le temps d'enseignement n'est pas nécessairement la variable critique, mais plutôt la qualité de l'apprentissage. D'où l'idée du deuxième objectif de recherche, c'est-à-dire de différencier le temps d'enseignement à l'aide des registres de représentation sémiotique afin de motiver les élèves dans leurs apprentissages et d'individualiser l'enseignement.

Les registres de représentation sémiotique favorisés

Le Programme de formation de l'école québécoise (MELS, 2007) propose de différencier l'enseignement à l'aide de plusieurs registres de représentation sémiotique. Il faut en effet accorder plus d'importance aux registres de représentation sémiotique et leur transformation puisqu'ils sont au cœur des activités mathématiques (Duval, 2006; MELS, 2007). Dans le cadre théorique, deux types de transformations ont été mis en évidence, soit le traitement et la conversion (Duval 2006). Mes observations personnelles en tant qu'enseignante me laissent croire que nous, les enseignants, n'utilisons pas toujours assez l'ensemble des registres. Ces derniers permettent de différencier l'enseignement d'un concept. De plus, nous nous concentrons davantage sur le registre symbolique aux dépens des autres registres.

Cette recherche visait à *déterminer les registres de représentation sémiotique les plus appropriés à mettre en œuvre pour différencier le temps d'enseignement de chaque processus du concept de la proportionnalité*. L'hypothèse de la recherche était que l'apprentissage du concept de la proportionnalité est favorisé si on s'assure que les registres de représentation sémiotique appropriés sont utilisés pour l'apprentissage de chacun des processus.

Les registres et la conversion

Malgré le nombre limité de questions représentant chaque registre de représentation sémiotique dans les instruments de collecte de cette recherche (Évaluations et Productions mathématiques) et l'impossibilité d'avoir des questions du même niveau de difficulté pour chaque registre, quelques résultats intéressants en sont ressortis. En effet, en travaillant spécifiquement sur la comparaison des systèmes de représentation, donc la transformation des registres de représentation sémiotique, la compréhension du concept est facilitée pour les élèves, ce qui augmente la qualité de leurs travaux. Les représentations sémiotiques peuvent être converties en des représentations équivalentes dans un autre système sémiotique, mais prendre une signification différente pour l'élève qui l'utilise (Duval, 1995). Ceci différencie l'apprentissage et peut faciliter la compréhension qu'a l'élève du concept.

Lors du temps d'enseignement supplémentaire, le traitement et la conversion des registres ont davantage été travaillés. Ceci a été fait à l'aide d'exercices supplémentaires ciblés. Trop souvent, lorsque l'élève ne comprend pas, l'enseignant fait seulement répéter la consigne ou la théorie. Cela peut fonctionner pour certains élèves, mais pour d'autres il faut remanier la théorie, par exemple en expliquant sous un angle différent avec des synonymes, de nouveaux exemples ou une différente approche. La conversion des objets d'un registre à l'autre facilite ce remaniement parce qu'il est possible de voir plusieurs facettes d'une même tâche grâce aux différents registres de représentation sémiotique.

Les registres de représentation sémiotique ne s'enseignent pas comme tels, ils sont plutôt utilisés comme moyen de faire l'apprentissage d'un concept. Pourtant, leur transformation doit être enseignée, en particulier pour l'apprentissage du concept de la proportionnalité. La conversion est essentielle lors de l'enseignement du deuxième processus, c'est-à-dire la reconnaissance d'une situation de proportionnalité, notamment à l'aide du contexte, d'une table de valeurs ou d'un graphique. Cependant, la théorie inscrite dans le manuel scolaire de l'élève intitulé Panoram@th (Boivin, Gendron & Ledoux, 2006) ne fait pas référence à la conversion du registre linguistique. Dans le Panorama 9, chapitre qui est couvert en début d'année, les élèves travaillent la conversion entre les registres graphique, symbolique et tabulaire. Il relève de la responsabilité de l'enseignant de viser davantage la transformation du registre linguistique, soit la conversion vers ce registre ou la conversion du registre linguistique vers d'autres registres. Comme cette recherche le souligne, ce registre est souvent négligé et les élèves en sont pénalisés.

Les préférences entre les registres

Même si les exercices que les élèves doivent compléter et leurs notes de cours sont les mêmes, tous groupes-classes confondus, l'importance ou les besoins d'un groupe-classe envers un registre précis peuvent différer, donc l'approche peut être différente. Une fois la correction des Productions mathématiques terminée, nous, les deux enseignantes participantes à la recherche, faisions un retour avec les élèves sur toutes les questions puisque nous croyons qu'il est important d'apprendre de ses erreurs.

Tout élève a son propre rythme d'apprentissage, des forces et des limites différentes. Lorsqu'un élève doit nommer le registre qu'il a trouvé le plus facile lors de l'apprentissage du premier processus, sa réponse pourrait être teintée par l'enseignement de l'enseignante. Par exemple, l'enseignante peut avoir insisté sur l'importance d'un registre lors de l'apprentissage d'un processus puisqu'elle croit qu'il est plus difficile. Il en est de même pour l'élève qui trouvait que l'enseignante avait passé beaucoup de temps d'enseignement sur l'apprentissage d'un processus à l'aide du registre tabulaire par exemple. Il se peut qu'il ait mentionné celui-ci seulement parce qu'il se souvient de ce registre.

Malgré cela, les élèves ciblent plutôt bien leurs forces et faiblesses, ce qui les entraîne à avoir des préférences quant à l'utilisation des registres. Cette recherche a dévoilé que plusieurs élèves préfèrent le registre symbolique. Cela peut s'expliquer par sa rapidité d'utilisation. Il est beaucoup plus rapide de faire quelques produits croisés que de créer une table des valeurs ou un graphique gradué avant même de pouvoir les utiliser pour résoudre le problème. J'omets volontairement le registre linguistique parce qu'il est souvent utilisé en dernier recours, lorsque l'élève ne comprend pas et il essaie d'écrire ce qu'il sait. Ce phénomène sera discuté sous peu.

Les élèves qui préfèrent un registre particulier et qui se limitent à utiliser seulement celui-ci, se font pénaliser à la longue puisqu'inévitablement, ils seront bloqués dans leurs démarches pour une question donnée. Selon la question demandée à l'élève, l'utilisation d'un registre précis est parfois exigée pour trouver la solution. Finalement, il importe que malgré leurs préférences, les élèves sachent procéder avec le traitement dans tous les registres et leur conversion d'un registre à l'autre.

Le registre linguistique et la mathématique

Les représentations sémiotiques sont nécessaires aux fins de communication, mais également au développement de l'activité mathématique elle-même (Duval, 1995). Les symboles sont souvent associés à la mathématique et le concept de la proportionnalité n'y échappe pas. Rendre justice aux symboles et écrire correctement le langage mathématique est important. Le Cadre d'évaluation des apprentissages (MELS, 2011) indique que la troisième compétence disciplinaire, *communiquer à l'aide du langage mathématique*, doit faire l'objet d'un retour avec l'élève. Cette compétence est aussi évaluée de façon indirecte à travers les deux autres compétences disciplinaires.

Avec le critère d'évaluation de la première compétence disciplinaire, *résoudre une situation-problème*, qui cherche à vérifier la manifestation, oralement ou par écrit, de la compréhension de l'élève de la situation-problème, il y a un nouveau discours de la part des enseignants. Ces derniers incitent les élèves à écrire, souvent à l'aide d'un texte, ce qu'ils ont compris. De même qu'un élève, qui est bloqué dans ses démarches, peut écrire ce qu'il aurait fait par la suite, s'il n'avait pas fait une erreur de calcul par exemple. L'élève étant capable d'expliciter intelligemment ses démarches peut avoir une meilleure note, comparativement à l'autre élève qui n'a rien écrit.

Le registre linguistique prend davantage d'importance depuis l'arrivée de la compétence disciplinaire visant la communication puisque les enseignants doivent développer cette compétence chez les élèves. Pourtant, le registre linguistique est très souvent délaissé par le manuel scolaire et les enseignants, d'où la grande difficulté des élèves avec son application. Il faut noter qu'il n'est pas facilement applicable à l'apprentissage de tous les concepts, il a ses limites dans la réalisation de certaines tâches mathématiques. Toutefois, cette recherche met en évidence que l'enseignant doit accorder plus d'importance au registre linguistique puisque les élèves ont des difficultés avec ce dernier.

Le registre symbolique et la mathématique

Il y a de fortes chances que nos grands-parents, nos parents et nous-mêmes nous rappelions encore les termes *règle de trois* ou *produit croisé,* même s'il y a hésitation sur leur application. Il s'agit d'un calcul simple qui relève plutôt du registre symbolique. L'apprentissage du concept de la proportionnalité à l'aide des registres tabulaire et graphique n'arrive généralement qu'à la suite de l'utilisation du registre symbolique. Pourtant, dans le cas de cette recherche, le graphique et la table de valeurs sont des registres qui ont déjà été travaillés en début d'année avec les élèves. En commençant l'apprentissage du concept avec le registre symbolique, l'accent est mis sur sa facilité d'application. Par la suite, comme mentionné dans les entrevues de cette recherche, il y a plusieurs élèves qui retiennent seulement cette méthode, d'où peut-être l'illusion de la linéarité. Par exemple, le produit croisé s'appliquerait dans toutes les circonstances et toutes les situations seraient proportionnelles.

L'apprentissage de la plupart des concepts mathématiques semble plus facile d'approche par le registre symbolique. Très fréquemment, la définition d'un concept est accompagnée d'exemples relevant du registre symbolique. Les élèves comprennent davantage le concept lorsqu'ils ont vu les exemples. Cependant, le sens et la définition du concept en sont alors souvent négligés. L'application du concept est présentée avant son utilité.

L'enseignement des concepts étant souvent guidé par le manuel scolaire de l'élève, la séquence d'enseignement suggérée par le manuel est fréquemment suivie afin de faciliter son utilisation. Les exercices du manuel scolaire suggèrent d'ailleurs beaucoup plus l'utilisation du registre symbolique pour trouver les réponses que tout autre registre. Le temps d'enseignement en est d'ailleurs influencé, car il y a beaucoup de temps et d'énergie consacrés à l'utilisation du registre symbolique. L'utilisation du registre symbolique est plus facile et rapide, mais plus abstraite que les registres graphique et tabulaire par exemple. Pour les élèves plus visuels, l'enseignement du concept de la proportionnalité devrait peut-être commencer par l'utilisation des registres graphique et tabulaire. Comme il a été mentionné, ces registres sont d'ailleurs beaucoup travaillés en début d'année. Un peu moins abstraits, comportant plus de règles et ne s'appliquant pas ou ne facilitant pas nécessairement l'apprentissage de toute situation-problème, les registres tabulaire et graphique sont souvent un peu plus négligés. Pourtant, ces registres sont utilisés fréquemment dans l'apprentissage des concepts connexes à la proportionnalité dans les années ultérieures.

À la lumière de tous les résultats en lien avec le deuxième objectif, il m'apparaît difficile de déterminer les registres les plus appropriés à mettre en œuvre pour différencier le temps d'enseignement de chaque processus du concept. Selon moi, il est essentiel de faire l'enseignement des processus à l'aide des quatre registres de représentation sémiotique. Cette recherche donne tout de même une bonne vision des registres sur lesquels il faut davantage se pencher. L'ordre dans lequel ils sont enseignés pourrait également faire une différence dans la compréhension du concept. D'expérience, je sais que les manuels scolaires et notre enseignement exploitent davantage le registre symbolique. Sachant ceci et constatant que les élèves semblent avoir plus de facilité avec ce registre, il serait important de se pencher davantage sur les trois autres registres, notamment le registre linguistique, et ce, pour l'enseignement des trois processus du concept de la proportionnalité.

Concernant le registre linguistique, à l'heure actuelle au Québec, il y a des programmes qui sont mis en place afin d'encourager la lecture chez les enfants. L'apprentissage de la langue d'enseignement semble influer sur la réussite des élèves. Un sondage effectué en 1997 auprès de jeunes non diplômés du secondaire a révélé qu'un peu plus de la moitié avaient échoué en français. Les élèves éprouvant de la difficulté en lecture se concentrent soit exclusivement sur le code et ne cherchent pas le sens ou ils sont trop centrés sur la recherche de sens et devinent les mots plus qu'ils ne les lisent (MELS, 2005). En accordant plus d'importance à la lecture et en aidant les élèves à devenir plus compétents à comprendre l'information transmise dans les textes lus, les élèves pourraient en bénéficier dans tous leurs cours, dont la mathématique.

Apports des résultats

Cette section présentera les apports, les questions sans réponses, les futures pistes de recherche et les nouvelles questions. Cette recherche me semble très pertinente pour le domaine des sciences de l'éducation et contribue plus spécifiquement au champ d'études de l'apprentissage de la mathématique. J'ai pu découvrir que la quantité de temps d'enseignement allouée à l'apprentissage du concept de la proportionnalité a un impact sur la réussite des élèves. Dans cette situation d'enseignement, il a fallu du temps d'enseignement supplémentaire à ce qui avait été planifié d'avance par les enseignantes de cette école. Il s'agit surtout d'évaluer les besoins des élèves, puisque différents groupes-classes d'élèves ont différents besoins. Il serait très utile pour les enseignants de savoir justement qu'une différenciation du temps d'enseignement peut s'avérer aussi bénéfique pour la compréhension des élèves lors de l'apprentissage du concept de la proportionnalité. De plus, l'enseignant est sûrement dans la meilleure position pour différencier le temps d'enseignement et les registres de représentation sémiotique utilisés lors de l'apprentissage.

L'information contenue dans cette recherche peut aider la direction d'école aussi, puisqu'elle peut motiver ses enseignants à prendre en considération la discussion des résultats de cette étude pour faciliter l'apprentissage de leurs élèves. Les conseillers pédagogiques pourraient aussi tirer avantage de cette étude puisqu'une de leurs responsabilités est de favoriser le développement et la qualité de l'enseignement. Finalement, cette recherche se veut un outil pour quiconque, mais surtout un moyen de favoriser l'apprentissage chez les élèves.

Les élèves étant au centre et responsables de leurs apprentissages, ils devraient également être préoccupés par leur réussite. D'ailleurs, si les élèves réussissent davantage lors de l'apprentissage du concept de la proportionnalité, leurs apprentissages en mathématique seraient même facilités lors des années ultérieures, puisque la trigonométrie et la géométrie nécessitent une bonne connaissance du concept.

Cependant, il suffit non seulement d'allouer plus de temps d'enseignement, mais également de différencier l'apprentissage à l'aide des différents registres de représentation sémiotique. Comme mentionné précédemment, l'enseignement du concept de la proportionnalité débute souvent par le registre symbolique. Les manuels scolaires sont un bon outil à la base, mais ils ne sont pas infaillibles. Ils insistent beaucoup sur le registre symbolique. Il faut prendre le temps de travailler davantage le registre linguistique avec les élèves puisqu'il est souvent négligé. S'ajuster aussi aux besoins des élèves, entre autres de travailler davantage le registre linguistique dans un langage qui leur est accessible. L'enseignement de la mathématique à l'aide des registres de représentation sémiotique n'est pas nouveau. Toutefois, le Programme de formation de l'école québécoise (MELS, 2007) les mentionne maintenant explicitement et la troisième compétence disciplinaire, *communiquer à l'aide du langage mathématique*, cible précisément la production et l'interprétation du message que font les élèves d'un concept donné.

Même dans un contexte de changement de programme, les résultats de cette recherche sont très utiles et m'ont apporté de grands apprentissages en tant qu'enseignante et en tant que chercheure. Il est rare que je prenne le temps de questionner les élèves individuellement sur leurs apprentissages et leurs outils qu'ils préfèrent utiliser par exemple. Je sonde l'opinion des élèves en grand groupe, mais avoir l'opportunité et le temps de le faire individuellement m'a semblé plus révélateur. En tant que chercheure, j'ai particulièrement été intéressée par les résultats en rapport à l'utilisation des différents registres de représentation sémiotique dans l'apprentissage de la proportionnalité, notamment le registre linguistique. Ce dernier doit être utilisé davantage lors des apprentissages en mathématique. Ces résultats guideront mon enseignement aux années ultérieures et non seulement pour l'enseignement du concept de la proportionnalité. Avant tout, ces résultats me laissent avec beaucoup de questionnements, en plus qu'il n'y a pas beaucoup de recherches qui portent sur le sujet.

Les recherches sur les registres de représentation sémiotique en enseignement de la mathématique sont peu fréquentes. Les registres prennent d'ailleurs plus d'importance dans les dernières années au Québec en raison de leur mention dans le Programme de formation de l'école québécoise (MELS, 2007). Il faut noter que ce projet de recherche peut servir autant aux enseignants qu'aux élèves. La recherche fait état des compétences disciplinaires à évaluer selon le Programme de formation de l'école québécoise, mais sans suivre de modèle d'apprentissage particulier. C'est pour cela que les connaissances générées par cette recherche peuvent être interprétées dans le contexte de différents référentiels et conceptions. Je souhaite que d'autres chercheurs étudient le même sujet avec d'autres groupes d'élèves dans d'autres disciplines afin de voir s'ils arrivent aux mêmes résultats.

Pour ma part, j'ai deux questions qui me laissent perplexe. Tout d'abord, la raison pour laquelle les élèves ne sont pas plus au courant du temps d'enseignement passé à l'apprentissage d'un concept. Est-ce parce qu'ils ne sont pas informés par les enseignants? Parce qu'ils croient que cela ne les affecte pas? Serait-il pertinent de les rendre plus responsables du temps d'enseignement?

Ensuite, dans cette recherche, l'identification des registres de représentation sémiotique les plus appropriés à mettre en œuvre pour différencier le temps d'enseignement a été faite de façon globale pour l'apprentissage du concept de la proportionnalité. Non pas pour chacun des processus du concept de la proportionnalité comme espéré selon l'objectif de recherche. Si les instruments de collecte étaient plus exhaustifs, serait-il possible de répondre à cet objectif de recherche de façon plus précise?

Il serait essentiel de s'intéresser davantage aux registres de représentation sémiotique autant lors de futures recherches, de l'expérimentation lors de l'enseignement ou encore lors de l'élaboration de guides pédagogiques entre autres. Il serait pertinent d'éclairer l'application du registre linguistique lors de l'enseignement en mathématique. Ensuite, il pourrait être intéressant de voir si l'ordre dans lequel les différents registres de représentation sémiotique sont présentés lors de l'enseignement du concept de la proportionnalité a un impact sur la compréhension du concept.

À la lumière des résultats de cette recherche, j'ai de nouveaux questionnements. Par exemple, je me questionne à savoir si la difficulté des élèves à utiliser le registre linguistique est propre à l'apprentissage du concept de la proportionnalité. De même que s'il existe d'autres concepts mathématiques pour lesquels il serait avantageux d'allouer du temps d'enseignement supplémentaire. La différenciation du temps d'enseignement a-t-elle un impact potentiel sur l'apprentissage de concepts ultérieurs, peu importe le niveau scolaire auquel les concepts sont enseignés? Finalement, une étude longitudinale pourrait être conduite afin de vérifier si le temps d'enseignement supplémentaire alloué à l'apprentissage du concept de la proportionnalité a en effet un impact important sur l'apprentissage des concepts connexes aux années ultérieures. Sinon, est-ce que l'apprentissage du concept est à réviser (temps espacé entre les apprentissages amène à oublier certains concepts)?

CONCLUSION

L'objectif de départ de cette recherche était d'examiner l'impact du temps d'enseignement sur l'apprentissage du concept de la proportionnalité en analysant les besoins de temps d'enseignement des élèves pour chacun des trois processus du concept. Le deuxième objectif souhaite déterminer les registres de représentation sémiotique les plus appropriés pour différencier le temps d'enseignement de chacun des processus.

J'ai eu beaucoup d'intérêt à découvrir que le temps d'enseignement pouvait autant influencer la réussite de l'apprentissage du concept de la proportionnalité. J'ai bon espoir qu'une meilleure connaissance du concept peut faciliter les apprentissages des élèves en mathématique dans les années ultérieures et aider les élèves à persévérer davantage et réussir.

Cependant, mon plus grand apprentissage fut de connaître l'opinion des élèves et d'analyser leurs résultats par rapport à l'utilisation des différents registres de représentation sémiotique dans l'apprentissage de la proportionnalité. Cette recherche a permis de générer des connaissances sur l'utilisation systématique de plusieurs registres de représentation sémiotique lors de l'apprentissage du concept de la proportionnalité. Connaître les registres à favoriser lors de l'apprentissage du concept est pour moi un moyen d'améliorer mon enseignement; je pourrais l'utiliser pour l'apprentissage de plusieurs autres concepts.

RÉFÉRENCES

Adjiage, R. & Pluvinage, F. (2007). An experiment in teaching ratio and proportion. *Educational studies in mathematics, 65,* 149-175.

Anderson, L. W. (1981). *All our children learning: A primer for parents, teachers, and other educators.* Toronto : McGraw-Hill Book Company.

Anderson, L. W. (1984). *Time and school learning: Theory, research, and practice.* New York : St. Martin's press.

Archambault, J. & Chouinard, R. (1996). *Vers une gestion éducative de la classe.* Montréal : Gaëtan Morin.

Bloom, B. S. (1979). *Caractéristiques individuelles et apprentissages scolaires.* Paris : Fernand Nathan et Éditions Labor.

Blouin, P. & Gattuso, L. (2000). *Didactique des mathématiques et formation des enseignants.* Mont-Royal : Modulo.

Boivin, D., Gendron, I. & Ledoux, A. (2006). *Panoram@th : mathématique : 1^er^ cycle du secondaire : manuel de l'élève.* Anjou : CEC.

Boulet, A. (1998). *Enseigner les stratégies d'enseignement au primaire et au secondaire.* Hull : Les éditions Réflex.

Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux. *Recherches en didactique des mathématiques, 2.1,* 37-127.

Champlain, D. (1994). *Lexique mathématique : enseignement secondaire.* Beauport : Éditions du triangle d'or.

Côté, C. (1990). *Étude de la performance dans la construction de la notion de proportion, en situation de groupe, selon une perspective constructiviste de l'éducation.* Mémoire de maîtrise inédit, Université du Québec à Chicoutimi.

Coupal, M., Moreault, F. & Rouleau, É. (2005). *À vos maths ! : mathématique : 1er cycle du secondaire.* Montréal : Chenelière éducation.

De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2002). Improper use of linear reasoning : An in-depth study of the nature and the irrestibility of secondary school students' errors. *Educational studies in mathematics, 50*, 311-334.

De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2005). Raisonnements proportionnels inappropriés chez les élèves du secondaire en situation de résolution de problèmes géométriques. Dans M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte & J. Grégoire, *Enseignement et apprentissage des mathématiques : que disent les recherches psychopédagogiques ?* (pp. 271-286). Bruxelles : De Boeck Université.

Dempster, F. N. (1987). Time and the production of classroom learning : discerning implications from basic research. *Educational psychologist, 22*, 1-21.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.* Berne : P. Lang.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational studies in mathematics, 61,* 103-131.

Eurydice (2003). *La profession enseignante en Europe : Profil, métier et enjeux.* Bruxelles : Commission européenne.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures.* Dordrecht : Reidel.

Gattuso, L. (1992). *Les conceptions personnelles au sujet de l'enseignement et leur réflexion dans la pratique, un essai d'auto-analyse.* Thèse de doctorat inédite, Université du Québec à Montréal.

Gnass, I. (2000). *Étude du raisonnement proportionnel chez les élèves en troubles de comportement et d'apprentissage de deuxième secondaire.* Mémoire de maîtrise inédit, Université de Montréal.

Guay, S. (2005). *Perspective mathématique : 1er cycle du secondaire : manuel de l'élève.* Laval : Éditions du Grand Duc.

Hersant, M. (2006, juillet). *Un siècle de proportionnalité dans l'enseignement obligatoire français.* Communication présentée au Colloque EM 2000, Grenoble, France.

Ilany, B.-S., Keret, Y. & Ben-Chaim, D. (2004). Implementation of a model using authentic investigative activities for teaching ratio and proportion in pre-service teacher education. Dans *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 81-88). Bergen, Norway: International group for the psychology of mathematics education.

Kline, K. & Flowers, J. (1998, avril). *A Comparison of Fourth Graders' Proportional Reasoning in Reform and Traditional Classrooms.* Communication présentée au Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Diego, Californie.

Laperrière, A. (1997). Les critères de scientificité des méthodes qualitatives. Dans J. Poupart, J.-P. Deslauriers, L.-H. Groulx, A. Laperrière, R. Mayer & A. Pires, *La recherche qualitative : Enjeux épistémologiques et méthodologiques.* (pp. 365-389). Montréal : Gaëtan Morin.

Legendre, R. (2005). *Dictionnaire actuel de l'éducation.* Montréal : Guérin.

Levain, J.-P. (1997). *Faire des maths autrement : Développement cognitif et proportionnalité.* Montréal : L'Harmattan.

McLaughlin, S. (2003). Effect of Modeling Instruction on Development of Proportional Reasoning I : an empirical study of high school freshman. Résumé récupéré le 18 décembre 2008 de la base de données Google scholar.

Ménard, J. (2009). *Savoir pour pouvoir : Entreprendre un chantier national pour la persévérance scolaire.* Québec : Groupe d'action sur la persévérance et la réussite scolaires au Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2005). *La lecture chez les élèves du secondaire : Action concertée pour le soutien à la recherche en lecture.* Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2007). *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement secondaire, deuxième cycle.* Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2009). *Progression des apprentissages au primaire : mathématique.* Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2010). *Progression des apprentissages au secondaire : mathématique.* Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. (15 Mars 2011). Cadre d'évaluation des apprentissages : Mathématique : Enseignement secondaire 1er et 2e cycle. Gouvernement du Québec. [En ligne]. https://www7.mels.gouv.qc.ca/dc/evaluation/pdf/mathematique-sec.pdf

Ministère de l'Éducation du Québec (1997). Bulletin statistique de l'éducation : Rémunération et temps d'enseignement des enseignants des l'enseignement public primaire et secondaire (1er cycle) : Une comparaison Québec – pays de l'OCDE. Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec (2004). *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement secondaire, premier cycle.* Québec : Gouvernement du Québec.

Modestou, M. & Gagatsis, A. (2004). Students' improper proportional reasoning : A multidimensional statistical analysis. Dans D. De Bock, M. Isoda, J. A. Garcia Cruz, A. Gagatsis & E. Simmt, *New developments and trends in secondary mathematics education.* (pp. 87-94). Copenhagen.

Noelting, G. (1978). *La construction de la notion de proportion chez l'enfant et l'adolescent et les mécanismes d'équilibration.* Numéro spécial de l'APAME, École de Psychologie, Université Laval, Québec.

Oliveira, I. (2008). *Exploration de pratiques d'enseignement de la proportionnalité au secondaire en lien avec l'activité mathématique induite chez les élèves dans des problèmes de proportion.* Thèse de doctorat inédite, Université du Québec à Montréal.

Oliveira, I. & Bednarz, N. (2007). Pratique d'enseignement et activité mathématique des élèves en contexte de résolution de problèmes : une étude portant sur la proportionnalité. Dans *Le 59e CIEAEM – Commission internationale pour l'étude et amélioration de l'enseignement des mathématiques* (pp. 139-145). Dobogókő, Hongrie.

Pallascio, R. (2005). Les situations-problèmes : un concept central du nouveau programme de mathématique. *Vie pédagogique, 136*, 32-35.

Pallascio, R., Lafortune, L., Laurence, L. & Gaudreault, L.-P. (1999). Construire des compétences dans la classe de mathématique au primaire. *Vie pédagogique, 112*, 42-46.

Patenaude, P. (14 mars 2008). Lexique de mathématique pour l'enseignement primaire et secondaire. Netmaths [En ligne]. http://www.netmaths.net/Lexique/Default.aspx#taux

Pekdag, B. & Le Maréchal, J.-F. (12 décembre 2009). Hyperfilm : un outil de recherche en didactique de la chimie. Université Lumière Lyon 2 [En ligne]. http://icar.univ-lyon2.fr/membres/lemarech/Publications/AtiefHyp.pdf

Perraudeau, M. (2002). *L'entretien cognitif à visée d'apprentissage : un dispositif pour aider l'élève en mathématiques.* Paris : L'Harmattan.

Perrenoud, P. (2001). Gérer le temps qui reste : L'organisation du travail scolaire entre persécution et attentisme. Dans C. St-Jarre & L. Dupuy-Walker, *Le temps en éducation: Regards multiples.* (pp. 287-315). Sainte-Foy : Presses de l'Université du Québec.

Pluvinage, F. & Dupuis, C. (1981). La proportionnalité et son utilisation. *Recherches en didactique des mathématiques, 2.2*, 165-212.

René de Cotret, S. (2006). *L'élève et le modèle proportionnel, une histoire de confitures.* Montréal : Éditions bande didactique.

Savoie-Zajc, L. & Karsenti, T. (2000). La méthodologie. Dans T. Karsenti & L. Savoie-Zajc, *Introduction à la recherche en éducation.* (pp. 127-140). Sherbrooke : Éditions du CRP.

Simmt, E. (2004). The illusion of linearity and new trends in secondary education. Dans D. De Bock, M. Isoda, J. A. Garcia Cruz, A. Gagatsis & E. Simmt, *New developments and trends in secondary mathematics education.* (pp. 135-139). Copenhagen.

Stallings, J. A. (1985). Instructional time and staff development : How useful is the research on time to teachers ? Dans C. W. Fisher & D. C. Berliner, *Perspectives on instructional time.* (pp. 283-298). New York : Longman.

St-Jarre, C. (2001). L'organisation du temps en éducation : Les cadres de référence. Dans C. St-Jarre & L. Dupuy-Walker, *Le temps en éducation : Regards multiples.* (pp. 15-41). Sainte-Foy : Presses de l'Université du Québec.

Van Dooren, W., De Bock, D., Depaepe, F., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2003). The illusion of linearity : Expanding the evidence towards probabilistic reasoning. *Education studies in mathematics, 53,* 113-138.

Van Dooren, W., De Bock, D., Depaepe, F., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2005). L'illusion de la linéarité parmi les élèves du secondaire : extension au calcul des probabilités. Dans M. Crahay, *Enseignement et apprentissage des mathématiques : que disent les recherches psychopédagogiques ?* Bruxelles : De Boeck Université.

Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2004). Studying and Remedying Secondary School Students' Modelling Skils : A Case Study. Dans D. De Bock, M. Isoda, J. A. Garcia Cruz, A. Gagatsis & E. Simmt, *New developments and trends in secondary mathematics education.* (pp.79-86). Copenhagen.

Vergnaud, G. (1994). Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel. Dans M. Artigue, R. Gras, C. Laborde & P. Tavignot, *Vingt ans de didactique des mathématiques en France : hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud.* (pp. 177-191). Paris : La Pensée Sauvage éditions.

Vergnaud, G. (1996). La théorie des champs conceptuels. Dans F. Ruhal, J. Brun & M. Artigue, *Didactique des mathématiques.* (pp. 197-242). Lausanne : Delachaux et Niestlé.

Walberg, H. J. (1993). Productive use of time. Dans L. W. Anderson & H. J. Walberg, *Timepiece : Extending and enhancing learning time.* (pp. 1-8). Reston : National Association of Secondary School Principals.

APPENDICE A

FORMULAIRE DE CONSENTEMENT

Université du Québec en Outaouais

Formulaire de consentement

La différenciation du temps d'enseignement lors de l'apprentissage du concept de la proportionnalité en mathématique chez les élèves de la deuxième année du 1er cycle du secondaire

Véronica Lavigne – Catherine Lanaris – Michel Beaudoin

Nous sollicitons par la présente la participation de votre enfant à la recherche en titre, qui vise à mieux comprendre le concept de la proportionnalité. Les objectifs de ce projet de recherche sont :

- Déterminer les registres de représentation sémiotique les plus appropriés à mettre en œuvre pour différencier le temps d'enseignement de chaque processus du concept de la proportionnalité.
- Examiner si le temps d'enseignement alloué à chaque processus du concept de la proportionnalité a un impact sur l'apprentissage de chacun des processus.

La participation de votre enfant à ce projet de recherche consiste à compléter des travaux mathématiques et possiblement passer une entrevue. La durée sera d'environ deux mois, soit le chapitre qui couvre le concept de la proportionnalité. Les travaux et l'entrevue, s'il y a lieu, se feront toujours à l'intérieur d'un cours régulier de mathématique.

Les résultats de la recherche ne permettront pas d'identifier les participants. Les résultats seront diffusés par un mémoire.

Les données recueillies seront conservées à l'école et les seules personnes qui y auront accès sont la chercheure. Elles seront détruites à l'hiver 2009 et ne seront pas utilisées à d'autres fins que celles décrites dans le présent document.

La participation de votre enfant à cette étude se fait sur une base volontaire. Votre enfant est entièrement libre de participer ou non, et de se retirer en tout temps sans préjudice. Les risques associés à sa participation sont minimaux et la chercheure s'engage à mettre en œuvre les moyens nécessaires pour les réduire ou les pallier. La contribution à l'avancement des connaissances au sujet du concept de la proportionnalité sont les bénéfices directs anticipés. Aucune compensation d'ordre monétaire n'est accordée.

Si vous avez des questions concernant ce projet de recherche, communiquez avec Véronica Lavigne (819) 682-8222 poste 580 ou par courriel à lavignev@cspo.qc.ca. Si vous avez des questions concernant les aspects éthiques de ce projet, communiquez avec André Durivage, président du Comité d'éthique de la recherche de l'Université du Québec en Outaouais, au (819) 595-3900 poste 1781 ou par courriel à andre.durivage@uqo.ca.

Votre signature atteste que vous avez clairement compris les renseignements concernant la participation de votre enfant au projet de recherche et indique que vous acceptez qu'il y participe. Elle ne signifie pas que vous acceptez d'aliéner vos droits ou ceux de votre enfant et de libérer les chercheurs ou les responsables de leurs responsabilités juridiques ou professionnelles. Vous êtes libre de retirer votre enfant en tout temps de l'étude sans préjudice. Sa participation devant être aussi éclairée que votre décision initiale qu'il participe au projet, il doit en connaître tous les tenants et aboutissants au cours du déroulement de la recherche. En conséquence, vous ne devrez jamais hésiter à demander des éclaircissements ou de nouveaux renseignements au cours du projet.

Après avoir pris connaissance des renseignements concernant la participation de mon enfant à ce projet de recherche, j'appose ma signature signifiant que j'accepte librement qu'il y participe *et que l'autre parent est informé de la signature de ce consentement*. Le formulaire est signé en deux exemplaires et j'en conserve une copie.

Nom du participant : ______________________

Signature d'un parent : ______________________ Date : ____________

Nom de la chercheure : ______________________

Signature de la chercheure : ______________________ Date : ____________

APPENDICE B

ÉVALUATION 1

Nom : ____ Groupe :________

Évaluation des connaissances antérieures du concept de la proportionnalité

***** N'oubliez pas de laisser toutes les traces de vos démarches. *****

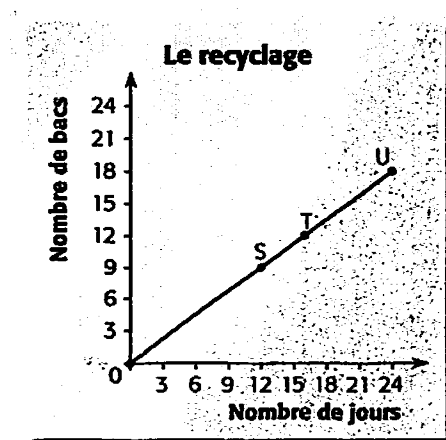
1- Trouve une situation qui pourrait être représentée par le rapport 6/7.

2- Quel est le rapport entre le nombre de consonnes dans le mot « voyelles » et le nombre de voyelles dans le mot « consonnes »? Note : les voyelles sont a, e, i, o, u et y.

3- Place les taux suivants en ordre croissant.

$\frac{10\text{ g}}{150\text{ mL}}$ $\frac{14\text{ g}}{130\text{ mL}}$ $\frac{22\text{ g}}{310\text{ mL}}$ $\frac{7\text{ g}}{90\text{ mL}}$

4- Cette situation admet-elle des taux constants? Démontre-le.



5- Détermine si la situation suivante est proportionnelle et prouve-le dans tes mots. Sarah prend 4 heures pour planter 18 plants de tomates et 6 heures pour en planter 27. En combien de temps en plantera-t-elle 45?

6- Trouve un moyen de vérifier l'égalité suivante : $\frac{65}{4} = \frac{97{,}5}{6}$

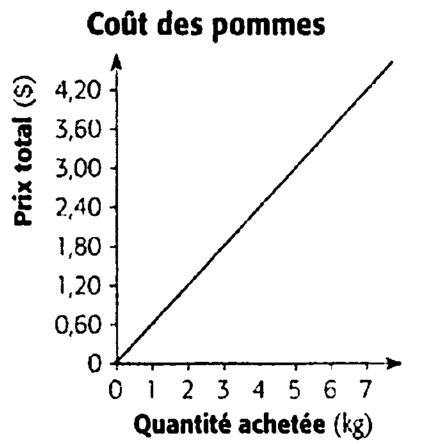
7- Les appareils électroniques sont souvent fabriqués par une chaîne de montage. Dans ce cas, il est possible de déterminer assez précisément le nombre d'appareils fabriqués selon le temps.

Le nombre d'appareils fabriqués est-il proportionnel au temps de fabrication? Explique ta réponse.

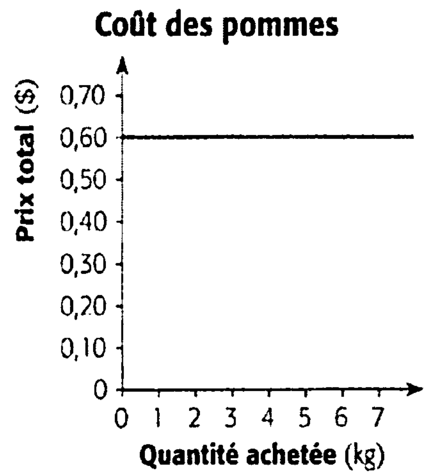
Temps de fabrication (h)	6	8	12	15	36
Nombre d'appareils fabriqués	936	1248	1872	2340	5616

8- Associe chaque graphique à une situation

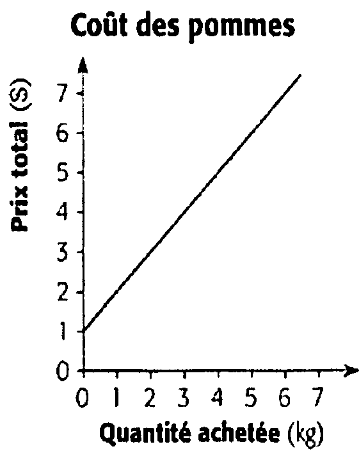
1.



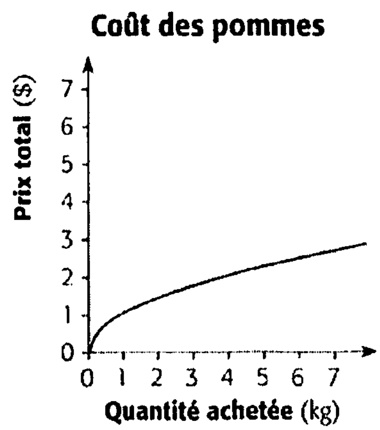
2.



3.



4.



A) Pomme Pachère : Spécial du jour! Autant de pommes que vous voulez pour 0,60$. ☐

B) La Pomme souriante! À la clientèle : 1$ pour le stationnement sera ajouté au prix des pommes. ☐

C) Hapeule : Plus vous achetez de pommes, plus le prix d'une pomme diminue. ☐

D) Pomafaute : Le prix d'une pomme est toujours de 0, 60$. ☐

9- Si six cuistots consciencieux préparent six gâteaux en six heures, en combien de temps 16 cuistots tout aussi consciencieux prépareront-ils seize gâteaux?

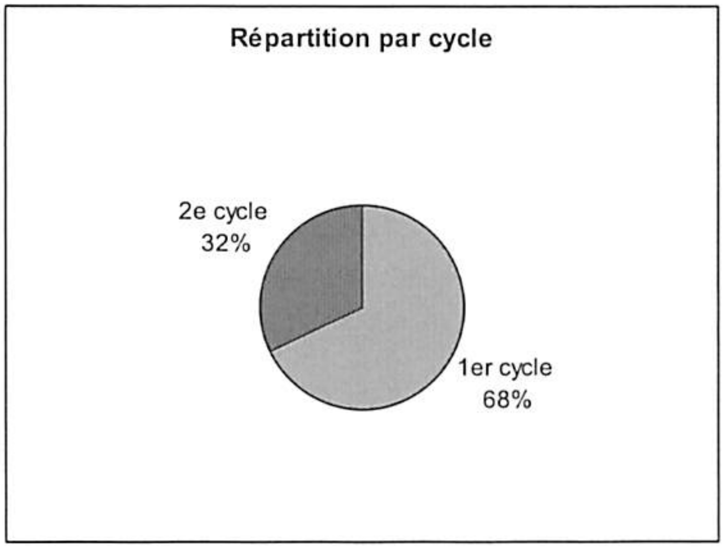
10- Avec le format de savon à lessive de 1,9 L, on peut laver 21 brassées de vêtements. Quelle quantité de savon à lessive doit-on utiliser pour laver une seule brassée de vêtements? Suppose que la situation admet des taux constants.

11- Un professeur d'arts plastiques demande à ses élèves de dessiner une série de triangles en respectant les contraintes présentées dans le tableau ci-dessous.

Quelle est la relation entre la mesure de la base et celle de la hauteur d'un triangle dans cette situation?

Mesure de la base (cm)	2	4	6	8	10	12
Mesure de la hauteur (cm)	45	22,5	15	11,25	9	7,5

12-Dans une école secondaire, il y a 1200 élèves. Voici la répartition de ces élèves par cycle.



Dominique a réalisé une enquête auprès de ces élèves pour savoir combien d'entre eux possèdent un animal domestique. Le tableau ci-dessous présente ses résultats.

Cycle	Nombre d'élèves qui ont un animal : Nombre total d'élèves
1^er^ cycle	5 : 8
2^e^ cycle	1 : 6

Combien d'élèves du 1^er^ cycle possèdent un animal?

APPENDICE C

ÉVALUATION 2

Nom : ___________________________________ Groupe :________

Évaluation de l'apprentissage du concept de la proportionnalité

***** N'oubliez pas de laisser toutes les traces de vos démarches. *****

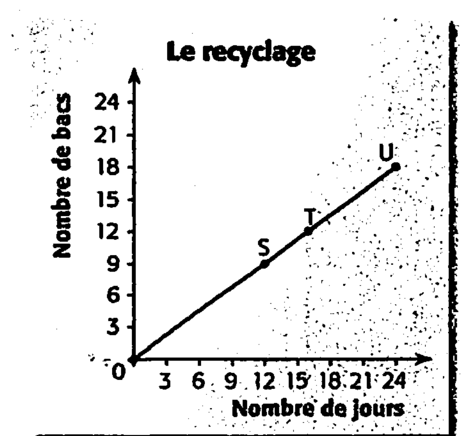
1- Trouve une situation qui pourrait être représentée par le rapport 6/7.

2- Quel est le rapport entre le nombre de consonnes dans le mot « voyelles » et le nombre de voyelles dans le mot « consonnes »? Note : les voyelles sont a, e, i, o, u et y.

3- Place les taux suivants en ordre croissant.

$\frac{10\text{ g}}{150\text{ mL}}$ $\frac{14\text{ g}}{130\text{ mL}}$ $\frac{22\text{ g}}{310\text{ mL}}$ $\frac{7\text{ g}}{90\text{ mL}}$

4- Cette situation admet-elle des taux constants? Démontre-le.



5- Détermine si la situation suivante est proportionnelle et prouve-le dans tes mots. Sarah prend 4 heures pour planter 18 plants de tomates et 6 heures pour en planter 27. En combien de temps en plantera-t-elle 45?

6- Trouve un moyen de vérifier l'égalité suivante : $\frac{65}{4} = \frac{97{,}5}{6}$

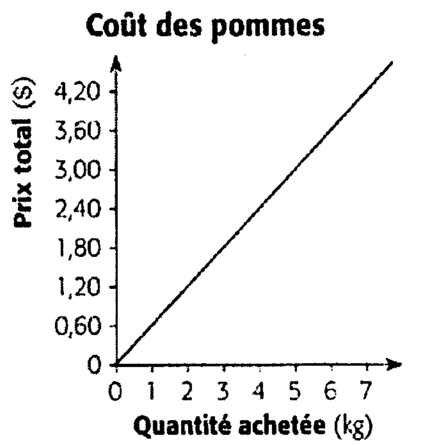
7- Les appareils électroniques sont souvent fabriqués par une chaîne de montage. Dans ce cas, il est possible de déterminer assez précisément le nombre d'appareils fabriqués selon le temps.

Le nombre d'appareils fabriqués est-il proportionnel au temps de fabrication? Explique ta réponse.

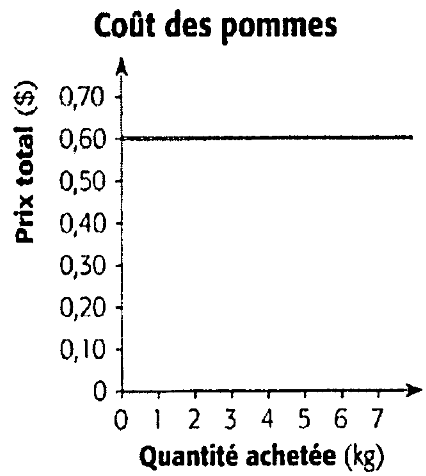
Temps de fabrication (h)	6	8	12	15	36
Nombre d'appareils fabriqués	936	1248	1872	2340	5616

8- *Associe chaque graphique à une situation*

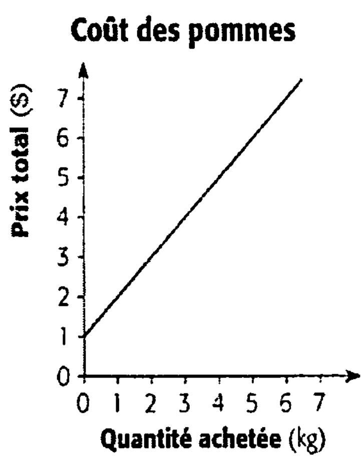
1.



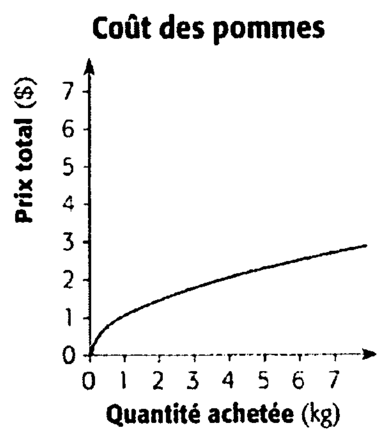
2.



3.



4.



E) Pomme Pachère : Spécial du jour! Autant de pommes que vous voulez pour 0,60$. ☐

F) La Pomme souriante! À la clientèle : 1$ pour le stationnement sera ajouté au prix des pommes. ☐

G) Hapeule : Plus vous achetez de pommes, plus le prix d'une pomme diminue. ☐

H) Pomafaute : Le prix d'une pomme est toujours de 0, 60$. ☐

9- Si six cuistots consciencieux préparent six gâteaux en six heures, en combien de temps 16 cuistots tout aussi consciencieux prépareront-ils seize gâteaux?

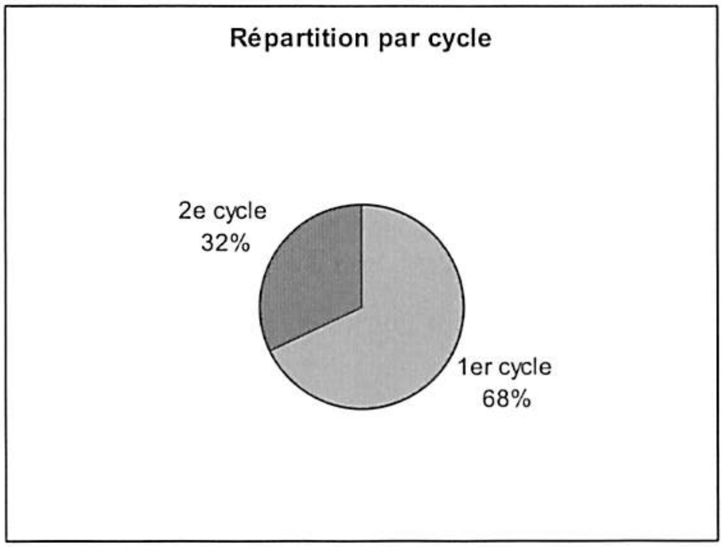
10-Avec le format de savon à lessive de 1,9 L, on peut laver 21 brassées de vêtements. Quelle quantité de savon à lessive doit-on utiliser pour laver une seule brassée de vêtements? Suppose que la situation admet des taux constants.

11- Un professeur d'arts plastiques demande à ses élèves de dessiner une série de triangles en respectant les contraintes présentées dans le tableau ci-dessous.

Quelle est la relation entre la mesure de la base et celle de la hauteur d'un triangle dans cette situation?

Mesure de la base (cm)	2	4	6	8	10	12
Mesure de la hauteur (cm)	45	22,5	15	11,25	9	7,5

12-Dans une école secondaire, il y a 1200 élèves. Voici la répartition de ces élèves par cycle.



Dominique a réalisé une enquête auprès de ces élèves pour savoir combien d'entre eux possèdent un animal domestique. Le tableau ci-dessous présente ses résultats.

Cycle	Nombre d'élèves qui ont un animal : Nombre total d'élèves
1^{er} cycle	5 : 8
2^{e} cycle	1 : 6

Combien d'élèves du 1^{er} cycle possèdent un animal?

APPENDICE D

PRODUCTION MATHÉMATIQUE 1

Nom : ________________________________ Groupe : ______

1- Production mathématique sur le processus

Comparaison de rapports et de taux

***** N'oubliez pas de laisser toutes les traces de vos démarches. *****

1- Marco a rempli son réservoir d'essence aujourd'hui, comme il le fait chaque jeudi. Que peux-tu dire de la variation du prix de l'essence si, la semaine dernière, il a payé plus cher pour la même quantité d'essence?

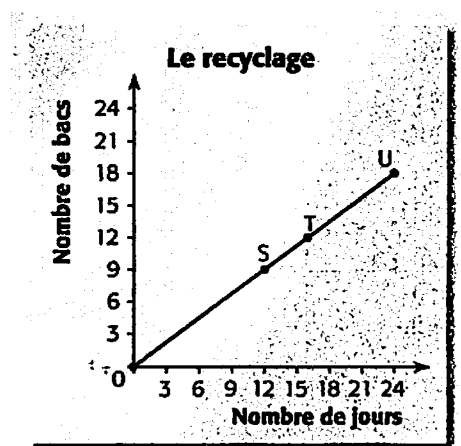
2- Quel est le rapport entre la longueur d'un côté et le périmètre d'un carré?

3- Réponds à la question suivante en comparant les taux. Corinne a acheté 600 g de café pour 7$. Elle s'aperçoit qu'une autre sorte de café se vend 15$/kg. Quel café revient le moins cher? Note : 1 kg = 1000g.

4- Place les rapports suivants en ordre croissant.

$\frac{6,7}{10}$ $\frac{0,6}{1}$ $\frac{65}{100}$ $\frac{3,3}{5}$

5- Cette situation admet-elle des taux constants? Démontre-le.



APPENDICE E

PRODUCTION MATHÉMATIQUE 2

Nom : ______________________________ Groupe : ________

2- Production mathématique sur le processus

Reconnaissance d'une situation de proportionnalité

***** N'oubliez pas de laisser toutes les traces de vos démarches. *****

1- Détermine si la situation suivante est proportionnelle et indique ce qui t'as permis de le déduire. Si deux ouvriers peuvent réparer une toiture en six jours, combien de jours faudra-t-il à quatre ouvriers travaillant au même rythme pour effectuer les mêmes travaux sur la toiture?

2- Écris toutes les proportions que tu peux former avec les nombres 4, 17, 12 et 51.

3- Détermine si la situation suivante est proportionnelle et indique ce qui t'as permis de le déduire. André a gagné 400$ la semaine dernière. Combien gagne-t-il par année?

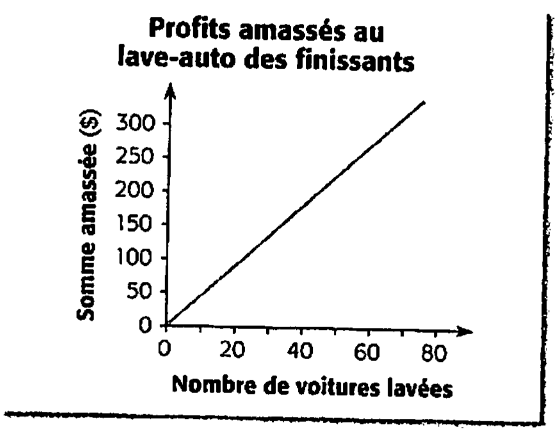
4- Dans un taxi, Myriam parle à une amie en utilisant son téléphone cellulaire. Après coup, elle se dit que cette balade lui coûtera quelques dollars.

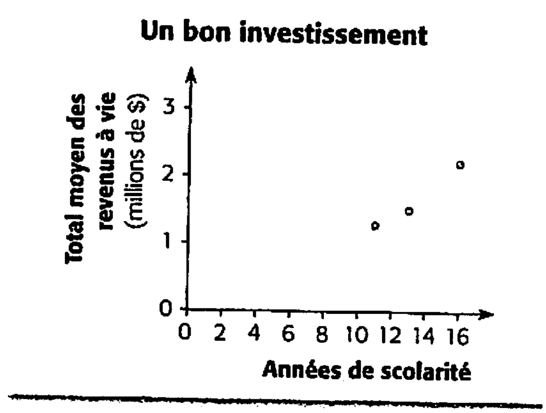
Laquelle des situations présentées dans les tableaux ci-contre est une situation de proportionnalité? Explique ta réponse tout en précisant pourquoi l'autre n'en est pas une.

Distance parcourue (km)	0	1	2	3	4
Coût ($)	2,50	4,00	5,50	7,00	8,50

Durée de l'appel (min.)	0	5	10	15	20
Coût ($)	0	0,50	1,00	1,50	2,00

5- Voici la représentation graphique de deux situations.





S'agit-il de situations proportionnelles? Pourquoi?

APPENDICE F

PRODUCTION MATHÉMATIQUE 3

Nom : ________________________________ Groupe : _______

3- Production mathématique sur le processus

Résolution d'une situation de proportionnalité

***** N'oubliez pas de laisser toutes les traces de vos démarches. *****

1- Huit menuisiers ont planchéié une salle en trois jours. Quel temps aurait-il fallu à un menuisier? À quatre menuisiers? Sans faire de calculs, explique dans tes mots ce que tu remarques de cette relation.

2- Audréanne travaille comme messagère à vélo. Elle livre un colis toutes les 10 minutes et elle est payée 20$ pour huit colis. Samedi dernier, elle a livré des colis durant quatre heures. Combien Audréanne gagne-t-elle de l'heure?

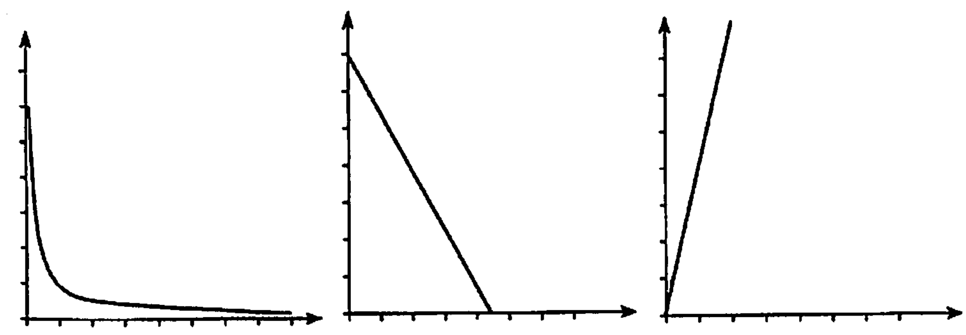
3- La Société de Saint-Vincent-de-Paul donne 650$ à partager entre trois paroisses qui comptent respectivement 100, 90 et 70 familles pauvres. Le partage se fait proportionnellement aux nombres de familles à secourir. Que recevra chaque paroisse?

4- Alex croit avoir besoin de 8 L de peinture pour rafraîchir les murs de son atelier. Il décide de faire un mélange avec tous les restants de peinture qu'il trouve dans son garage : 1 L de peinture noire, $\frac{1}{2}$ gallon de peinture blanche et 3 pintes de peinture rouge. Indique, avec l'unité de mesure de ton choix, la quantité de peinture qu'Alex doit acheter.

Système international	Système en vigueur aux États-Unis
1 L	0,264 gallon
3,788 L	1 gallon (4 pintes)

5- Associe chacun des graphiques suivants à la situation appropriée.

1. 2. 3.



A) Le périmètre d'un carré est le quadruple de la mesure de son côté. ☐

B) Moins on va vite, plus ça prend du temps. ☐

C) Après avoir retiré le bouchon de la baignoire, le bain se vide. ☐

APPENDICE G

GUIDE D'ENTREVUE

Guide d'entrevue

1er Processus : comparaison de rapports et de taux

1- Quelle question as-tu trouvé la plus facile dans cette page et pourquoi?
2- Quelle question as-tu trouvé la plus difficile dans cette page et pourquoi?
3- Qu'est-ce qui t'a le plus aidé à comprendre le processus *comparaison de rapports et de taux*, c'est-à-dire de quelle façon ton enseignante t'a aidé à comprendre ce processus, que tu as tout à coup compris?
4- Comment as-tu trouvé le temps d'enseignement, c'est-à-dire le nombre de périodes passé à l'apprentissage de ce processus?

2e Processus : reconnaissance d'une situation de proportionnalité, notamment à l'aide du contexte, d'une table de valeurs ou d'un graphique

5- Quelle question as-tu trouvé la plus facile dans cette page et pourquoi?
6- Quelle question as-tu trouvé la plus difficile dans cette page et pourquoi?
7- Qu'est-ce qui t'a le plus aidé à comprendre le processus *reconnaissance d'une situation de proportionnalité, notamment à l'aide du contexte, d'une table de valeurs ou d'un graphique*, c'est-à-dire de quelle façon ton enseignante t'a aidé à comprendre ce processus, que tu as tout à coup compris?
8- Comment as-tu trouvé le temps d'enseignement, c'est-à-dire le nombre de périodes passé à l'apprentissage de ce processus?

3e Processus : résolution d'une situation de proportionnalité

9- Quelle question as-tu trouvé la plus facile dans cette page et pourquoi?
10- Quelle question as-tu trouvé la plus difficile dans cette page et pourquoi?
11- Qu'est-ce qui t'a le plus aidé à comprendre le processus *résolution d'une situation de proportionnalité*, c'est-à-dire de quelle façon ton enseignante t'a aidé à comprendre ce processus, que tu as tout à coup compris?
12- Comment as-tu trouvé le temps d'enseignement, c'est-à-dire le nombre de périodes passé à l'apprentissage de ce processus?

APPENDICE H

ÉCHÉANCIER

Échéancier du Panorama 11
Secondaire 2 (2007)

Nom ________________

Groupe : ______

		Travaux à remettre		
		SP pages	**COUP D'OEIL pages**	**DEVOIRS (CAHIER) pages**
11.1	**COMPARER POUR DÉCIDER** ▪ Arithmétique *Rapports et taux équivalents* *Taux unitaires* *Comparaison de rapports et de taux*	105 - 106 ☐ (feuille)	Pages 108 à 112 # 4 ☐ # 5 ☐ # 7 ☐ # 12 ☐ # 14 ☐ # 15 ☐	Pages 35 à 38 # 1 à 14 ☐
11.2	**DU PAREIL AU MÊME** ▪ Arithmétique *Égalité de rapports et de taux* *Rapport de coefficient de proportionnalité* *Variation directe ou inverse* *Reconnaissance d'une situation de proportionnalité, notamment à l'aide du contexte, d'une table de valeurs ou d'un graphique*	113 ☐ 114 - 115 ☐	Pages 120 à 123 # 2 ☐ # 3 ☐ # 5 ☐ # 6 ☐ # 7 ☐ # 9 ☐ # 11 ☐	Pages 39 à 42 # 1 à 10 ☐
11.3	**PRENDRE LES GRANDS MOYENS** Arithmétique *Résolution d'une situation de proportionnalité*	124 ☐ 127 ☐	Pages 131 à 134 # 5 ☐ # 6 ☐ # 8 ☐ # 10 ☐ # 13 ☐ # 14 ☐	Pages 43 à 46 # 1 à 12 ☐
11.4	**UN POINT À L'HORIZON** ▪ Géométrie *Homothétie de rapport positif*	136 - 137 ☐	Pages 139 à 143 feuille ☐ # 2 ☐ # 3 ☐ # 9 ☐ # 12 ☐ # 13 ☐	Pages 47 à 50 # 1 à 8 ☐

11.5	**UNE RESSEMBLANCE SURPRENANTE** ▪ <u>Géométrie</u> *Figures semblables* *Périmètre d'une figure et segment provenant d'une similitude*	147 □	Pages 150 à 154 # 3 □ # 4 □ # 5 □ # 7 □ # 10 □ # 11 □ # 15 □ # 17 □	Pages 51 à 54 # 1 à 10 □
	Révision	Document □		
	Évaluation du Panorama 11 :			

APPENDICE I
PAGES DE THÉORIE

Nom :____

Groupe : ____________________ Date :_____________ Calepin des savoirs 11.1

Manuel de l'élève, p. 107

Rapport

Le **rapport** est un mode de **comparaison** entre deux quantités ou deux grandeurs de **même nature** exprimées dans les **mêmes unités** et qui fait intervenir la notion de **division.**

Les deux façons les plus courantes de noter un rapport sont le deux-points ou le trait de fraction. Ainsi, le rapport de a à b se note $a : b$ ou $\frac{a}{b}$, où $b \neq 0$.

Ex. : Christine a 3 ans et pèse 20 kg. Roger a 50 ans et pèse 77 kg.

1) Le rapport de l'âge de Christine à celui de Roger se note 3 : 50 ou $\frac{3}{50}$.
2) Le rapport de la masse de Roger à celle de Christine se note 77 : 20 ou $\frac{77}{20}$.

Taux

Le **taux** est un mode de **comparaison** entre deux quantités ou deux grandeurs, généralement de nature différente, exprimées à l'aide d'**unités différentes** et qui fait intervenir la notion de **division.**

On note un taux à l'aide d'un trait de fraction. Exprimés en mots, les taux font généralement intervenir des mots tels que *en*, *pour*, *par* et *chacun*.

Ex. :

Taux exprimé en mots	Notation
525 \$ en 6 jours	$\frac{525\ \$}{6\ \text{jours}}$
20 ballons pour 37 élèves	$\frac{20\ \text{ballons}}{37\ \text{élèves}}$
13 L par 100 km	$\frac{13\ \text{L}}{100\ \text{km}}$

Taux unitaire

Lorsque le dénominateur d'un taux est 1, on parle alors de **taux unitaire** et on omet le 1 dans la notation.

Ex. :

Taux exprimé en mots	Notation
40 crayons par boîte	40 crayons/1 boîte ou plus simplement 40 crayons/boîte
79 km par heure	79 km/1 h ou plus simplement 79 km/h
8,25 \$ par personne	8,25 \$/1 personne ou plus simplement 8,25\$/personne

Rapports et taux équivalents

Si deux rapports ou deux taux correspondent au même quotient, on dit qu'ils sont équivalents.

Ex. : 1) Les rapports $\frac{8}{5}$ et $\frac{24}{15}$ sont équivalents, car $\frac{8}{5} = 1{,}6$ et $\frac{24}{15} = 1{,}6$.

2) Les taux $\frac{11\text{ kg}}{20\text{ min}}$ et $\frac{77\text{ kg}}{140\text{ min}}$ sont équivalents, car $\frac{11\text{ kg}}{20\text{ min}} = 0{,}55$ kg/min et $\frac{77\text{ kg}}{140\text{ min}} = 0{,}55$ kg/min.

On obtient des rapports ou des taux équivalents en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre, différent de 0.

Ex. : 1) $\underset{\times 3}{\overset{\times 3}{\frac{8}{5} = \frac{24}{15}}}$ 2) $\underset{\div 7}{\overset{\div 7}{\frac{77\text{ kg}}{140\text{ min}} = \frac{11\text{ kg}}{20\text{ min}}}}$

Comparaison de rapports ou de taux

Il existe plusieurs stratégies pour comparer des rapports ou des taux. En voici deux :

• On les porte au même dénominateur ou à la même base de comparaison.

Ex. : 1) $\frac{2}{3} < \frac{5}{7}$, car $\frac{14}{21} < \frac{15}{21}$. 2) $\frac{70\text{ mots}}{4\text{ min}} > \frac{95\text{ mots}}{6\text{ min}}$, car $\frac{210\text{ mots}}{12\text{ min}} > \frac{190\text{ m}}{12\text{ m}}$

• On calcule leurs quotients.

Ex. : 1) $\frac{50}{20} > \frac{60}{25}$, car $\frac{50}{20} = 2{,}5$ et $\frac{60}{25} = 2{,}4$. 2) $\frac{600\text{ m}}{5\text{ s}} < \frac{500\text{ m}}{4\text{ s}}$, car 120 m/s < 125 m/s.

Nom :____ Calepin des savoirs 11.2

Groupe : ______________________ Date :______________

Manuel de l'élève, p. 118

Proportion

Une proportion correspond à l'égalité entre deux rapports ou deux taux.

Si le rapport de a à b, pour $b \neq 0$, est égal au rapport de c à d, pour $d \neq 0$,

alors $a : b = c : d$ ou $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ est une proportion.

Une proportion est formée de quatre termes. On donne le nom d'**extrêmes** aux premier et quatrième termes, et le nom de **moyens** aux deuxième et troisième termes.

Ex. : 1)

$$a : \overbrace{b = c}^{\text{Moyens}} : d$$

Extrêmes

2)

Extrêmes $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
Moyens

Situation de proportionnalité

Des situations mettant en relation deux variables dont les valeurs associées donnent lieu à des **rapports équivalents** ou à des **taux équivalents** sont appelées des **situations de proportionnalité** ou **situations de variation directe.**

Table de valeurs

Dans la table de valeurs d'une situation de proportionnalité où x est la première variable et y est la seconde variable :

- les valeurs de y sont obtenues en multipliant les valeurs de x par un même nombre appelé le **coefficient de proportionnalité**;
- pour $y \neq 0$, le rapport $\frac{x}{y}$ est constant et est appelé le **rapport de proportionnalité**;
- si l'une des variables est zéro, alors l'autre variable est aussi zéro.

Ex. : **Table de valeurs d'une situation de proportionnalité**

x	0	2	3	5	8
y	0	8	12	20	32

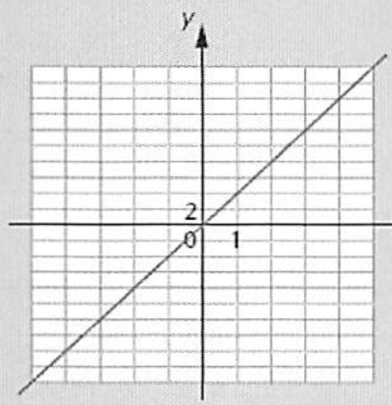
$\times 4$ Coefficient de proportionnalité = $\boxed{4}$

Rapport de proportionnalité = $\frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{5}{20} = \frac{8}{32} = \boxed{\frac{1}{4}}$

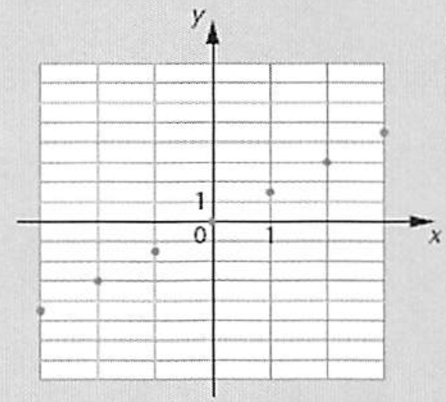
Représentation graphique

La **représentation graphique** d'une situation de proportionnalité comporte soit une droite oblique passant par l'origine du plan cartésien, soit des points appartenant à une droite oblique passant par l'origine.

Ex. : 1) Représentation graphique d'une situation de proportionnalité à l'aide d'une droite



2) Représentation graphique d'une situation de proportionnalité à l'aide de points



Situation inversement proportionnelle

Des situations mettant en relation deux variables dont le produit des valeurs associées est constant sont appelées des **situations inversement proportionnelles** ou **situations de variation inverse.**

Table de valeurs

Dans la table de valeurs d'une situation inversement proportionnelle où x est la première variable et y est la seconde variable, le produit xy est constant.

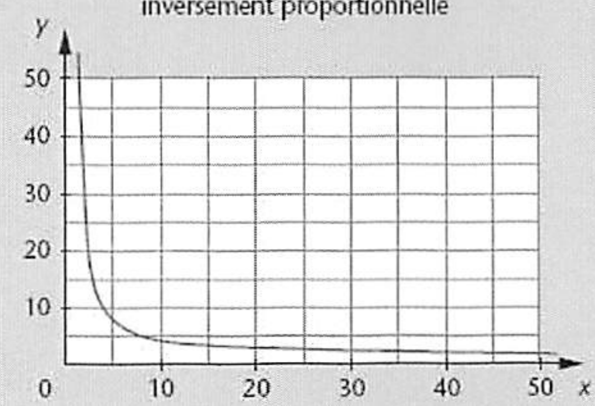
Ex. : Table de valeurs d'une situation inversement proportionnelle

x	y	
1	50	→ $1 \times 50 = 50$
2	25	→ $2 \times 25 = 50$
4	12,5	→ $4 \times 12{,}5 = 50$
5	10	→ $5 \times 10 = 50$
10	5	→ $10 \times 5 = 50$
20	2,5	→ $20 \times 2{,}5 = 50$
25	2	→ $25 \times 2 = 50$

Représentation graphique

La représentation graphique d'une situation inversement proportionnelle montre une courbe ou des points appartenant à une courbe dont les extrémités tendent à s'approcher des axes sans y toucher.

Ex. : Représentation graphique d'une situation inversement proportionnelle



Nom : ____

Groupe : ___________________________ Date : ________________

Manuel de l'élève, p. 128

Résolution d'une situation de proportionnalité

Il existe plusieurs stratégies pour résoudre les problèmes qui comportent une situation de proportionnalité. En voici quatre :

Retour à l'unité

Cette stratégie consiste à déterminer, à partir d'un rapport ou d'un taux déjà connu, le rapport ou le taux équivalent dont le numérateur ou le dénominateur est 1 qu'on utilise ensuite pour déduire les valeurs manquantes.

Ex. : On veut connaître le prix de 11 kg de bœuf haché, sachant que 4 kg coûtent 15,40 $.

On effectue le retour à l'unité en déterminant le prix de 1 kg de bœuf haché.

Bœuf haché

× 11

÷ 4

Masse (kg)	1	...	4	...	11
Prix ($)	3,85	...	15,40	...	?

÷ 4

× 11

On détermine la valeur manquante comme suit : $11 \times 3{,}85 = 42{,}35$. Le prix de 11 kg de bœuf haché est donc de 42,35 $.

Coefficient de proportionnalité

Cette stratégie consiste à déterminer, à partir d'un rapport ou d'un taux déjà connu, le coefficient de proportionnalité qu'on utilise ensuite pour déduire les valeurs manquantes.

Ex. : On veut connaître le prix d'une dinde surgelée de 3,8 kg, sachant qu'une dinde surgelée de 5 kg coûte 23,25 $.

On détermine le coefficient de proportionnalité en cherchant le nombre par lequel il faut multiplier 5 pour obtenir 23,25.

Dinde surgelée

Masse (kg)	...	3,8	...	5	...
Prix ($)	...	?	...	23,25	...

× 4,65

On détermine la valeur manquante comme suit : $3{,}8 \times 4{,}65 = 17{,}67$. Le prix d'une dinde surgelée de 3,8 kg est donc de 17,67 $.

Facteur de changement

Cette stratégie consiste à déterminer, à partir d'un rapport ou d'un taux déjà connu, un rapport ou un taux équivalent en multipliant son numérateur et son dénominateur par un même nombre différent de zéro.

Ex. : On veut connaître le prix d'un jambon fumé de 7,5 kg, sachant qu'un jambon fumé de 2,5 kg coûte 6,45 $.

On détermine le facteur de changement permettant de passer de 2,5 à 7,5.

Jambon fumé

× 3

Masse (kg)	...	2,5	...	7,5	...
Prix ($)	...	6,45	...	?	...

× 3

On détermine la valeur manquante comme suit : $6{,}45 \times 3 = 19{,}35$. Le prix d'un jambon fumé de 7,5 kg est donc de 19,35 $.

Produit des extrêmes et produit des moyens

Dans une proportion, le produit des extrêmes égale le produit des moyens.
On peut donc déterminer, à partir de trois des quatre termes d'une proportion, la valeur du terme manquant.

Ex. : On veut connaître le prix d'un poulet de 3,7 kg, sachant qu'un poulet de 1,4 kg coûte 11,06 $.

Poulet

Masse (kg)	...	1,4	...	3,7	...
Prix ($)	...	11,06	...	?	...

On détermine la valeur manquante dans la proportion $\frac{1{,}4}{11{,}06} = \frac{3{,}7}{?}$ comme suit :

$1{,}4 \times ? = 11{,}06 \times 3{,}7$
$1{,}4 \times ? = 40{,}922$
$? = 40{,}922 \div 1{,}4$
$? = 29{,}23$

Le prix d'un poulet de 3,7 kg est donc de 29,23 $.

APPENDICE J

EXEMPLES DE QUESTIONS POUR LES TROIS PROCESSUS

Processus 1

Un exemple de problème choisi est celui où on demande la quantité de peinture blanche à rajouter à 4 mL de peinture noire si nous voulons obtenir la même peinture grise qu'un artiste a mélangée à partir de 20 mL de peinture blanche et 16 mL de peinture noire (Boivin et al., 2006). Les élèves peuvent avoir recours aux quatre registres de représentation sémiotique pour trouver la réponse, malgré que la plupart des élèves ont recours au registre symbolique. L'élève doit établir un rapport équivalent au mélange de peinture grise qui nécessite 4 mL de peinture noire. Il suffit de diviser le numérateur et le dénominateur par quatre dans ce cas, ce qui équivaut à 5 mL de peinture blanche.

Processus 2

Un exemple de question sur ce processus est de déterminer si chacune des situations présentées à partir d'une description est proportionnelle et de justifier à l'aide de calculs. Par exemple, « la semaine dernière, la voiture de Jean a consommé 35 L d'essence. L'année dernière, elle en a consommé 1820 L » (Boivin et al., 2006, p. 120). La formulation de la question impose l'utilisation du registre symbolique. Il suffit de faire le quotient entre la quantité d'essence consommée dans l'année et le nombre de semaines dans une année ($1820 \div 52 = 35$). La situation est donc proportionnelle puisque, dans les deux cas, la voiture de Jean a consommé 35 L/semaine.

Processus 3

Voici un exemple de question pour ce troisième processus tiré du manuel scolaire des élèves :

> Lorsqu'on suspend une masse de 21 g au bout d'un ressort, celui-ci s'allonge de 39 mm. Si l'on suspend une masse de 84 g au bout du même ressort, il s'allonge de 156 mm.
>
> a) L'allongement du ressort est-il proportionnel à la masse suspendue? Explique ta réponse.
>
> b) Détermine l'allongement du ressort si l'on y suspend une masse de 56 g.
>
> c) Détermine la masse qui provoquera un allongement de 162,5 mm.
>
> d) Si la longueur totale du ressort est de 220 mm lorsqu'une masse de 105 g y est suspendue, détermine la longueur du ressort lorsqu'aucune masse n'y est attachée. (Boivin et al., 2006, p. 134)

Au point a, les élèves doivent comprendre que l'allongement du ressort est proportionnel à la masse suspendue, mais la longueur totale du ressort n'est pas proportionnelle à la masse suspendue puisque le ressort à une certaine longueur lorsqu'aucune masse n'y est pas suspendue. Aux points b et c, les élèves ont tendance à utiliser la quatrième stratégie, c'est-à-dire le produit des extrêmes et le produit des moyens pour calculer le terme manquant. Finalement, au point d, les élèves peuvent, par exemple, déterminer le facteur de changement entre la masse de 84 g et celle de 105 g, soit 1,25 ($105 \div 84 = 1,25$), et multiplier ce nombre par 156 mm afin de déterminer l'allongement du ressort lorsqu'une masse de 105 g y est suspendue, soit 195 mm ($1,25 \times 156 = 195$). La longueur du ressort lorsqu'il n'y a pas de masse suspendue est alors de 25 mm ($220 - 195 = 25$).

APPENDICE K

GRILLE DESCRIPTIVE POUR L'ÉVALUATION DE LA COMPÉTENCE 2

GRILLE DESCRIPTIVE POUR L'ÉVALUATION DE LA COMPÉTENCE 2
DÉPLOYER UN RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE

		MANIFESTATIONS OBSERVABLES				
		A **(92 % - 100 %)**	**B** **(76 % - 91 %)**	**C** **(60 % - 75 %)**	**D** **(44 % - 59 %)**	**E** **(28 % - 43 %)**
CRITÈRES D'ÉVALUATION	(1) Formulation d'une conjecture appropriée à la situation	• Présente une démarche claire qui met en valeur les enchaînements entre les étapes, laissant des **traces explicites** de son raisonnement qui justifient ce qu'il a fait ou comment il l'a fait. • Tire des conclusions ou formule une conjecture appropriée qui s'appuient sur des arguments mathématiques **rigoureux** (règles, lois, propriétés, etc.).	• Présente une démarche claire et structurée laissant des traces qui justifient ce qu'il a fait ou comment il l'a fait, bien que **certaines étapes soient implicites.** • Tire des conclusions ou formule une conjecture appropriée en s'appuyant sur des arguments mathématiques **corrects.**	• Présente une démarche plus ou moins claire et plus ou moins structurée laissant des traces qui justifient ce qu'il a fait, bien que **certaines** étapes soient **plus ou moins appropriées** à la situation. • Tire des conclusions ou formule une conjecture en s'appuyant sur des arguments **simples et limités.**	• Laisse peu de traces pour justifier ce qu'il a fait ou comment il l'a fait ou celles-ci **manquent de clarté.** • Tire des conclusions ou formule une conjecture en s'appuyant sur des arguments mathématiques **erronés ou plus ou moins plausibles.**	• Présente inadéquatement la situation de sorte que les étapes de la démarche ne sont **pas appropriées** à la situation. • Tire des conclusions ou formule une conjecture en s'appuyant sur des arguments **non mathématiques.**
	(2) Utilisation correcte des concepts et des processus appropriés à la situation	• Présente une solution **juste** (avec démarche et résultat). • Choisit **tous** les concepts et les processus appropriés à la situation. • Recourt à **différents** modes de représentation pour organiser le traitement des informations.	• Présente une solution pouvant contenir des **erreurs mineures** (erreurs de calcul, imprécisions, oublis, etc.). • Choisit la **plupart** des concepts et processus appropriés à la situation. • Recourt à **quelques** modes de représentation pour organiser le traitement des informations.	• Présente une **solution partielle** ou comportant **quelques erreurs** relatives à l'application des concepts et processus. • Choisit les **principaux** concepts et les processus appropriés à la situation. • Recourt à **un** mode de représentation pour organiser le traitement des informations.	• Présente une solution comportant **plusieurs erreurs** relatives à l'application des concepts et processus. • Choisit **quelques** concepts et processus appropriés à la situation. • Recourt **difficilement à des** modes de représentation pour organiser le traitement des informations.	• Présente une solution comportant **majoritairement** des **erreurs** relatives à l'application des concepts et processus. • Choisit des concepts et processus **inappropriés** à la situation. • Recourt **difficilement à un** mode de représentation pour organiser le traitement des informations.

	(3) Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation	• Cerne **tous** les aspects de la situation. • Met en œuvre des stratégies **efficientes** de sorte que toutes les étapes de sa démarche sont pertinentes.	• Cerne la **plupart** des aspects de la situation. • Met en œuvre des stratégies **efficaces** de sorte que sa démarche est pertinente.	• Cerne les **principaux** aspects de la situation. • Met en œuvre des stratégies appropriées pour la **plupart** des étapes de sa démarche.	• Cerne **quelques** aspects de la situation. • Met en œuvre des stratégies appropriées pour **certaines** étapes de sa démarche.	• Analyse **inadéquatement** la situation de sorte que les étapes de sa démarche ne sont **pas appropriées** à la situation.
	(4) Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente	• Laisse des traces **explicites** des idées et des moments-clés de son raisonnement. • Structure les étapes de son raisonnement de façon **logique** et **cohérente**.	• Laisse des traces de ses idées et des moments-clés de son raisonnement bien que **certaines étapes soient implicites**. • Structure les étapes de son raisonnement de façon **appropriée**.	• Laisse des traces de ses idées et des moments-clés de son raisonnement bien que **certaines** étapes soient **plus ou moins appropriées** à la situation. • Structure les étapes de son raisonnement de façon **correct**.	• Laisse des traces de ses idées et des moments-clés de son raisonnement bien que certaines **manquent de clarté**. • Structure **difficilement** les étapes de son raisonnement.	• Laisse des traces **inappropriées** de ses idées et des moments-clés de son raisonnement. • Structure les étapes de son raisonnement de façon **inappropriée**.
	(5) Justification congruente des étapes d'une démarche pertinente	• Utilise des arguments mathématiques **appropriés** (lois, règles, propriétés) dans ses justifications, ses explications ou pour convaincre.	• Utilise des arguments mathématiques **corrects** (lois, règles, propriétés) dans ses justifications, ses explications ou pour convaincre et pouvant contenir quelques **erreurs mineures**.	• Utilise des arguments mathématiques **suffisants** (lois, règles, propriétés) dans ses justifications, ses explications ou pour convaincre et pouvant contenir **quelques erreurs**.	• Utilise des arguments mathématiques (lois, règles, propriétés) dans ses justifications, ses explications ou pour convaincre dont quelques uns sont **inappropriés** et peuvent contenir **quelques erreurs**.	• Utilise des arguments mathématiques **inappropriés** (lois, règles, propriétés) dans ses justifications, ses explications ou pour convaincre et contiennent **plusieurs erreurs**.