



**Comparaison des modèles GARCH dans l'estimation de la  
volatilité des cryptomonnaies**

MÉMOIRE  
PRÉSENTÉ COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DU PROGRAMME DE LA MAÎTRISE  
EN ÉCONOMIE FINANCIÈRE

Par

**ANAS ELKANDOUSSI**

DIRECTEUR DE RECHERCHE

**LI YAN**

**BOUKENDOUR SAID**

Département des Sciences Administratives  
Université du Québec en Outaouais

**Mars 2023**

## Remerciement

Je tiens à exprimer mes plus sincères remerciements à toutes les personnes qui ont contribué à la réussite de mon mémoire de fin d'étude. En premier lieu, je voudrais remercier mes deux directeurs de recherche, Mr Said Boukendour et Mr Li Yan, pour leur encadrement attentif et leur expertise tout au long de mon travail. Leur disponibilité, leur soutien et leur patience m'ont été d'une aide inestimable pour mener à bien ce projet ambitieux. Leurs commentaires et suggestions constructives ont contribué à améliorer la qualité de mon travail et à consolider ma compréhension de la matière. Mes remerciements vont également à Mr David Tessier et François-Éric Racicot qui ont accepté d'évaluer mon travail.

Je ne saurais également passer sous silence l'importance du soutien de ma famille tout au long de mes études. Leurs encouragements, leur soutien moral et leur amour indéfectible m'ont permis de surmonter les obstacles et les difficultés qui jalonnent tout parcours universitaire. Sans leur appui, je n'aurais pas pu arriver jusqu'ici et décrocher ce diplôme de Maîtrise en économie financière. Je leur en suis infiniment reconnaissant.

Enfin, je voudrais exprimer ma gratitude à tous les enseignants, les collègues et les amis qui m'ont accompagné pendant cette expérience universitaire enrichissante. Leurs conseils, leurs partages d'expérience et leurs encouragements ont été un élément moteur pour moi.

## Résumé

Les crypto-monnaies sont devenues de plus en plus populaires ces dernières années, attirant l'attention des médias, du monde universitaire, des investisseurs, des spéculateurs, des régulateurs et des gouvernements. Les progrès rapides en informatique de réseau et en cryptographie ont en effet donné naissance à ces instruments financiers qui influencent les économies locales et mondiale. Ces devises offrent certes des avantages aux investisseurs et aux consommateurs, mais posent également des risques considérables quant à leur intégration dans le cadre juridique et leurs fluctuations volatiles. Ce travail se concentre sur la modélisation de la dynamique de la volatilité de deux crypto-monnaies populaires pour la période (11 Sep 2017, 25 juin 2022). Nous proposons un modèle de la volatilité du cours des cryptomonnaies *Bitcoin & Ethereum* au moyen du modèle GARCH et de quelques-unes de ses variantes. Les séries ont d'abord été testées pour les hypothèses classiques (Stationnarité et normalité) puis, en modélisant les moyennes des séries comme des processus ARMA, le terme d'erreur supposé hétéroscédastique a été soumis à l'analyse des divers modèles GARCH, et ses variantes TGARCH, GJGARCH, FIEGARCH. Afin de tenir compte de l'effet des chocs, on a choisi des distributions différentes pour le terme d'erreur (loi Normale,  $t$  Student) pour l'ajustement des données, et leur adéquation a été évaluée à l'aide de tests de diagnostic. Le modèle optimal a ensuite été utilisé pour simuler des prévisions de volatilité hors échantillon pour une journée donnée. L'indicateur AIC (Akaike information criterion) a été choisi comme critère d'efficacité statistique pour rendre compte de la qualité des modèles sélectionnés. Bien que les résultats empiriques ne garantissent pas une préférence absolue parmi les modèles de type GARCH évalués, le modèle asymétrique GARCH avec ses propriétés de mémoire longue et les distributions d'erreurs (normal et Student) apparaît globalement plus efficace pour les deux crypto-monnaies. Ces résultats montrent aussi que la présence de outliers (valeurs extrêmes) joue un rôle important dans la modélisation et la prévision des indicateurs de risque des cryptomonnaies.

**Mots clés:** Rendements, Volatilité, Crypto monnaies, Bitcoin, ARMA, GARCH.

# Tables des matières

REMERCIEMENTS .....	2
Résumé .....	3
Liste des abréviations .....	6
Introduction .....	7
1 Revue de littérature .....	12
1.1 Bitcoin et Ethereum.....	12
1.2 Cryptomonnaies et instruments de couverture .....	14
1.3 Volatilité historique et Modélisation des cryptomonnaies .....	14
1.4 Rendements et volatilité .....	19
2 Discussions méthodologiques .....	21
2.1 Modèles ARCH et GARCH .....	21
2.2 Modèles de variantes de GARCH .....	22
2.2.1 IGARCH - GARCH intégré .....	22
2.2.2 EGARCH - GARCH exponentiel .....	23
2.2.3 GJR-GARCH .....	23
2.2.4 TGARCH .....	23
3 Données et des tests préliminaires .....	25
3.1 Données .....	25
3.2 Tests préliminaires .....	26

3.2.1	Test de racine unitaire: Analyse de la stationnarité.....	26
3.2.2	Tests d'hétéroscédasticité.....	28
3.2.3	Test de normalité de Jarques-Bera .....	30
3.2.4	Test de normalité des résidus .....	32
3.2.5	Tests de stabilité des paramètres: linéarité de la série BTC.....	34
3.2.6	Test d'indépendance BDS des séries BTC/ETH.....	36
4	Tests de volatilité et Résultats des modèles GARCH .....	39
4.1	Tests de type des processus.....	39
4.1.1	Test d'identification du processus ARMA et Linéarité du processus.....	39
4.2	Tests de volatilité GARCH .....	42
4.2.1	Le modèle GARCH et estimation BTC/ETH.....	42
4.2.2	Test de Modèles GARCH, avec effet Long Terme.....	54
	Conclusions .....	63
	Références bibliographiques .....	65
	Annexes.....	67

## Liste des abréviations

ADF : Dickey-Fuller augmenté.

AR: Autoregressive.

ARMA: Autoregressive moving average.

ARCH: Autoregressive conditional heteroskedasticity.

CUSUM: Cumulative sum control chart.

EGARCH: Exponential GARCH.

EGARCH: Exponential generalized Autoregressive conditional heteroscedasticity.

FIEGARCH; Fractionally integrated exponential GARCH.

FIGARCH; Fractionally integrated GARCH.

GARCH: Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity.

GJR-GARCH: The Glosten-Jagannathan-Runkle GARCH.

MA: Moving average.

TGARCH: Threshold generalized autoregressive conditional heteroscedasticity.

TARCH: Threshold autoregressive conditional heteroskedasticity.

IGARCH: Integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity.

## Introduction

Une cryptomonnaie (cryptocurrency, en anglais) est une monnaie numérique ou virtuelle sécurisée par cryptographie, ce qui rend presque impossible de contrefaire ou dépenser deux fois. De nombreuses cryptomonnaies sont des réseaux décentralisés basés sur la technologie blockchain - un registre distribué appliqué par un réseau disparate d'ordinateurs. Une caractéristique déterminante des crypto-monnaies est qu'elles ne sont généralement émises par aucune autorité centrale, ce qui les rend théoriquement à l'abri de l'ingérence ou de la manipulation du gouvernement.

Les cryptomonnaies sont souvent émises par le processus de minage, ce qui leur donne une valeur intrinsèque et les rend potentiellement attractives en tant qu'investissement, elles ont été utilisées pour des achats en ligne, des transferts d'argent internationaux et des investissements, mais leur utilisation est souvent controversée en raison de leur association avec des activités illégales. Les gouvernements et les régulateurs rencontrent des difficultés pour réglementer les cryptomonnaies en raison de leur nature décentralisée.

Depuis l'invention de Bitcoin, on estime qu'environ 1 600 autres crypto-monnaies ont été développées (Narayanan *et al.*, 2017). L'intérêt pour les cryptomonnaies a significativement augmenté au cours des dernières années et les impacts sur les marchés financiers sont remarquables. La croissance remarquablement exponentielle des crypto-monnaies telles que Ripple, Ethereum, Litecoin, Moreno, Dash, Stellar a atteint une valeur totale boursière d'environ 830 milliards en Janvier 2018 selon (CoinMarketCap, 2021)<sup>1</sup>. La particularité de ces monnaies réside dans leur jeu de réseaux peer-to-peer décentralisés qui autorisent des transactions sans intermédiaire. En supprimant le besoin d'intermédiaires, les monnaies numériques fournissent une infrastructure plus efficace pour le transfert d'argent, permettant ainsi des paiements moins coûteux et plus rapides. Avec ces monnaies, les possibilités d'investissements sont de plus en plus nombreuses, offrant aux acteurs financiers une diversité importante dans leur choix de portefeuille. Pour beaucoup d'investisseurs

---

<sup>1</sup> « CoinMarketCap » est le site Web de suivi des prix le plus référencé au monde pour les cryptoactifs dans l'espace en croissance rapide des cryptomonnaies. Voir <https://coinmarketcap.com/>

professionnels en effet, cet engouement pour les devises numériques s'inscrit dans le cadre de leur usage en gestion de portefeuille et de risque (Jamal et Refk, 2015). D'autre part, les crypto-monnaies sont généralement caractérisées par une forte dynamique de volatilité et des sauts de prix extrêmement erratiques. De ce point de vue, les marchés de la crypto-monnaie demeurent une source potentielle d'instabilité financière et l'impact de la croissance sans précédent des crypto-monnaies sur les marchés financiers reste incertain.

Contrairement aux titres financiers comme les actions et les matières premières avec les régulateurs et les monnaies conventionnelles avec les banques centrales, les crypto-monnaies sont décentralisées et n'ont pas de régulation formelle de leurs marchés. C'est donc à juste titre que ces technologies suscitent à la fois espoirs et craintes. Les risques susceptibles de nuire aux consommateurs, aux systèmes financiers et même à la sécurité nationale, est désormais une question importante, en particulier pour les pays développés confrontés à une menace terroriste accrue. Du côté positif, on observe l'émergence de fonds privés d'investissements dans les monnaies numériques. Aussi, la création de fonds spéculatifs englobant des opérations stratégiques sur la volatilité des devises virtuelles est devenue une tendance. Une analyse pertinente de ces nouvelles technologies serait de présenter leurs caractéristiques financières tout en les comparant aux actifs traditionnels qui sont en place depuis de nombreuses années.

Le cœur de notre travail est de proposer une description aussi réaliste que possible de la dynamique des fluctuations des prix des cryptomonnaies. Nous focalisons notre attention sur le Bitcoin et Ethereum. La volatilité excessive de la valeur des crypto monnaies est en effet l'objet de recherches importantes au vu des applications qu'elles infèrent. Les intervenants du marché sont intéressés à une estimation précise de la volatilité du Bitcoin en particulier, en raison de la corrélation qui existe entre volatilité et rendement des investissements. Or cette volatilité n'est pas directement observable et, par conséquent, la nécessité d'un modèle efficace capable de modéliser et prédire la volatilité des prix de Bitcoin s'impose. La volatilité est un sujet récurrent en finance. De nombreux domaines tels que la gestion des risques, dépendent de la volatilité. Parfois, elle implique la psychologie des acteurs, comme le sentiment d'incertitude qui peut représenter un indicateur du niveau

de confiance des investisseurs. La prévision de la volatilité est donc un domaine de recherche important avec des implications théoriques et pratiques. Les modèles de prévision de la volatilité qui ont été élaborés au cours des années s'inscrivent selon trois grandes cadres: *les modèles de volatilité historique, les modèles stochastiques et les modèles implicites* (Christian *et al.*, 2018). En outre, Les facteurs qui influent sur la capacité prédictive de ces modèles, tels que le type d'actif, l'échantillon, la fréquence et l'intervalle de temps des données, etc. ont été abordées dans la littérature, mais aucun modèle n'a démontré une supériorité suprême pour prédire la volatilité de toutes les classes d'actifs (Aalborg *et al.*, 2019). Il s'ensuit que la capacité prédictive d'un modèle est relative et fonction du cadre de la recherche. Compte tenu de la forte fluctuation du Bitcoin, couplée à son gain important dans les domaines liés au financement, la nécessité de prévoir sa volatilité devient de plus en plus évidente. Ce travail est centré sur la volatilité de Bitcoin et Ethereum qui sont sensibles aux bulles spéculatives et affiche une plus grande volatilité que les devises traditionnelles (Jamal et Refk, 2015). Actuellement, la littérature autour de la volatilité du Bitcoin et Ethereum est rare. Malgré la documentation abondante sur la capacité prédictive des modèles de prévision d'un large éventail de types d'actifs, peu de recherche a été effectué sur la capacité prédictive des modèles de prévision de la volatilité de ces monnaies (Segendorf 2014; Dwyer 2015). Une prévision de la volatilité est indispensable compte tenu des caractéristiques intéressantes de ces actifs, avec des applications de plus en plus nombreuses comme moyen d'échange, des instruments d'investissement et des outils potentiels de gestion de risques.

Il est à noter qu'il existe toujours des controverses sur les cryptomonnaies et des critiques disant qu'il peut être associé à des schémas frauduleux tels que le schéma de Ponzi, dans lesquels les nouveaux investisseurs sont rémunérés avec les investissements des anciens investisseurs plutôt que par des profits réels. Cela peut conduire à des pertes financières importantes pour les investisseurs qui se trouvent à la fin de la chaîne. Il est important de noter que la question de savoir si la crypto-monnaie est ou non un schéma de Ponzi reste un sujet de débat parmi les experts. Cependant, il convient de souligner que la comparaison des modèles GARCH dans notre mémoire est toujours valide et pertinente, indépendamment de cette question. Les modèles GARCH sont utilisés pour modéliser la volatilité des marchés

financiers, y compris celui des crypto-monnaies. Par conséquent, notre analyse reste pertinente pour comprendre l'évolution de la volatilité des crypto-monnaies et peut être utile pour les investisseurs souhaitant minimiser les risques associés à leur investissement.

Notre but premier est d'évaluer et comparer la capacité prédictive de certains modèles de prévision populaires dans l'estimation de la volatilité des cours du Bitcoin et Ethereum. Le meilleur modèle pourrait permettre de révéler des caractéristiques non encore identifiées (dans la littérature) sur ces cryptomonnaies. Nous proposons une estimation de différents modèles de volatilité pour essayer de comprendre le comportement des cryptomonnaies par rapport aux actifs traditionnels et pouvoir tirer des conclusions sur la manière dont les investisseurs doivent gérer leurs positions sur ces nouveaux marchés. Nous souhaitons avec ce travail apporter une couche supplémentaire à la littérature existante, en appliquant les modèles de volatilité classiques à une classe plus étendue étendant des cryptomonnaies.

Ce mémoire est organisé comme suit. Nous commencerons par un résumé de ce qui a été découvert jusqu'ici dans la littérature en rapport avec la classification des cryptomonnaies, leurs caractéristiques et les modèles d'estimation utilisés. La première section présente brièvement les cryptos monnaies en particulier le Bitcoin et l'Ethereum, suivies d'une discussion sur leur nature et leur classification. On explique ensuite comment fonctionne le Bitcoin et on discute des coûts de transaction associés à cette monnaie. Une analyse des avantages et des inconvénients des monnaies numériques et leur réglementation est abordée. Ensuite on estimera des modèles de volatilité sur la base des échantillons disponibles. Une analyse et une discussion des résultats de ces modèles estimés permettra de sélectionner le meilleur modèle en utilisant des critères statistiques tels que l'AIC et la p-value. Puis une série des volatilités des rendements des prix du bitcoin est construite sur la base du meilleur modèle sélectionné afin d'exécuter une régression et tester l'effet jour sur la volatilité du bitcoin. On conclut par des remarques sur l'avenir des monnaies virtuelles ainsi qu'une discussion des améliorations possibles de ce travail. La première partie abordera donc la revue de littérature, la deuxième est l'analyse empirique avec une comparaison des caractéristiques des différents actifs et la présentation des modèles de volatilité. La troisième

partie est la présentation et l'interprétation des résultats de l'estimation de ces modèles pour les différents actifs.

# 1 Revue de littérature

À l'origine, les cryptomonnaies ont été initiés par Satoshi Nakamoto en octobre 2008. Des auteurs (Narayanan *et al.*, 2016; Hua *et al.*, 2019) indiquent que la facilitation et la vérification des transactions nécessitent des systèmes de contrôle décentralisé et les techniques de cryptographie avancées. Les sections suivantes traitent des crypto-monnaies qui sont l'objet de ce travail (Bitcoin et Ethereum), leurs bénéfices et risques d'usage, leur régulation, leur mode de fonctionnement, et les modèles économétriques existants pour rendre compte de la volatilité des cours de ces actifs.

## 1.1 Bitcoin et Ethereum

### ➤ *Bitcoin*

Symbolisé par (BTC) et utilisé comme moyen de paiements ou d'investissement, le Bitcoin s'inscrit dans un écosystème numérique. C'est une monnaie numérique décentralisée qui fonctionne sans intermédiation financière ou autorités gouvernementales. Il utilise des transferts entre pairs sur un réseau numérique qui enregistre toutes les transactions de cryptomonnaies. Ce réseau est alimenté par une blockchain, qui est une base de données distribuée et sécurisé, diffusée entre plusieurs utilisateurs qui peuvent y apporter des changements (Böhme *et al.*, 2015). Et précisément parce que les transferts sont confirmés directement entre les utilisateurs et se trouvent sur la blockchain, Bitcoin élimine la nécessité de facilitateurs centraux, comme les gouvernements et les banques. Comme on l'a dit, la blockchain Bitcoin est une base de données de transactions sécurisée par cryptage et validée par des pairs (Fink et Johann, 2014). Elle n'est pas stockée en un seul endroit mais distribuée sur plusieurs ordinateurs et systèmes au sein d'un réseau. Chaque nœud du réseau Bitcoin possède une copie de la blockchain, et toute copie est mise à jour chaque fois qu'il y a une modification validée par la blockchain. D'autre part, le système Bitcoin emploie une opération dite de Mining pour valider les transactions. Il s'agit d'un processus de validation des transactions et de création d'un nouveau bloc sur la blockchain. Le Mining est effectué par des applications logicielles qui s'exécutent sur des ordinateurs ou des machines spécialement conçus pour l'exploitation de circuits intégrés spécifiques à l'application.

Comme toute autre devise, Bitcoin est divisé en sous-unités monétaires (milli-Bitcoin, micro-Bitcoin). Pour améliorer la confidentialité de leurs opérations, les utilisateurs peuvent accéder au système Bitcoin en utilisant des pseudonymes ou des adresses (Grinberg, 2012). Les utilisateurs peuvent obtenir plusieurs adresses uniques dans lesquelles ils n'ont pas besoin de fournir d'informations personnelles. La principale différence entre la monnaie fiat, le Bitcoin et les crypto-monnaies de manière générale, est l'absence de soutien du gouvernement. La plupart des crypto-monnaies sont créées à l'aide d'une technologie de réseau informatique cryptographique qui leur permet de circuler sans avoir besoin d'une autorité centrale comme la Réserve fédérale. D'autres différences majeures incluent le fait que bitcoins sont générés par un code unique et les transactions sont stockées dans un registre public, et sont donc traçables. Le Bitcoin n'a pas de forme physique et son impact environnemental se limite donc à la consommation d'énergie électrique.

#### ➤ *Ethereum*

Lancé en 2015, Ethereum s'appuie sur l'innovation de Bitcoin, avec quelques différences majeures. Comme Bitcoin, Ethereum permet d'utiliser l'argent numérique sans fournisseurs de paiement ou banques. C'est une plateforme d'usage général. Elle héberge d'autres crypto-monnaies ainsi que des contrats dits intelligents (Smart Contract) qui offrent plusieurs fonctionnalités, y compris des droits de propriété. Concrètement, Ethereum étant programmable, les utilisateurs peuvent construire des applications qui utilisent la blockchain pour stocker des données et exercer plus de contrôle, permettant ainsi une plus grande innovation sur le réseau. Alors que Bitcoin n'est qu'un réseau de paiement, Ethereum est plutôt un marché de services financiers, de jeux, de réseaux sociaux et d'autres applications (Yermack, 2017). La cryptomonnaie Ethereum est symbolisée par (ETH). La sécurité de l'Ethereum se fait à travers un algorithme baptisé Ethash, appartenant à la famille de fonctions de hachage Keccak. Contrairement aux autres crypto monnaies, l'Ethereum fait exception en matière d'émission de ses unités. La plateforme Ethereum est décentralisée et alimentée par la technologie blockchain. Il peut être utilisé par quiconque pour créer une technologie numérique sécurisée. Les participants peuvent aussi l'utiliser pour payer des biens corporels et des services s'ils sont acceptés (Bouoiyour, 2018). Comme BTC, ETH présente des avantages et des inconvénients pour l'économie, les investisseurs et les

consommateurs. En tant que système de réseau peer-to-peer, toutes les transactions se produisent sans passer par un tiers tel qu'une banque, un État ou un gouvernement. L'élimination des intermédiaires traditionnels réduit le coût total des paiements et augmentera l'efficacité des transactions financières. En éliminant le besoin d'intermédiaires traditionnels, les crypto monnaies fournissent une infrastructure plus efficace pour le transfert d'argent, permettant des paiements plus rapides (Kristoufek, 2015). Les systèmes de paiement interbancaires traditionnels peuvent prendre plusieurs heures, voire plusieurs jours, pour effectuer des transferts de fonds.

## **1.2 Cryptomonnaies et instruments de couverture**

Peu d'études ont examiné les crypto-monnaies en tant qu'outils de couverture et de diversification. Pourtant les investisseurs recherchent des instruments de placement alternatifs dans le cadre de portefeuilles de placement diversifiés. Par exemple, au début des années 2000, les investisseurs ont considéré que les instruments sur matières premières étaient efficaces pour la diversification des portefeuilles en raison de leur faible corrélation avec les rendements boursiers. Aujourd'hui, les crypto-monnaies représentent une telle alternative en raison de leur rendement moyen élevé et de leur faible corrélation avec les actifs financiers (Bouoiyour et Selmi, 2014).

## **1.3 Volatilité historique et Modélisation des cryptomonnaies**

Une caractéristique importante de Bitcoin est sa valeur hautement volatile. Au cours des deux premières années depuis sa création, la parité de Bitcoin avec le dollar américain était d'environ 0.1; Au 7 février 2011, le prix du bitcoin atteignait 1 dollar. Le 6 juin 2011, Bitcoin a enregistré une deuxième hausse de 22 dollars. Suite à de multiples flambées, Bitcoin a atteint un sommet de 979\$ le 25 novembre 2013. Toutefois, le prix du Bitcoin a fortement diminué en 2014 en raison de la faillite d'une bourse de Bitcoin basée à Tokyo. Après avoir atteint un pic de 232\$ le 17 août 2015, Bitcoin a continué de prendre de l'ampleur et a été vendu à 1069\$ le 4 janvier 2017. En termes de dollars, la volatilité mensuelle réalisée par Bitcoin entre mai 2012 et mai 2015 était de 265%, ce qui est beaucoup plus que les 118% de l'or. Cette forte volatilité empêche la capacité de Bitcoin à être utilisée comme moyen

d'échange. Quelques études de recherche ont examiné la volatilité de Bitcoin. Certains chercheurs postulent que la demande de Bitcoins influence fortement la volatilité (Buchholz, Delaney, Warren et Parker, 2012), tandis que d'autres soutiennent que la valeur du Bitcoin n'a rien à voir avec les théories économiques, mais plutôt la spéculation (Kristoufek, 2015). (Ciaian, Rajcaniova et Kancs, 2016) suggèrent pour leur part que les fondamentaux du marché et l'attrait du Bitcoin pour les investisseurs affectent la détermination des prix du Bitcoin. Les utilisateurs de Bitcoin qui prévoient que le taux de change augmentera ne réalisent peut-être pas qu'en détenant des Bitcoins, ils provoquent une baisse de la demande pour la devise, ce qui finit par réduire son taux de change.

Dans le marché de la crypto-monnaie, la modélisation de la volatilité est importante pour mesurer le risque d'un investissement. Théoriquement, la volatilité peut être définie comme une mesure de la dispersion dans une densité de probabilité. La version de base du modèle des moindres carrés (MCO) des actifs financiers suppose que la valeur attendue de la variance de tous les termes d'erreur est la même à n'importe quel moment donné. Lorsque la variance des termes d'erreur de certaines séries chronologiques n'est pas constante, on dit qu'elles souffrent d'hétéroscédasticité. Le phénomène d'hétéroscédasticité est l'axe principal des modèles ARCH et GARCH. Il est connu dans la littérature, que des fortes périodes de volatilité tendent à être suivies par des courtes périodes de faible volatilité. Ainsi, les valeurs extrêmes sont assez nombreuses dans la distribution des rendements des actifs, rendant non négligeable l'effet asymétrique de volatilité. Les travaux économétriques de modélisation de la volatilité remontent à Engle (1982) qui a d'abord proposé de modéliser la variance conditionnelle au moyen de processus ARCH (AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity); ces modèles utilisent des perturbations passées pour modéliser la variance de la série temporelles. Au début des premiers travaux, le principal problème des modèles ARCH étaient leur adaptation au processus dynamique de la variance conditionnelle, et la difficulté à les estimer. Bollerslev (1986) a réussi à trouver une solution à cette question, en proposant le modèle ARCH généralisé, ajoutant les prévisions de la variance de la dernière période dans l'équation de la moyenne. Depuis lors, beaucoup de dérivés de modèles GARCH ont été développés afin de capturer les effets asymétriques comme le GARCH exponentiel (EGARCH) de Nelson (1991), par exemple ou

le TARCh de Zakoian (1994). De nos jours, la principale application des modèles d'hétéroscédasticité est la prévision de la volatilité, qui est habituellement mesurée par l'écart-type des rendements. On peut facilement comprendre à quel point ces modèles sont importants dans la gestion des risques financiers. Nelson (1991) soutient que la contrainte de non-négativité des paramètres peut compliquer le processus de prévision du modèle. Il exprime de nombreuses préoccupations quant à l'explication de la persistance des chocs et de la manière dont elle peut affecter la structure à terme de la volatilité. Motivé par les limitations associées à GARCH, Nelson étend le modèle initial introduit par Bollerslev. Il développe le modèle exponentiel asymétrique (EGARCH) qui selon lui surmonte les inconvénients mentionnés précédemment. Le modèle est d'abord ajusté pour incorporer un composant qui reflète le signe et l'échelle des chocs. Il n'y a plus de contraintes de non-négativité et, par conséquent, les paramètres peuvent être positifs ou négatifs, ce qui facilite le processus d'estimation. Le modèle présenté peut aussi être adapté à la persistance des chocs. Nelson admet que d'autres recherches sont encore nécessaires pour peaufiner le modèle, et une version multivariée de l'EGARCH devrait être développée.

L'importance de la volatilité dans les domaines des finances et de la gestion des risques se reflète dans la documentation abondante et la recherche qui traitent de ce sujet. Une mauvaise estimation de la volatilité future peut avoir un impact considérable sur les décisions financières. Une volatilité sous-estimée peut entraîner une plus grande exposition au risque et une volatilité excessive peut entraîner une perte d'opportunités. Les prévisions de volatilité ont fait l'objet d'un nombre considérable d'études, dont beaucoup font une comparaison entre différents modèles de prévision et évaluent leurs capacités de prévision. Plusieurs recherches examinent la puissance des différents modèles appliqués à un commerce d'actifs sur plusieurs marchés présentant des caractéristiques différentes, tandis que d'autres contrastent avec leur aptitude à prévoir différents actifs. Un parcours de la littérature fait en effet ressortir que les chercheurs ont testé différents modèles pour déterminer ceux qui décrivent le mieux la dynamique des prix des titres financiers. Baek et Elbeck (2015) ont ainsi tenté de répondre à deux questions importantes concernant le Bitcoin: A quel point la volatilité est-elle et quels sont les déterminants de son rendement sur le marché. En fait, leur but est de déterminer si la crypto-monnaie est un investissement ou un

véhicule spéculatif. Tout d'abord, les auteurs comparent la volatilité du marché Bitcoin avec la volatilité du S&P 500, utilisée comme une approximation du marché boursier. La comparaison, qui est une indication du risque intrinsèque du Bitcoin, montre que le marché Bitcoin est extrêmement volatile et spéculatif. Ensuite, afin d'identifier les moteurs de la volatilité, les auteurs étudient l'impact de nombreuses variables du marché telles que l'inflation et le chômage sur le retour de Bitcoin. Il est constaté que les facteurs économiques externes n'influent pas sur les rendements du marché de la cryptomonnaie, et que la volatilité est dictée par les demandeurs et les vendeurs. Dans leur article de 2017, Jeffrey Chu, Stephen Chan, Saralees Nadarajah, et Joerg Osterrieder ont examiné la modélisation des cryptomonnaies en utilisant des modèles GARCH. Pour ce faire, ils ont implémenté douze de ces modèles à sept cryptomonnaies différentes. Leurs résultats soutiennent que les meilleurs modèles sont ceux dont la loi de distribution est normale. Ces modèles incluent IGARCH et GJRGARCH qui sont des versions asymétriques du GARCH standard. D'autre part, Paraskevi Katsiampa (2017) a aussi effectué une analyse comparative de différents modèles GARCH afin d'estimer la volatilité du Bitcoin dans un contexte spéculatif, et mieux comprendre le phénomène de persistance de volatilité dans les cryptomonnaies. D'après ses résultats il est important d'avoir un modèle prenant en compte une mémoire longue et courte pour le calcul de la variance conditionnelle. L'absence d'une relation de cause à effet entre les indicateurs macroéconomiques et la valeur du Bitcoin est perçue par Brière *et al.* (2015) comme une caractéristique intéressante de la monnaie numérique qui peut être exploitée à l'avantage des investisseurs. Les auteurs (Guesmi, Saadi et Abid, 2016) ont pour leur part examiné les effets conditionnels et les retombées de volatilité entre les indicateurs Bitcoin et les indicateurs financiers en utilisant différentes spécifications multivariées d'hétéroscédasticité conditionnelle autorégressive généralisée (GARCH). Ils trouvent qu'une corrélation conditionnelle dynamique (DCC)-GARCH est le modèle le mieux adapté pour modéliser la dynamique conjointe de différentes variables financières et de Bitcoin. En particulier, ils constatent que des changements imprévus dans les rendements de différents indicateurs financiers affectent de manière significative la volatilité conditionnelle des rendements Bitcoin. Ainsi, un choc sur les variables financières, quels que soient leurs signes, implique une augmentation de la volatilité des rendements Bitcoin. Leurs travaux montrent également qu'une position courte sur le marché Bitcoin permet de couvrir l'investissement

de risque pour tous les différents actifs financiers. En outre, les stratégies de couverture portant sur l'or, le pétrole, les actions des marchés en développement et le Bitcoin réduisent considérablement le risque du portefeuille, mesuré par la variance, par rapport au risque du portefeuille composé uniquement d'or, de pétrole et de titres des marchés en développement. (Chu et coll., 2015) a estimé la volatilité de sept cryptomonnaie à l'aide de modèles de type GARCH avec différentes distributions d'innovations et conclu que le modèle IGARCH (1, 1) est le plus approprié pour estimer la volatilité du Bitcoin. Cela dit, Vilasuso (2002) met en avant l'une des principales limites de GARCH: sa mémoire n'est parfois pas assez longue pour capter la persistance de certains chocs qui sont observés depuis très longtemps. Il désapprouve également le GARCH intégré (IGARCH) qui a un souvenir éternel qui peut aussi être un inconvénient car il modifie les estimations de la volatilité de plus en plus. Par conséquent, l'auteur analyse la capacité prédictive d'un modèle alternatif qui semble approprié pour incorporer des chocs de longue durée: le GARCH (FIGARCH) fractionnaire intégré introduit par Baillie *et al.* (1996). Dans ce même esprit, Zhou et Kang (2009) ont été intéressés à déterminer le meilleur modèle pour prévoir la volatilité d'une catégorie d'actifs très spécifique: l'immobilier. Leur étude est comparable à celle de Vilasuso (2002) en ce qu'elle met en évidence la mémoire des modèles. Il se concentre principalement sur la comparaison de la capacité de prévision des modèles à mémoire longue et à mémoire courte. Les modèles GARCH et EGARCH sont choisis pour représenter les modèles à mémoire courte car l'autocorrélation ne persiste pas sur de longues périodes. Inversement, les modèles à mémoire longue démontrent une autocorrélation persistante et sont représentés par le FIGARCH et le FIEGARCH. Les auteurs sont d'accord avec Vilasuso (2002) et constatent que les modèles à mémoire longue surpassent les modèles à mémoire courte lors de la prévision de la volatilité de l'immobilier. Kumar (2006) remarque qu'il existe une lacune dans la documentation existante sur la capacité de divers modèles de prévision de la volatilité sur les marchés émergents. En particulier, aucune étude ne porte sur l'exactitude des modèles prédictifs dans le développement des marchés des changes. De ce point de vue, l'auteur décide d'évaluer différents modèles pour estimer la volatilité des marchés de capitaux propres et de change en Inde, y compris dans son étude sur les prévisions de l'échantillon. Kisinbay (2010) procède aussi à l'évaluation de certains modèles non linéaires de GARCH en comparant les estimations des modèles de GARCH symétriques et asymétriques.

De nombreux auteurs ont également manifesté leur intérêt pour la comparaison de modèles prédictifs au-delà des classes ARCH et GARCH. Pilbeam et Langeland (2014), par exemple, ont établi une comparaison entre les modèles GARCH et le modèle de volatilité implicite dans l'estimation des volatilités des marchés de change. Ils ont choisi de comparer le modèle traditionnel GARCH (1, 1), et deux modèles GARCH asymétriques-EGARCH et GJR-GARCH. Les modèles ont été testés sur la période 2002-2012, et des prévisions ont été générées. On trouve que le modèle de volatilité implicite surpasse les modèles de GARCH symétriques et asymétriques, comme corroborés par Poon et Granger (2003, 2005). Cependant, les auteurs soulignent un point intéressant qui a été oublié par d'autres auteurs et qui montre que pendant les périodes de forte volatilité, la précision de tous les modèles diminue. Christian et coll. (2018) ont essayé de faire ressortir les moteurs de la volatilité à long terme de Bitcoin. Ils observent que la volatilité empirique du S&P 500 a un impact négatif très significatif sur la volatilité à long terme de Bitcoin, et que la prime de risque de la volatilité du S&P 500 a un impact positif significatif sur la volatilité à long terme de Bitcoin.

#### **1.4 Rendements et volatilité**

En ce qui concerne les rapports qui existent entre volatilité et rendement de Bitcoin, Balcilar *et al.* (2017) a conclu que le volume de Bitcoin peut être utilisé pour prédire leurs rendements, mais il est difficile à utiliser pour prévoir sa volatilité. En outre, Ciaian *et al.* (2016) a accordé une attention aux déterminants de la volatilité du prix du Bitcoin. Leur article montre que le volume de bitcoins disponible a un impact plus faible sur le rendement de Bitcoin que le nombre unique de transactions quotidiennes de Bitcoin. (Christian *et al.*, 2018). Aalborg *et al.* (2019) a aussi trouvé que la quantité de Bitcoin qui utilisent une adresse unique dans le réseau Bitcoin est en relation positive avec les rendements quotidiens de Bitcoin. L'auteur a démontré que la prévision des rendements et de la volatilité de Bitcoin peut utiliser le volume de Bitcoin. Il convient de noter que l'ensemble des études s'accorde pour dire que le processus de volatilité des bitcoins semble être significativement plus affecté par les mauvaises nouvelles que par les chocs positifs. Il n'est pas surprenant que le marché des bitcoins soit donc très motivé par des attentes auto-satisfaisantes. Il est en effet partiellement

causé par les sentiments des professionnels, qui peuvent conduire à un comportement de bulle spéculative, et ainsi gonfler la volatilité du prix (Bouoiyour *et al.*, 2015).

## 2 Discussions méthodologiques

La régression traditionnelle modélise l'espérance conditionnelle de la variable dépendante. Formellement,

$$E[y_t | x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{Kt}] = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_K x_K.$$

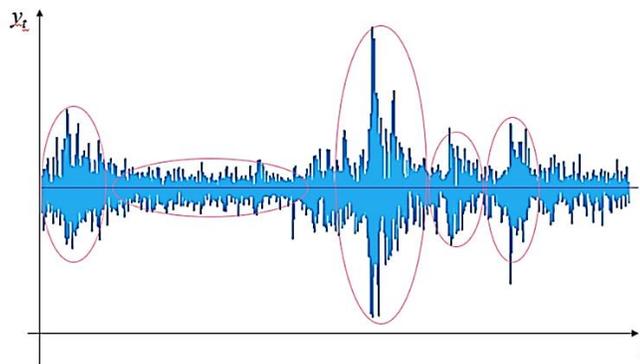
En forme stochastique,

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_K x_K + u_t, \text{ où } u_t \text{ est un terme d'erreur, } t=0, 1, 2, \dots, T.$$

La régression traditionnelle ne modélise pas la volatilité, ce qui est mesurée par  $\sigma_t$ , soit l'écart-type du terme d'erreur  $u_t$  (ou appelée innovation).

### 2.1 Modèles ARCH et GARCH

Les modèles ARCH sont employés couramment dans la caractérisation de séries temporelles financières, qui comportent des volatilités très variables, *i.e.* des périodes agitées intensivement (*i.e.* des *grappes*, *clusters* en anglais) suivies par des périodes de calme relatif.



**Figure 2.1** Illustration d'hétéroscédasticité conditionnelle autorégressive

Les ARCH modélisent l'hétéroscédasticité conditionnelle par un processus autorégressif  $AR(p)$  avec  $p \in \mathbb{N}$ .

$$\sigma_t^2 = E(u_t^2 | u_{t-1}, u_{t-2}, \dots, u_{t-p}) = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2,$$

où  $\alpha_0 > 0$  et  $\alpha_t \geq 0$ ,  $t=0, 1, 2, \dots, T$ .

Les modèles ARCH capturent également les distributions de « grosses queues » par rapport à la loi normale ainsi que l'asymétrie dans les chocs aléatoires extrêmes. Certaines séries temporelles présentent une hétéroscédasticité persistante, mais avec une faible corrélation entre les valeurs successives de  $u_t^2$ . Afin de tenir compte de ces deux caractéristiques, l'ordre du processus ARCH,  $p$ , devrait être très élevé. Alternativement, le modèle GARCH( $p, q$ ), une extension du modèle ARCH, peut être utilisé.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q u_{t-q}^2 + \gamma_1 u_{t-1}^2 + \gamma_2 u_{t-2}^2 + \dots + \gamma_p u_{t-p}^2.$$

Les modèles GARCH sont plus flexibles que les ARCH, car ils peuvent décrire la volatilité d'un processus avec moins de paramètres. Le modèle GARCH de base est caractérisé par une réponse symétrique de la volatilité actuelle, *i.e.* la variance, aux valeurs positives et négatives de l'erreur décalée  $u_{t-1}$ . Cependant, il est courant que la volatilité future des séries temporelles (par exemple, les rendements boursiers) soit beaucoup plus affectée par les valeurs négatives de  $u_{t-1}$  que par les valeurs positives. Cette asymétrie n'est pas capturée par le modèle GARCH spécifié ci-dessus.

Dans ce qui va suivre, nous présentons de différents modèles GARCH en faisant varier les ordre  $p$  et  $q$  et la loi de probabilité du terme d'erreur (loi gaussienne, loi de Student et loi d'erreur généralisée GED). Notez que des variables exogènes peuvent être facilement intégrées dans les différentes spécifications des modèles GARCH simplement en ajoutant un ou des termes  $\beta_k x_k$ .

## 2.2 Modèles de variantes de GARCH

### 2.2.1 IGARCH - GARCH intégré

L'hétéroscédasticité conditionnelle autorégressive généralisée intégrée (IGARCH) est une version restreinte du modèle GARCH, où les paramètres persistants totalisent un, et important une racine unitaire dans le processus GARCH. La condition pour cela est

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \gamma_j = 1.$$

### 2.2.2 EGARCH - GARCH exponentiel

Le modèle hétéroscédastique conditionnel autorégressif généralisé exponentiel (EGARCH) de Nelson & Cao (1991) est une autre forme du GARCH. Ce modèle se distingue de la structure de variance GARCH par l'utilisation du logarithme de la variance. Formellement, un modèle EGARCH( $p, q$ ) est comme suit. On écrit  $u_t = \sigma_t z_t$ , où  $z_t$  est un processus gaussien standard et

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \{ \alpha_i (|z_{t-i}| - E[|z_{t-i}|]) + \varphi_i z_{t-i} \} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \ln(\sigma_{t-j}^2).$$

Pour choisir la meilleure paire  $p$  et  $q$ , on peut recourir à Bayesian Information Criterion (BIC) ou à Akaike Information Criterion (AIC).

### 2.2.3 GJR-GARCH

Le modèle Glosten-Jagannathan-Runkle GARCH (GJR-GARCH) de Glosten, Jagannathan et Runkle (1993) modélise également l'asymétrie dans le processus ARCH. Il s'écrit formellement par l'expression suivante.

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q (\alpha_i z_{t-i}^2 + \varphi_i I_{t-i} z_{t-i}^2) + \sum_{j=1}^p \gamma_j \sigma_{t-j}^2$$

où

$$I_{t-i} = \begin{cases} 1, & \text{si } z_{t-i} < 0, \\ 0, & \text{si } z_{t-i} \geq 0. \end{cases}$$

### 2.2.4 TGARCH

Un autre modèle de volatilité couramment utilisé pour gérer les effets de levier est le modèle à seuil GARCH (ou TGARCH). Voir Glosten, Jagannathan et Runkle (1993) et Zakoian (1994). Un modèle TGARCH(1, 1) prend la forme suivante.

$$\sigma_t = \omega + \alpha_1 \sigma_{t-1} (|z_{t-1}| - \phi_1 z_{t-1}) + \gamma_1 \sigma_{t-1},$$

où  $\alpha_1 \geq 0$ ,  $\gamma_1 \geq 0$  et  $|\phi_1| \leq 1$ .

Notre approche suit celle décrite dans la littérature. Hansen et Lunde (2005) a en effet comparé plusieurs modèles de type GARCH (1, 1) et trouve que ce modèle simple est optimal pour prédire la volatilité des rendements des titres de leur portefeuille. Nous voulons mettre à l'épreuve les résultats de Hansen et Lunde (2005), sur les deux cryptomonnaies d'usage courant. Aussi, dans leur recherche, les auteurs ont supposé que les erreurs suivent une loi standard (loi gaussienne). Nous avons levé cette hypothèse restrictive. Afin de trouver la distribution d'erreur appropriée, donc celle qui correspond le mieux aux données, les modèles sont analysés sous trois distributions candidates: la distribution normale, la distribution de Student et la distribution généralisée des erreurs (GED). À l'aide du critère d'information d'Akaike (AIC), nous avons sélectionné le meilleur modèle.

Les effets de long terme seront aussi pris en compte au moyen des modèles FIGARCH (Modèle d'hétéroscédasticité conditionnelle autorégressive intégrée fractionnelle généralisée) et FIEGARCH (Modèle d'hétéroscédasticité conditionnelle autorégressive généralisée exponentielle fractionnellement intégrée).

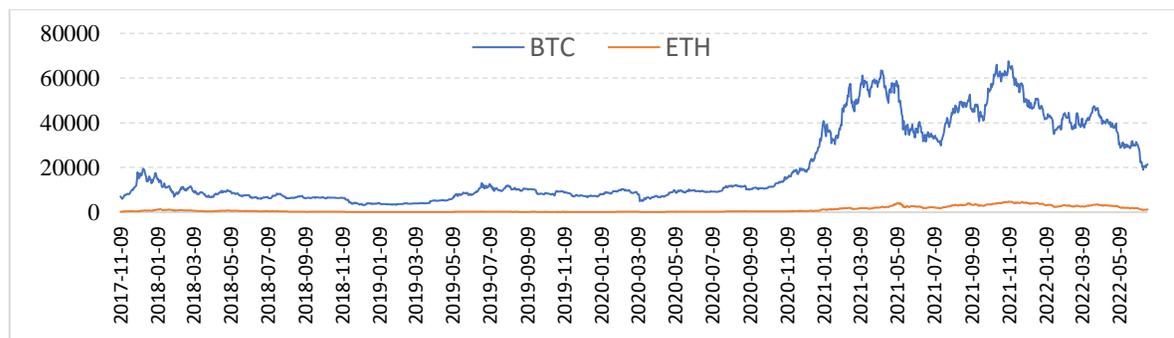
### 3 Données et des tests préliminaires

#### 3.1 Données

Le prix du Bitcoin et celui de l'Ethereum sont les deux variables de clé dans ce mémoire. Les données utilisées pour l'analyse ont été obtenues à partir de la plateforme Yahoo Finance<sup>2</sup>. Les observations sont quotidiennes, du 11 septembre 2017 au 25 juin 2022. Voici les statistiques descriptives usuelles.

**Tableau 3.1.1** Statistiques descriptives

Prix de Bitcoin (en dollars américains)		Prix d'Ethereum (en dollars américains)	
Moyenne	20159,533	Moyenne	1099,605
Erreur-type	430,812	Erreur-type	30,331
Médiane	10191,874	Médiane	419,505
Mode	6741,750	Mode	#N/A
Écart-type	17710,528	Écart-type	1246,905
Variance de l'échantillon	313662797,003	Variance de l'échantillon	1554772,059
Kurtosis	-0,475	Kurtosis	0,169
Skewness	1,005	Skewness	1,222
Étendue	64330,066	Étendue	4727,779
Minimum	3236,762	Minimum	84,308
Maximum	67566,828	Maximum	4812,087
Somme	34069610,413	Somme	1858333,158
Nombre d'observations	1690	Nombre d'observations	1690



**Figure 3.1.1** L'évolution des deux cryptomonnaies

<sup>2</sup> <https://ca.finance.yahoo.com/>

On remarque qu'il n'y a aucune mode dans les échantillons du prix d'Ethereum, car toutes les valeurs sont observées une seule fois. Le prix de l'Ethereum est moins volatile que celui du Bitcoin, intuitivement.

## 3.2 Tests préliminaires

### 3.2.1 Test de racine unitaire: Analyse de la stationnarité

À ce stade, il est nécessaire de tester la stationnarité des séries temporelles concernées pour réduire la probabilité d'avoir une relation fallacieuse (spurious, en anglais). Nous proposons dans cette section de tester si les variables des séries temporelles BTC et ETH évoluent autour d'une quelconque tendance avec des variations aléatoires. Pour cela, nous effectuons des tests de stationnarité, au moyen du test de la racine unitaire de Dickey-Fuller augmenté (ADF). Voici l'hypothèse nulle et son alternative.

*H0: Existence d'une racine unitaire* versus *H1: Absence de racine unitaire.*

Au regard des résultats obtenus, nous constatons que les *p*-values sont respectivement 0.62 et 0.584 pour les séries BTC et ETH. Voir Tableau 3.2.1 et Tableau 3.2.2.

**Tableau 3.2.1** Résultats du test de racine unitaire sur la série BTC.

Null Hypothesis: BTC has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=24)

	t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>	<b>-1.322766</b>	<b>0.6210</b>
Test critical values: 1% level	-3.434018	
5% level	-2.863047	
10% level	-2.567620	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

**Tableau 3.2.2** Résultats du test de racine unitaire sur la série ETH.

Null Hypothesis: ETH has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=24)

	t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>	<b>-1.399384</b>	<b>0.5840</b>
Test critical values: 1% level	-3.434018	
5% level	-2.863047	
10% level	-2.567620	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Cela dit que l'hypothèse nulle  $H_0$  ne peut pas être rejetée. Autrement dit, la non-stationnarité est présente avec BTC et ETH aussi.

Nous examinons maintenant la stationnarité des séries différenciées à l'ordre 1. En règle générale, une série  $\{y_t\}$  filtrée en différence première a pour équation  $\{\Delta y_t\} = y_t - y_{t-1}$ .

**Tableau 3.2.3** Résultats des tests ADF pour la série différenciée d'ordre 1 (BTC)

Null Hypothesis: D(BTC) has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=24)

	t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>	<b>-42.22627</b>	<b>0.0000</b>
Test critical values: 1% level	-3.434020	
5% level	-2.863048	
10% level	-2.567620	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

**Tableau 3.2.4** Résultats des tests ADF pour la série différenciée d'ordre 1 (ETH)

Null Hypothesis: D(ETH) has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=24)

	t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>	<b>-43.86743</b>	<b>0.0001</b>
Test critical values: 1% level	-3.434020	
5% level	-2.863048	
10% level	-2.567620	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Pour la variable BTC filtrée en différence première, nous constatons que la  $p$ -value du test ADF (0.000) est inférieure à 5% ce qui signifie que nous rejetons l'hypothèse nulle  $H_0$ : Présence de la racine unitaire, (non-stationnarité). Nous acceptons donc l'hypothèse d'absence de racine unitaire (stationnarité). On peut en déduire que la variable BTC est stationnaire en différence première. On observe un résultat similaire pour la variable ETH. La  $p$ -value du test ADF (0.000) est aussi inférieure à 5% ce qui signifie que nous rejetons l'hypothèse nulle  $H_0$ : (non-stationnarité) pour accepter l'hypothèse d'absence de racine unitaire (stationnarité). On peut en déduire que la variable ETH est stationnaire en différence première.

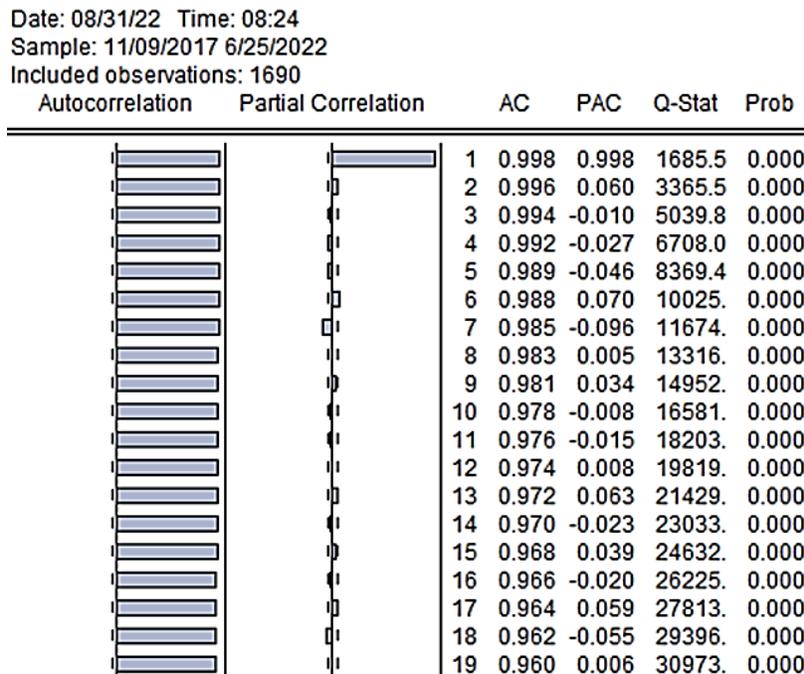
### 3.2.2 Tests d'hétéroscédasticité

Nous allons vérifier si la variance des erreurs des résidus pour les deux séries financières est constante (homoscédastique) ou non (hétéroscédastique).

L'hétéroscédasticité est fréquente dans les séries financières présentant les phénomènes d'asymétries, et c'est pourquoi il faut la détecter et la corriger. Sous Eviews, l'hétéroscédasticité caractérisée les séries à variances non-constantes est vérifiée par plusieurs tests dont le test de White. On teste

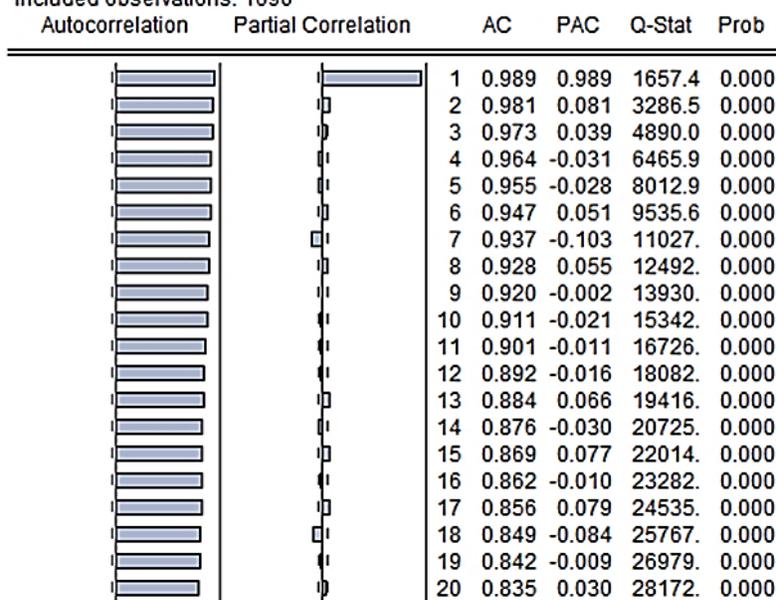
$H_0$  (Homoscédasticité) versus  $H_1$  (Hétéroscédasticité).

Pour qu'une variable BTC/ETH soit hétéroscédastique, il faut que la statistique ( $p$ -value) reportée soit inférieure à la valeur critique au seuil de 5%. Les résultats graphiques ci-dessous illustrent les corrélogrammes des résidus simples et au carré, (pour le Bitcoin) lesquels indiquent que toutes les  $p$ -values associées à la statistique de Ljung-Box des deux corrélogrammes sont inférieures au seuil critique 5%. D'autre part le corrélogramme simple fait apparaître une décroissance relativement faible des autocorrélations, signe de non-stationnarité. Au regard du corrélogramme des résidus au carré il semble que les résidus des deux séries sont hétéroscédastiques.



Graphique 3.2.1 Corrélogramme des résidus simples (BTC)

Date: 08/31/22 Time: 08:24  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690



**Graphique 3.2.2** Corrélogramme des résidus au carré (BTC)

Pour confirmer ces observations graphiques, nous avons mené le test d'hétéroscédasticité de White ( $p < 0.05$ ), le test de Breusch-Pagan-Godfrey ( $p < 0.05$ ), le test de Glejser ( $p < 0.05$ ). Pour tous ces tests, nous rejetons l'hypothèse nulle  $H_0$  (Homoscédasticité) et acceptons l'hypothèse alternative  $H_1$  d'hétéroscédasticité. Ces tests montrent que l'on pourra tirer des avantages d'un modèle ARCH ou GARCH.

**Tableau 3.2.5** Résultats tests d'hétéroscédasticité (BTC)

Heteroskedasticity Test: White			
Null hypothesis: Homoskedasticity			
F-statistic	144.1197	Prob. F(2,1686)	0.0000
Obs*R-squared	246.5944	Prob. Chi-Square(2)	0.0000
Scaled explained SS	1336.928	Prob. Chi-Square(2)	0.0000

Heteroskedasticity Test: Breusch-Pagan-Godfrey  
 Null hypothesis: Homoskedasticity

F-statistic	1079.477	Prob. F(3,1683)	0.0000
Obs*R-squared	1110.090	Prob. Chi-Square(3)	0.0000
Scaled explained SS	845.6446	Prob. Chi-Square(3)	0.0000

Heteroskedasticity Test: Glejser  
 Null hypothesis: Homoskedasticity

F-statistic	2795.183	Prob. F(1,1687)	0.0000
Obs*R-squared	1053.296	Prob. Chi-Square(1)	0.0000
Scaled explained SS	690.7565	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	20607.16	Prob. F(4,1681)	0.0000
Obs*R-squared	1652.304	Prob. Chi-Square(4)	0.0000

Test Equation:  
 Dependent Variable: RESID^2  
 Method: Least Squares  
 Date: 08/30/22 Time: 19:32  
 Sample (adjusted): 11/13/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1686 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2938566.	1724486.	1.704024	0.0886
RESID^2(-1)	0.964240	0.024383	39.54512	0.0000
RESID^2(-2)	0.015877	0.033867	0.468819	0.6393
RESID^2(-3)	0.033575	0.033867	0.991382	0.3216
RESID^2(-4)	-0.023438	0.024387	-0.961092	0.3366
R-squared	0.980014	Mean dependent var	3.14E+08	
Adjusted R-squared	0.979967	S.D. dependent var	3.87E+08	
S.E. of regression	54829799	Akaike info criterion	38.48033	
Sum squared resid	5.05E+18	Schwarz criterion	38.49643	
Log likelihood	-32433.92	Hannan-Quinn criter.	38.48629	
F-statistic	20607.16	Durbin-Watson stat	2.000702	
Prob(F-statistic)	0.000000			

### 3.2.3 Test de normalité de Jarques-Bera

Le test de normalité de Jarques-Bera basé sur les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement permet de déterminer si une série suit une distribution normale (symétrique ou asymétrique).

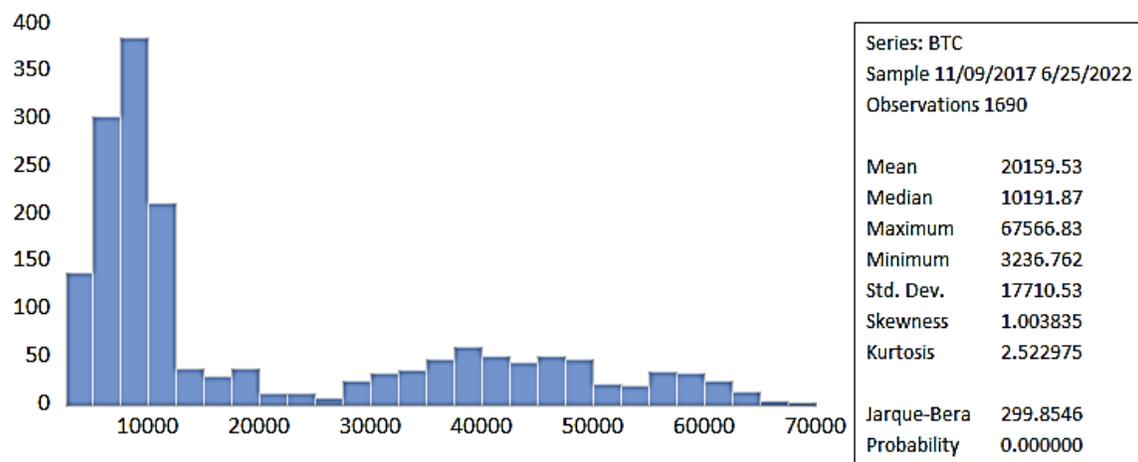
En effet, Pour une loi normale le coefficient d'asymétrie est nul et le coefficient d'aplatissement vaut 3.

Pour que la série financière BTC/ETH soit considérée comme ayant une distribution normale symétrique, il faut que le degré de significativité ( $p$ -value) reporté soit supérieur au seuil critique (5%).

➤ **Test de normalité Jarques-Bera (BTC)**

Pour la série BTC, le graphique ci-dessous indique que le coefficient d'asymétrie (Skewness) = 1.00, qui est différent de 0 (loi normale) et le coefficient d'aplatissement (kurtosis) = 2.523 est aussi différent de 3 (loi normale). Il s'ensuit que la variable BTC n'est pas normalement distribuée; la  $p$ -value du test de Jarques-Bera est 0.000 est inférieure au seuil critique 5%. Par conséquent, nous rejetons l'hypothèse nul  $H_0$  de normalité.

Le graphique montre un étalement vers la droite de la distribution, ce qui suggère que la série présente bien une asymétrie positive. Cette asymétrie observée peut être un indicateur de non-linéarité de la série étudiée que nous vérifierons ultérieurement.

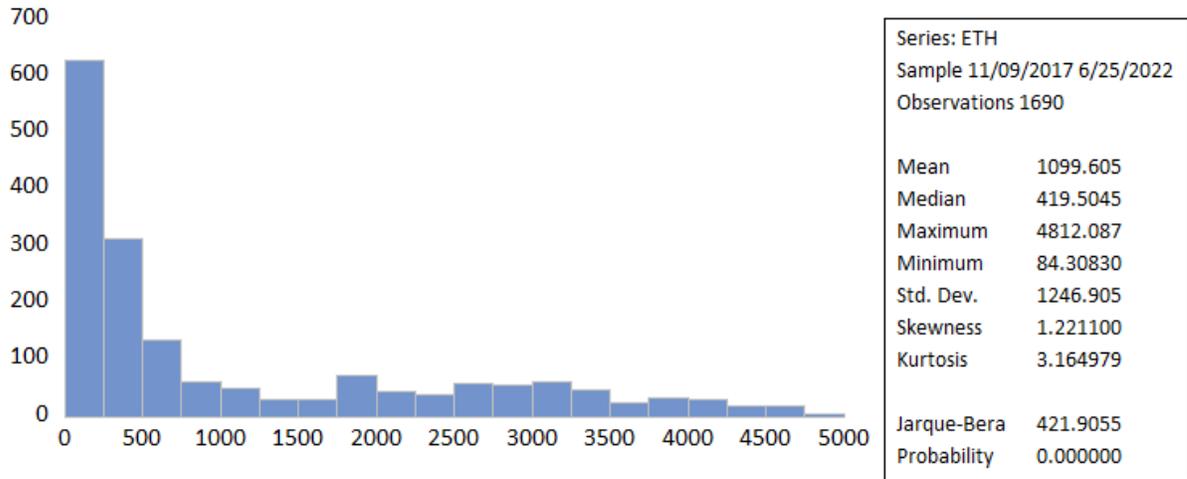


**Graphique 3.2.3** Histogramme prix (BTC)

➤ **Test de normalité Jarques-Bera (ETH)**

Pour la série ETH (voir graphique ci-dessous), le coefficient d'asymétrie (Skewness) = 1.22, qui est différent de 0 (loi normale) et le coefficient d'aplatissement (kurtosis) = 3.16 est aussi différent de 3 (loi normale). Il s'ensuit que la variable BTC n'est pas normalement distribuée;

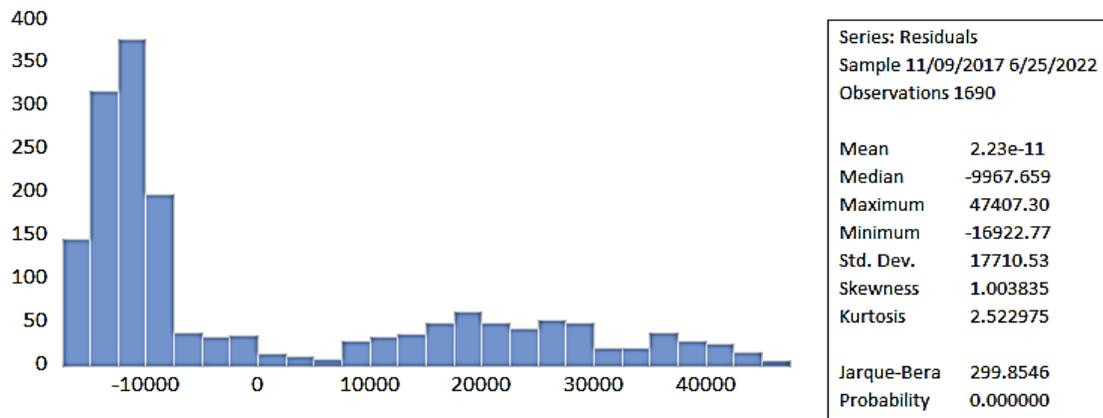
la  $p$ -value du test de Jarques-Bera est 0.000 est inférieure au seuil critique 5%. Par conséquent, nous rejetons l'hypothèse nul  $H_0$  de normalité. Le graphique montre un étalement vers la droite de la distribution, ce qui suggère que la série présente bien une asymétrie positive. Cette asymétrie observée peut aussi être un indicateur de non-linéarité de la série ETH.



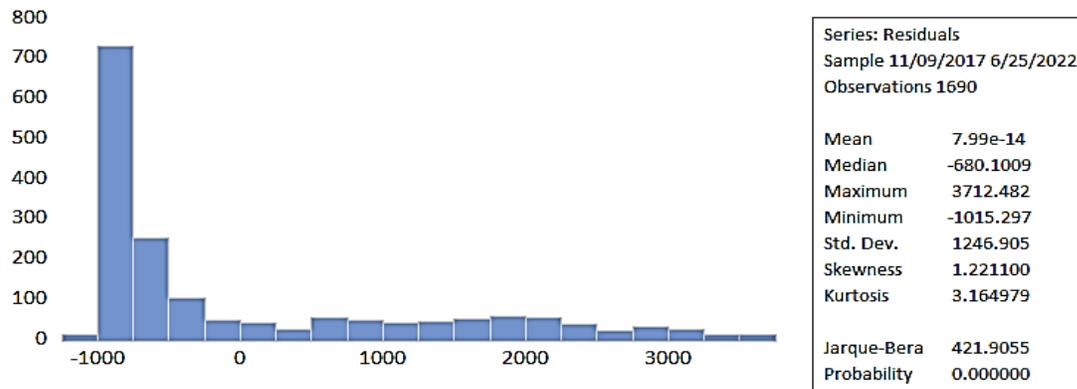
**Graphique 3.2.4** Histogramme prix (ETH)

### 3.2.4 Test de normalité des résidus

Le test de normalité des résidus tente de vérifier si les résidus sont normalement distribués ou non. Sous Eviews, la distribution des résidus présente pour chaque série, une asymétrie positive, indiquant la non-normalité.



**Graphique 3.2.5** Test de Jarques-Bera (Normalité des résidus de la série BTC)



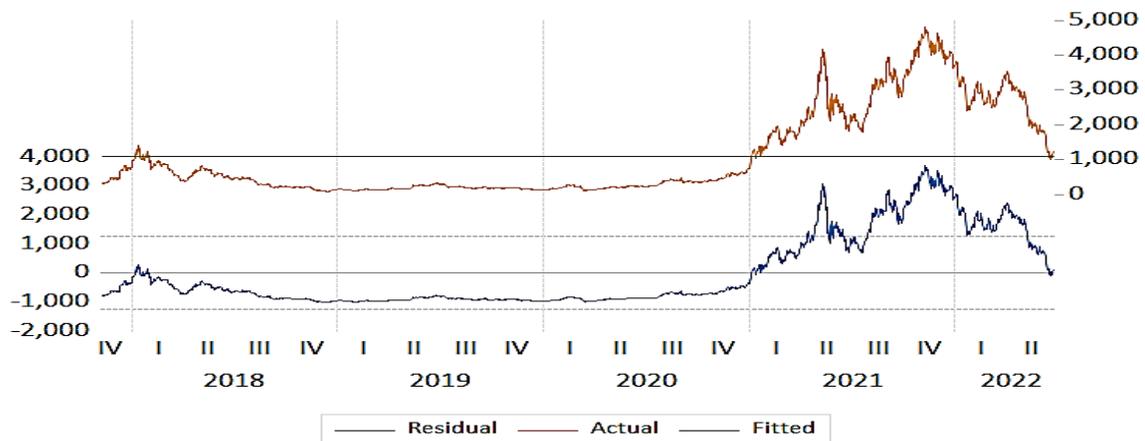
**Graphique 3.2.6** Test de Jarques-Bera (Normalité des résidus de la série ETH)

Pour la série (BTC), d'après les tests de normalité des résidus, on observe que la  $p$ -value associée au test de Jarques-Bera ( $p$ -value = 0.000) est largement inférieure au seuil de confiance 5%, nous rejetons donc l'hypothèse de normalité des résidus. On note que le coefficient d'asymétrie (Skewness = 1.0038) est différent de 0; on peut donc penser que la distribution est asymétrique et positive ce qui explique l'étalement de la distribution des résidus vers la droite. Il s'ensuit que cette asymétrie est un indicateur de non-linéarité de la série BTC. Par ailleurs, la distribution des résidus est relativement faiblement aplatie (Kurtosis = 2.52) par rapport à la distribution normale (kurtosis = 3). Il apparait donc que la prédiction de la volatilité de la série BTC par les modèles linéaires ARMA n'est pas pertinente au vu de la présence des phénomènes d'asymétrie dans la série financière BTC.

De même, pour la série (ETH), d'après les tests de normalité des résidus, on observe que la  $p$ -value associée au test de Jarques-Bera ( $p$ -value = 0.000) est largement inférieure au seuil de confiance 5%, nous rejetons donc l'hypothèse de normalité des résidus. On note que le coefficient d'asymétrie (Skewness = 1.22) est différent de 0; on peut donc penser que la distribution est asymétrique et positive ce qui explique l'étalement de la distribution des résidus vers la droite. Il s'ensuit que cette asymétrie est un indicateur de non-linéarité de la série ETH. Par ailleurs, la distribution des résidus est relativement fortement aplatie (Kurtosis = 3.16) par rapport à la distribution normale (kurtosis = 3). Par conséquent la prédiction de la volatilité de la série ETH par le modèle linéaire ARMA n'est pas non plus pertinente au vu de la présence des phénomènes d'asymétrie.



**Figure 3.2.1** Comparaison (Résidus observés et prédits), série BTC

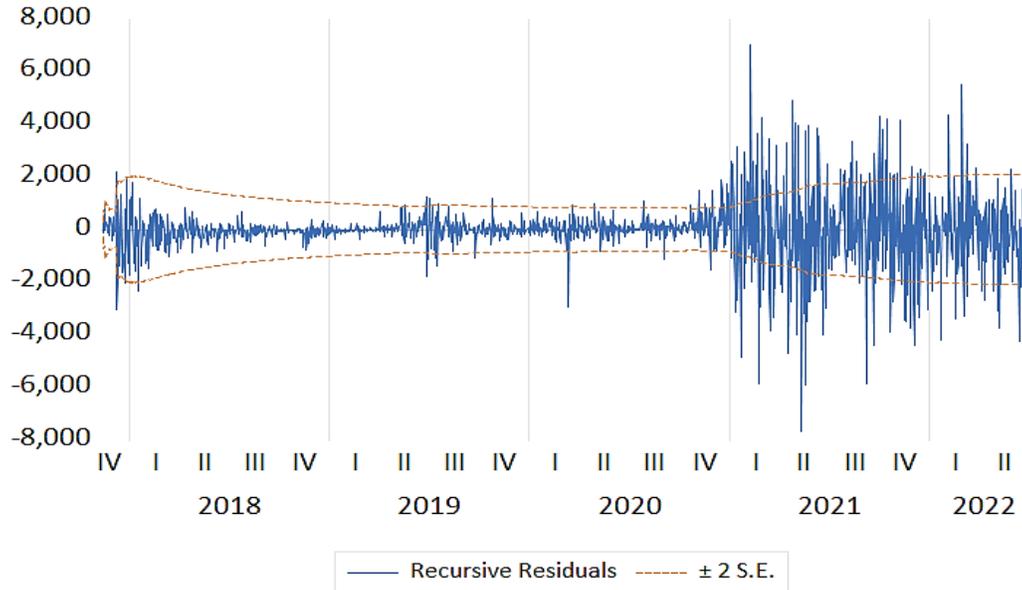


**Figure 3.2.2** Comparaison (Résidus observés et prédits), série ETH

### 3.2.5 Tests de stabilité des paramètres: linéarité de la série BTC

Pour statuer sur la linéarité, on effectue des tests de stabilité des paramètres et d'indépendance BDS. Le test de stabilité des paramètres permet d'analyser la stabilité d'un modèle de régression en fonction du temps. Deux types de test de stabilité sont mis en

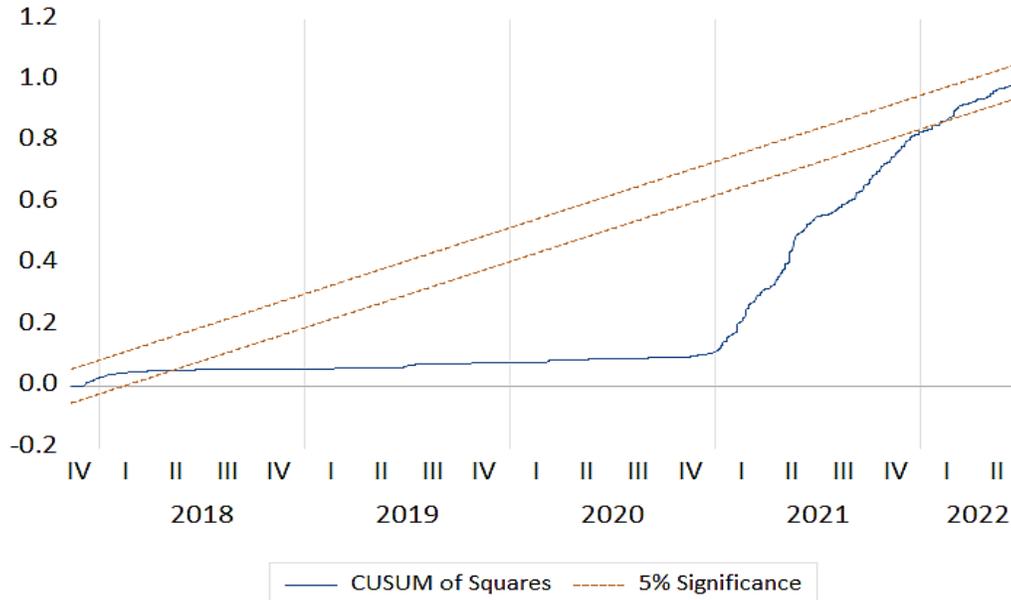
évidence dans le logiciel EViews, celui qui dépend de la somme cumulée des résidus récurrents (CUSUM) et celui qui dépend de la somme cumulée du carré des résidus récurrents (CUSUM Squared) comme l'indique les graphiques ci-dessous.



**Figure 3.2.3** Résidus récurrents série BTC



**Figure 3.2.4** Somme cumulée des résidus récurrents (CUSUM), série BTC



**Figure 3.2.5** Somme cumulée du carré des résidus récurrents (CUSUM Squared)

On observe des résidus récurrents autour de zéro et une partie hors de la bande rouge des écarts-types des erreurs. Ces observations nous amènent à penser à un phénomène d'instabilité influencé par le temps et semblable à des périodes de fortes volatilités. Dans le sous-graphique du test CUSUM ci-dessus, nous pouvons observer que les résidus récurrents (en bleu) s'écartent de plus en plus de zéro dans sa majeure partie du diagramme. Alors que dans le sous-graphique du test CUSUM squared, une partie de la courbe en bleue se trouve à l'extérieur de l'intervalle critique au seuil de signification 5% (en rouge). Toutes ces observations nous amènent à penser qu'il y a instabilité de certains paramètres des résidus de notre série financière BTC, ce qui expliquerait les phénomènes d'hétéroscédasticité et d'autocorrélation observés plus haut, confirmant probablement les phénomènes d'asymétries.

### 3.2.6 Test d'indépendance BDS des séries BTC/ETH

Le test BDS est utile pour déterminer si une série chronologique est indépendante et identiquement distribuée. Il examine les motifs récurrents dans les données pour déterminer une éventuelle dépendance. Si la statistique BDS est supérieure à une valeur critique, cela indique une non-indépendance.

Nous testons l'hypothèse

*H0: Résidus indépendants et identiquement distribués versus H1: Les résidus ne sont pas indépendants et identiquement distribués.*

Une variable est considérée comme, si la valeur reportée (*p*-value) dépasse le seuil critique de 5%.

D'après les résultats des tableaux 3.2.6 et 3.2.7, Nous observons que toutes les *p*-values associées à la statistique du test d'indépendance BDS sont égales à zéro ( $p = 0.00$ ) donc inférieures au seuil critique 5%.

Par conséquent, nous rejetons l'hypothèse nulle H0 que nos résidus ne sont pas indépendants et identiquement distribués, ce qui veut dire qu'il n'y a pas de présence des bruits blancs gaussien. Il est alors légitime d'accepter l'hypothèse de non-linéarité, ce qui confirme l'inefficacité du processus linéaire ARMA dans la prédiction de la volatilité de BTC et ETH. Nous pouvons donc admettre qu'un processus non-linéaire pourrait bien être plus efficace pour la prédiction de la volatilité.

**Tableau 3.2.6** Test d'indépendance (BTC)

BDS Test for BTC  
Date: 08/30/22 Time: 20:10  
Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
Included observations: 1690

---

<u>Dimension</u>	<u>BDS Statistic</u>	<u>Std. Error</u>	<u>z-Statistic</u>	<u>Prob.</u>
2	0.197743	0.001775	111.3790	0.0000
3	0.336909	0.002813	119.7655	0.0000
4	0.433809	0.003339	129.9157	0.0000
5	0.500792	0.003469	144.3634	0.0000
6	0.546666	0.003334	163.9550	0.0000

Raw epsilon	29858.68			
Pairs within epsilon	2008452.	V-Statistic	0.703215	
Triples within epsilon	2.56E+09	V-Statistic	0.530994	

<u>Dimension</u>	<u>C(m,n)</u>	<u>c(m,n)</u>	<u>C(1,n-(m-1))</u>	<u>c(1,n-(m-1))</u>	<u>c(1,n-(m-1))<sup>k</sup></u>
2	985945.0	0.691641	1001822.	0.702779	0.493898
3	973364.0	0.683625	1000266.	0.702519	0.346716
4	962822.0	0.677023	998711.0	0.702259	0.243214
5	953532.0	0.671286	997171.0	0.702008	0.170495
6	945032.0	0.666092	995624.0	0.701752	0.119426

---

**Tableau 3.2.7** Test d'indépendance (ETH)

BDS Test for ETH  
Date: 08/30/22 Time: 20:11  
Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
Included observations: 1690

---

---

<u>Dimension</u>	<u>BDS Statistic</u>	<u>Std. Error</u>	<u>z-Statistic</u>	<u>Prob.</u>
2	0.200520	0.002144	93.50717	0.0000
3	0.341900	0.003404	100.4552	0.0000
4	0.440542	0.004048	108.8346	0.0000
5	0.509064	0.004214	120.8104	0.0000
6	0.556419	0.004059	137.0938	0.0000

Raw epsilon	1937.091		
Pairs within epsilon	2008814.	V-Statistic	0.703342
Triples within epsilon	2.60E+09	V-Statistic	0.538755

---

---

<u>Dimension</u>	<u>C(m,n)</u>	<u>c(m,n)</u>	<u>C(1,n-(m-1))</u>	<u>c(1,n-(m-1))</u>	<u>c(1,n-(m-1))^k</u>
2	990222.0	0.694641	1002049.	0.702938	0.494121
3	980872.0	0.688898	1000537.	0.702709	0.346998
4	972857.0	0.684079	999043.0	0.702492	0.243538
5	965768.0	0.679900	997570.0	0.702289	0.170836
6	959338.0	0.676176	996083.0	0.702075	0.119757

---

---

## 4 Tests de volatilité et Résultats des modèles GARCH

### 4.1 Tests de type des processus

#### 4.1.1 Test d'identification du processus ARMA et Linéarité du processus

Tout en construisant un modèle approprié pour la volatilité de la série chronologique approprié pour les données disponibles du bitcoin, nous devons considérer le modèle qui est à la fois le plus simple et le plus adéquat. Un modèle trop complexe peut très bien décrire les données courantes, mais il peut ne pas être approprié pour les prévisions futures.

Nous avons choisi deux modèles de séries chronologiques largement utilisés dans la littérature, à savoir les modèles autorégressifs et à moyenne mobile (ARMA) pour décrire le rendement du court du bitcoin et les modèles (GARCH) pour rendre compte de la volatilité de ces rendements. Pour ces deux classes de modèles, dans l'optique d'ajuster des modèles simples à nos données, nous nous limiterons aux petites valeurs de  $p$  et  $q$ .

Globalement, un modèle ARMA ( $p, q$ ) est une combinaison des modèles AR( $p$ ) et MA( $q$ ) et convient à la modélisation de séries chronologiques univariées. Dans un modèle AR ( $p$ ), la valeur future d'une variable est supposée être une combinaison linéaire de  $p$  observations passées de la variable dépendante  $y$  et une erreur aléatoire avec un terme constant. Mathématiquement, le modèle AR( $p$ ) peut être exprimé par:

$$y_t = a_0 + a_1 * y_{t-1} + a_2 * y_{t-2} + \dots + a_p * y_{t-p} + e.$$

Ici  $y_t$  et ( $e$ ) sont respectivement la valeur réelle observée de la variable dépendante (processus du rendement bitcoin) et l'erreur aléatoire (ou choc aléatoire) à la période  $t$ ). Les paramètres sont les paramètres du modèle. La constante entière  $p$  est l'ordre du modèle.

Parfois, le terme constant est omis pour des raisons de simplicité. Tout comme le modèle AR ( $p$ ) régresse par rapport aux valeurs antérieures de la série, le modèle MA ( $q$ ) utilise les valeurs passées des erreurs en tant que variables explicatives. Le modèle MA ( $q$ ) est donné par:

$$y_t = b_0 + b_1 * e_{t-1} + b_2 * e_{t-2} + \dots + b_p * e_{t-p} + e.$$

Ici,  $b_0$  est la moyenne de la série, et les paramètres du modèle sont  $b_j$ . L'indice  $q$  est l'ordre du modèle. Les chocs aléatoires suivent un processus de bruit blanc, c'est-à-dire une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (*i.i.d*) de moyenne nulle et de variance constante.

En général, on suppose que les chocs aléatoires suivent une distribution normale. Ainsi, conceptuellement, un modèle à moyenne mobile est une régression linéaire de l'observation actuelle de la série chronologique contre les chocs aléatoires d'une ou de plusieurs observations passées. L'adaptation d'un modèle MA à une série chronologique est plus compliquée que l'adaptation d'un modèle AR parce que dans le premier cas, les termes d'erreur aléatoire ne sont pas prévisibles. Les modèles autorégressifs (AR) et mobiles (MA) peuvent être combinés efficacement pour former une classe générale et utile de modèles de séries temporelles, appelés modèles ARMA.

Dans la suite de notre travail, nous allons vérifier si les séries financières sont linéaires ou non-linéaires par l'intermédiaire du processus ARMA. Nous voulons maintenant déterminer si les séries financières de notre échantillon suivent un processus ARMA.

Pour qu'une variable soit considérée comme un processus ARMA linéaire, il faut que la statistique reportée ( $p$ -value) soit inférieure à la valeur critique (5%). Nous avons réalisé des tests de significativité pour les ordres  $(p, q) = (1, 1)$  afin de déterminer si les variables explicatives sont pertinentes, c'est à dire s'il s'agit bien d'un processus AR (1) et MA (1). Les résultats de l'analyse sous Eviews sont décrits aux tableaux 4.1 ci-dessous.

**Tableau 4.1.1** Résultats tests ARMA(1, 1) (BTC)

Dependent Variable: BTC  
 Method: ARMA Maximum Likelihood (OPG - BHHH)  
 Date: 08/31/22 Time: 07:16  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690  
 Convergence achieved after 22 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	17965.99	19370.73	0.927481	0.3538
AR(1)	0.998014	0.001526	653.8967	0.0000
MA(1)	-0.026728	0.016493	-1.620539	0.1053
SIGMASQ	1089983.	16209.38	67.24395	0.0000
R-squared	0.996523	Mean dependent var		20159.53
Adjusted R-squared	0.996517	S.D. dependent var		17710.53
S.E. of regression	1045.260	Akaike info criterion		16.74752
Sum squared resid	1.84E+09	Schwarz criterion		16.76038
Log likelihood	-14147.66	Hannan-Quinn criter.		16.75229
F-statistic	161068.2	Durbin-Watson stat		1.999076
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	1.00			
Inverted MA Roots	.03			

**Tableau 4.1.2** Résultats tests ARMA(1, 1) (ETH)

Dependent Variable: ETH  
 Method: ARMA Maximum Likelihood (OPG - BHHH)  
 Date: 08/31/22 Time: 07:17  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690  
 Convergence achieved after 38 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	985.2273	1529.898	0.643982	0.5197
AR(1)	0.997798	0.001689	590.6241	0.0000
MA(1)	-0.062912	0.013074	-4.811939	0.0000
SIGMASQ	6456.047	74.87880	86.21995	0.0000
R-squared	0.995845	Mean dependent var		1099.605
Adjusted R-squared	0.995838	S.D. dependent var		1246.905
S.E. of regression	80.44478	Akaike info criterion		11.61852
Sum squared resid	10910719	Schwarz criterion		11.63138
Log likelihood	-9813.649	Hannan-Quinn criter.		11.62328
F-statistic	134701.1	Durbin-Watson stat		2.001491
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	1.00			
Inverted MA Roots	.06			

Pour la série (ETH), les valeurs  $p$  sont inférieures au seuil critique 5% pour les régresseurs AR (1) et MA (1). Par conséquent, AR (1) et MA (1) contribuent à l'explication significative de la variable ETH, ce qui nous permet de dire que la série ETH suit un processus ARMA(1, 1). Par ailleurs, nous observons que la constante  $C$  n'est pas significative ( $p > 0.05$ ).

Pour la série (BTC), la valeur  $p$  est inférieure au seuil critique 5% pour le régresseur AR (1) mais supérieure au niveau 5% pour MA (1). Par conséquent MA (1) ne contribue pas à l'explication significative de la variable BTC, ce qui nous permet de dire que la série BTC suit un processus ARMA(1, 1). Aussi la constante  $C$  n'est pas significative ( $p > 0.05$ ).

## 4.2 Tests de volatilité GARCH

### 4.2.1 Le modèle GARCH et estimation BTC/ETH

GARCH (1,1) est un modèle d'hétéroscédasticité conditionnelle autorégressive généralisée d'ordres  $(p, q) = (1, 1)$ , qui exprime la variance actuelle en fonction de la variance de la période précédente. L'équation de prédiction du modèle est:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 * e_{t-1}^2 + \beta_1 * \sigma_{t-1}^2,$$

Et les paramètres  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ , et  $\beta_1$  peuvent être estimés par la méthode du maximum de vraisemblance. La signification de chaque paramètre est comme suit:

Quand la variance ou la volatilité de la période passée augmente d'une unité, la volatilité de la période future varie de  $\beta_1$  unités. Cette variation est une augmentation ou une diminution moyenne, selon que  $\beta_1$  est positif ou négatif. Pour ce qui est du coefficient d'erreur de la variable  $e_{t-1}$ , lorsque le choc passé augmente d'une unité, la volatilité de la période à venir augmente en moyenne ou diminue en moyenne de  $\alpha_1$ . Finalement, le terme constant  $\alpha_0$ , est une mesure du niveau de variance moyenne du cours de l'actif.

La présence des termes quadratiques dans cette formule implique que les informations économiques et financières sont traitées de manière symétrique. En effet, un choc positif

(bonnes nouvelles) ou négatif (mauvaises nouvelles) est transformée en un terme positif dans le GARCH (1,1), de sorte que l'impact est le même, quelle que soit la nature de l'information financière. On note que dans le modèle standard du GARCH (1, 1),  $\alpha_0$  reflète un effet de long terme, c'est une estimation de la volatilité moyenne à long terme du cours de l'instrument financier. La variable temporelle  $\sigma_t^2$  est la volatilité conditionnelle court terme; et  $e_{t-1}^2$  est le carré de l'erreur passée que l'on peut aussi traiter comme un choc aléatoire de variance qui résulte de facteurs multiples et qui peuvent potentiellement inclure les événements politiques et économiques.

#### 4.2.1.1 Série financière BTC

➤ GARCH (1, 1), Erreur gaussienne

L'équation estimée de ce modèle est:

$$\sigma_t^2 = 77170 + 0.963 * e_{t-1}^2 + 0.04 * \sigma_{t-1}^2$$

Les degrés de signification ( $p$ -value) des paramètres estimés sont tous supérieurs au seuil de signification 5% ( $p = 0.9982, 0.8371, 0.9931$ ). Les coefficients estimés ( $\alpha_0 = 77170, \alpha_1 = 0.963$  et  $\beta_1 = 0.04$ ) ne sont donc pas statistiquement significatifs. Pour le Bitcoin, admettant que le modèle actuel reste valide au moins à court terme, on prévoit la volatilité future comme suit, si la volatilité courante du prix du bitcoin augmente d'une unité, la volatilité future augmentera de  $\beta_1 = 0.04$ . Aussi, l'augmentation du choc stochastique d'une unité à l'époque actuelle augmentera la volatilité future de  $\alpha_1 = 0.963$ . Pour ce qui est du terme constant, c'est le niveau moyen de variance pour notre échantillon. Cette constante est estimée à 77170; l'indicateur de qualité du modèle AIC vaut 21.93;

**Tableau 4.2.1** Résultats tests GARCH (1, 1), Erreur gaussienne; (BTC)

Dependent Variable: BTC  
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 06/25/22 Time: 07:51  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690  
 Convergence achieved after 70 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	77170.00	34928044	0.002209	0.9982
RESID(-1)^2	0.963239	4.684341	0.205630	0.8371
GARCH(-1)	0.040099	4.621406	0.008677	0.9931
R-squared	-1.296448	Mean dependent var		20159.53
Adjusted R-squared	-1.295089	S.D. dependent var		17710.53
S.E. of regression	26830.65	Akaike info criterion		21.92398
Sum squared resid	1.22E+12	Schwarz criterion		21.93362
Log likelihood	-18522.76	Hannan-Quinn criter.		21.92755
Durbin-Watson stat	0.001516			

➤ GARCH (1, 1), Erreur t-student

L'équation estimée de ce modèle est:

$$\sigma_t^2 = 75903.39 + 0.963 * e_{t-1}^2 + 0.04 * \sigma_{t-1}^2$$

Les degrés de signification (*p*-value) des paramètres estimés sont tous supérieurs au seuil de signification 5% (*p* = 0.9983, 0.8371, 0.9931). Les coefficients estimés ( $\alpha_0 = 75903.39$ ,  $\alpha_1 = 0.963$  et  $\beta_1 = 0.04$ ) ne sont donc pas statistiquement significatifs. Pour le Bitcoin, admettant que le modèle actuel reste valide au moins à court terme, on prévoit la volatilité future comme suit, si la volatilité courante du prix du bitcoin augmente d'une unité, la volatilité future augmentera de  $\beta_1 = 0.04$ . Aussi, l'augmentation du choc stochastique d'une unité à l'époque actuelle augmentera la volatilité future de  $\alpha_1 = 0.963$ . Pour ce qui est du terme

constant, c'est le niveau moyen de variance pour notre échantillon. Cette constante est estimée à 77903.39; l'indicateur de qualité du modèle AIC vaut 21.925;

**Tableau 4.2.2** Résultats tests GARCH (1, 1), Erreur t-student; (BTC)

Dependent Variable: BTC  
Method: ML ARCH - Student's t distribution (BFGS / Marquardt steps)  
Date: 06/25/22 Time: 07:51  
Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
Included observations: 1690  
Convergence achieved after 119 iterations  
Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	75903.39	34924584	0.002173	0.9983
RESID(-1)^2	0.963266	4.685006	0.205606	0.8371
GARCH(-1)	0.040099	4.621163	0.008677	0.9931
T-DIST. DOF	3224782.	5.08E+11	6.35E-06	1.0000
R-squared	-1.296448	Mean dependent var		20159.53
Adjusted R-squared	-1.295089	S.D. dependent var		17710.53
S.E. of regression	26830.65	Akaike info criterion		21.92516
Sum squared resid	1.22E+12	Schwarz criterion		21.93802
Log likelihood	-18522.76	Hannan-Quinn criter.		21.92992
Durbin-Watson stat	0.001516			

➤ GARCH (1, 1), Erreur GED

L'équation estimée de ce modèle est:

$$\sigma_t^2 = -63969.13 + 0.465 * e_{t-1}^2 - 0.061 * \sigma_{t-1}^2$$

Sauf pour le terme constant, les degrés de signification des paramètres estimés sont inférieurs au seuil de signification 5%. Les coefficients estimés ( $\alpha_1 = 0.465$  et  $\beta_1 = -0.061$ ) pour le choc passé et la volatilité passée sont statistiquement significatifs au niveau de signification. Pour le Bitcoin, admettant que le modèle actuel reste valide au moins à court terme, on prévoir

que si la volatilité courante du prix du bitcoin augmente d'une unité, la volatilité future diminuera de 0.061. Et l'augmentation du choc (innovation financière) d'une unité à l'époque actuelle augmentera la volatilité future de  $\alpha_1 = 0.465$ ; l'indicateur de qualité du modèle AIC vaut 20.79.

**Tableau 4.2.3** Résultats tests GARCH (1, 1), Erreur GED; (BTC)

Dependent Variable: BTC  
Method: ML ARCH - Generalized error distribution (GED) (BFGS / Marquardt steps)  
Date: 06/25/22 Time: 07:52  
Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
Included observations: 1690  
Convergence achieved after 79 iterations  
Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	-63969.13	256354.8	-0.249534	0.8029
RESID(-1)^2	0.464799	0.013395	34.70062	0.0000
GARCH(-1)	-0.061600	0.020024	-3.076260	0.0021
GED PARAMETER	37.40815	5.169174	7.236776	0.0000
R-squared	-1.296448	Mean dependent var		20159.53
Adjusted R-squared	-1.295089	S.D. dependent var		17710.53
S.E. of regression	26830.65	Akaike info criterion		20.78947
Sum squared resid	1.22E+12	Schwarz criterion		20.80233
Log likelihood	-17563.10	Hannan-Quinn criter.		20.79423
Durbin-Watson stat	0.001516			

#### 4.2.1.2 Série financière ETH

➤ GARCH (1, 1), Erreur gaussienne

L'équation estimée de ce modèle est:

$$\sigma_t^2 = 0.000169 + 0.085 * e_{t-1}^2 + 0.856 * \sigma_{t-1}^2$$

Les degrés de signification ( $p$ -value) des paramètres estimés sont tous inférieurs au seuil de signification 5% ( $p = 0.000$ ). Les coefficients estimés ( $\alpha_0 = 0.000169$ ,  $\alpha_1 = 0.085$  et  $\beta_1 = 0.856$ ) sont statistiquement significatifs. Pour Ethereum, admettant que le modèle actuel reste valide au moins à court terme, on prévoit la volatilité future comme suit, si la volatilité courante du prix du augmente d'une unité, la volatilité future augmentera de  $\beta_1 = 0.856$ . Aussi, l'augmentation du choc stochastique d'une unité à l'époque actuelle augmentera la volatilité future de  $\alpha_1 = 0.085$ . Le terme constant représente le niveau moyen de variance sur le long terme. Cette constante est estimée à 0.000169; l'indicateur de qualité du modèle AIC vaut -3.149.

**Tableau 4.2.4** Résultats tests GARCH (1, 1), Erreur gaussienne; (ETH)

Dependent Variable: ETH  
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
Date: 06/25/22 Time: 07:46  
Sample: 11/10/2017 6/25/2022  
Included observations: 1689  
Convergence achieved after 22 iterations  
Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	0.000169	2.71E-05	6.255997	0.0000
RESID(-1)^2	0.085496	0.007596	11.25560	0.0000
GARCH(-1)	0.856313	0.015752	54.36260	0.0000
R-squared	-0.000232	Mean dependent var		0.000793
Adjusted R-squared	0.000360	S.D. dependent var		0.052094
S.E. of regression	0.052085	Akaike info criterion		-3.149293
Sum squared resid	4.581940	Schwarz criterion		-3.139645
Log likelihood	2662.578	Hannan-Quinn criter.		-3.145720
Durbin-Watson stat	2.087151			

➤ GARCH (1, 1), Erreur t-Student

L'équation estimée de ce modèle est:

$$\sigma_t^2 = 105.3155 + 0.951 * e_{t-1}^2 + 0.053 * \sigma_{t-1}^2$$

Les degrés de signification ( $p$ -value) des paramètres estimés sont tous supérieurs au seuil de signification 5% ( $p = 0.9958, 0.7487, 0.9553$ ). Les coefficients estimés ( $\alpha_0 = 105.3155, \alpha_1 = 0.951$  et  $\beta_1 = 0.053$ ) ne sont pas statistiquement significatifs. Pour Ethereum, admettant que le modèle actuel reste valide au moins à court terme et que le terme d'erreur suit en effet une loi de Student, on prévoit la volatilité future comme suit, si la volatilité courante du prix du augmente d'une unité, la volatilité future augmentera de  $\beta_1 = 0.053$ . L'augmentation du choc (erreur) d'une unité à l'époque actuelle augmentera la volatilité future de  $\alpha_1 = 0.951$ . Le terme constant estime le niveau moyen de variance sur longue période. Cette constante est estimée à 105.3155; l'indicateur de qualité du modèle AIC vaut 15.506.

**Tableau 4.2.5** Résultats tests GARCH (1, 1), Erreur t-student; (ETH)

Dependent Variable: ETH  
Method: ML ARCH - Student's t distribution (BFGS / Marquardt steps)  
Date: 06/25/22 Time: 07:56  
Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
Included observations: 1690  
Failure to improve likelihood (non-zero gradients) after 100 iterations  
Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	105.3155	19935.35	0.005283	0.9958
RESID(-1)^2	0.951348	2.969944	0.320325	0.7487
GARCH(-1)	0.053269	2.900388	0.018366	0.9853
T-DIST. DOF	13478431	1.08E+13	1.25E-06	1.0000
R-squared	-0.778151	Mean dependent var		1099.605
Adjusted R-squared	-0.777099	S.D. dependent var		1246.905
S.E. of regression	1662.223	Akaike info criterion		15.50603
Sum squared resid	4.67E+09	Schwarz criterion		15.51889
Log likelihood	-13098.60	Hannan-Quinn criter.		15.51079
Durbin-Watson stat	0.002348			

➤ GARCH (1, 1), Erreur GED

L'équation estimée de ce modèle est:

$$\sigma_t^2 = -79.689 + 0.448 * e_{t-1}^2 + 0.012 * \sigma_{t-1}^2$$

Seul le degré de signification du terme d'erreur est inférieur au niveau 5% ( $p = 0.0000$ ), tous les autres sont supérieurs au seuil de signification 5% ( $p = 0.7113, 0.6535$ ). Le seul coefficient estimé significatif est ( $\alpha_1 = 0.448$ ); les deux autres ne sont pas statistiquement significatifs. Pour Ethereum, admettant que le modèle actuel reste valide au moins à court terme et que le terme d'erreur suit en effet une loi d'erreur généralisée, si la volatilité courante du prix du augmente d'une unité, la volatilité future augmentera de  $\beta_1 = 0.012$ . L'augmentation du choc (erreur) d'une unité à l'époque actuelle augmentera la volatilité future de  $\alpha_1 = 0.448$ . L'indicateur de qualité du modèle AIC vaut 14.41.

**Tableau 4.2.6** Résultats tests GARCH (1, 1), Erreur GED; (ETH)

Dependent Variable: ETH  
Method: ML ARCH - Generalized error distribution (GED) (BFGS / Marquardt steps)  
Date: 06/25/22 Time: 07:54  
Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
Included observations: 1690  
Convergence achieved after 49 iterations  
Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	-79.68900	215.3073	-0.370118	0.7113
RESID(-1)^2	0.448311	0.019309	23.21745	0.0000
GARCH(-1)	0.012215	0.024181	0.505138	0.6135
GED PARAMETER	32.36058	6.217555	5.204712	0.0000
R-squared	-0.778151	Mean dependent var		1099.605
Adjusted R-squared	-0.777099	S.D. dependent var		1246.905
S.E. of regression	1662.223	Akaike info criterion		14.41077
Sum squared resid	4.67E+09	Schwarz criterion		14.42363
Log likelihood	-12173.10	Hannan-Quinn criter.		14.41553
Durbin-Watson stat	0.002348			

### Discussion partielle

Pour le prix du Bitcoin, le meilleur modèle GARCH (1,1) est celui qui considère les erreurs de régression comme suivant une loi GED. Son indice AIC est 20.79, quant au prix de l'actif Ethereum, le GARCH (1, 1) avec une loi d'erreur gaussienne est meilleur avec un AIC de -

3.149, on voit que l'écart de qualité est relativement important, ces premières observations soulignent le fait que la structure des volatilités de ces deux cryptomonnaies est assez variable sur la période étudiée.

Regardons maintenant pour voir si le modèle GARCH du Bitcoin peut être amélioré avec des ordres plus grand, tout en gardant une distribution standard.

➤ BTC - GARCH (1, 2)

On obtient l'estimation suivante:

$$\sigma_t^2 = 0.000213 + 0.559 * e_{t-1}^2 + 0.387 * \sigma_{t-1}^2 + 0.275 * \sigma_{t-2}^2$$

Les  $p$ -value ( $p = 0.000$ ) sont inférieures au seuil de signification 5%, et les coefficients sont tous statistiquement significatifs. En particulier si la volatilité courante du rendement du prix du bitcoin augmente de 1 unité, la volatilité future augmentera de 0.387. La hausse d'une unité de l'erreur aujourd'hui augmentera la volatilité du lendemain de 0.559 en moyenne. L'indice AIC est de -2.4001.

➤ BTC - GARCH (1, 3)

On obtient l'estimation suivante:

$$\sigma_t^2 = 0.00248 + 0.714 * e_{t-1}^2 + 0.229 * \sigma_{t-1}^2 + 0.181 * \sigma_{t-2}^2 + 0.332 * \sigma_{t-3}^2$$

Les  $p$ -value sont inférieures au seuil de signification 5%, pour tous les coefficients du modèle. Les coefficients sont tous statistiquement significatifs et sont adéquats pour prévoir le taux de variation de la volatilité future; en particulier si la volatilité courante du rendement du prix du bitcoin augmente de 1 unité, la volatilité future augmentera de 0.229. La hausse d'une unité de l'erreur aujourd'hui augmentera la volatilité du lendemain de 0.714 en moyenne. L'indice AIC est de - 2.409.

➤ BTC - GARCH (2, 1)

Sous EViews. On obtient l'estimation suivante:

$$\sigma_t^2 = 0.00041 + 0.179 * e_{t-1}^2 - 0.445 * e_{t-2}^2 + 0.839 * \sigma_{t-1}^2$$

Les  $p$ -value sont supérieures au seuil de signification 5%, sauf pour le coefficient (0.179) du terme d'erreur  $e_{t-1}$  du modèle ( $p = 0.00251$ ). La hausse d'une unité de l'erreur aujourd'hui augmentera la volatilité du lendemain de 0.179 en moyenne. La hausse d'une unité de l'erreur une journée auparavant, diminuera la volatilité future de 0.445 en moyenne. L'indice AIC est de  $-2.429$ .

➤ BTC - GARCH (2, 2)

On obtient l'estimation suivante des paramètres:

$$\sigma_t^2 = 0.000011 + 0.174 * e_{t-1}^2 - 0.309 * e_{t-2}^2 + 0.974 * \sigma_{t-1}^2 + 0.671 * \sigma_{t-2}^2$$

Les  $p$ -value sont inférieures au seuil de signification 1%, pour tous les coefficients du modèle. Les coefficients sont tous statistiquement significatifs et sont adéquats pour prévoir la volatilité future. La volatilité moyenne est très faible (0.000011). Lorsque la volatilité courante du prix du cours du bitcoin augmente de 1 unité, la volatilité future augmente en moyenne de 0.974. D'autre part, la hausse d'une unité de l'erreur actuelle augmentera la volatilité du lendemain de 0.174 en moyenne. La hausse d'une unité de l'erreur une journée auparavant, tend à diminuer la volatilité future de 0.309 en moyenne. L'indice AIC est de  $-1.617$ .

➤ BTC - GARCH (2, 3)

On obtient l'estimation suivante des paramètres:

$$\sigma_t^2 = 0.000177 + 0.874 * e_{t-1}^2 + 0.122 * e_{t-2}^2 - 0.9925 * \sigma_{t-1}^2 + 0.441 * \sigma_{t-2}^2 - 0.00217 * \sigma_{t-3}^2$$

Les coefficients sont tous statistiquement significatifs et adéquats pour prévoir la volatilité future (vu que les  $p$ -value sont inférieures au seuil de signification 5%). La volatilité moyenne est assez faible (0.000177); ainsi, bien que statistiquement significativement, elle n'est pas pratiquement significative. Si la volatilité actuelle du cours du bitcoin augmente d'une unité, la volatilité de la période future diminuera (en moyenne) 0.9925 unités. Et si l'erreur aujourd'hui augmente d'une unité, la variance de la période future augmentera de 0.874 en moyenne. La hausse d'une unité de l'erreur une journée auparavant, tend encore à faire croître la volatilité future. L'indice AIC est de  $-3.042$ .

➤ BTC - GARCH (3, 1)

Pour le modèle GARCH (3, 1), on a l'estimation suivante:

$$\sigma_t^2 = 0.0000036 + 0.402 * e_{t-1}^2 - 0.120 * e_{t-2}^2 - 0.09 * e_{t-3}^2 + 0.663 * \sigma_{t-1}^2$$

Les  $p$ -value sont inférieures au seuil de 5%, pour tous les coefficients du modèle. Ces coefficients estimés sont donc statistiquement significatifs. Lorsque la volatilité courante augmente d'une unité, la volatilité future augmente de 0.663 unités. En outre, la hausse d'une unité de l'erreur aujourd'hui augmente la volatilité du lendemain de 0.402 en moyenne. En revanche, la hausse d'une unité de l'erreur une journée auparavant, ou deux journées auparavant tend à diminuer la volatilité future. L'indice AIC est de  $-2.047$ .

➤ BTC - GARCH (3, 2)

La régression du modèle GARCH (3, 2) donne l'estimation suivante :

$$\sigma_t^2 = 0.000121 + 0.0141 * e_{t-1}^2 + 0.229 * e_{t-2}^2 - 0.169 * e_{t-3}^2 - 0.305 * \sigma_{t-1}^2 + 0.762 * \sigma_{t-2}^2$$

Ce modèle n'est pas significatif (tous les  $p > 0.05$ ). La volatilité moyenne est de (0.000121), elle est non significative, et pratiquement faible. Quand la volatilité courante augmente de 1 unité, la volatilité future diminue de 0.305. La hausse d'une unité de l'erreur aujourd'hui augmente la volatilité du lendemain de 0.0141 en moyenne. En revanche, la

hausse d'une unité de l'erreur de trois journées auparavant tend à diminuer la volatilité future (-0.169). L'indice AIC est de 5.074.

➤ BTC - GARCH (3, 3)

L'estimation obtenue est:

$$\sigma_t^2 = 0.0000513 + 0.449 * e_{t-1}^2 - 0.207 * e_{t-2}^2 - 0.0178 * e_{t-3}^2 - 0.713 * \sigma_{t-1}^2 + 0.495 * \sigma_{t-2}^2 + 0.331 * \sigma_{t-3}^2$$

Ce modèle n'est pas non plus significatif ( $p > 0.05$ ). La volatilité moyenne sur longue période est de (0.0000513), elle est non significative au seuil de 5%. Quand la volatilité courante augmente de 1 unité, la volatilité future diminue de 0.713. La hausse d'une unité de l'erreur aujourd'hui augmente la volatilité du lendemain de 0.449 en moyenne. En revanche, la hausse d'une unité de l'erreur de deux ou trois journées auparavant tend à diminuer la volatilité future. L'indice AIC est de 8.123.

**Conclusion partielle**

Il ressort de toutes ces analyses préliminaires que le modèle approprié pour décrire la volatilité du prix du Bitcoin est le GARCH (2, 3), avec un indice AIC = -3.042. Ce modèle a été estimé comme :

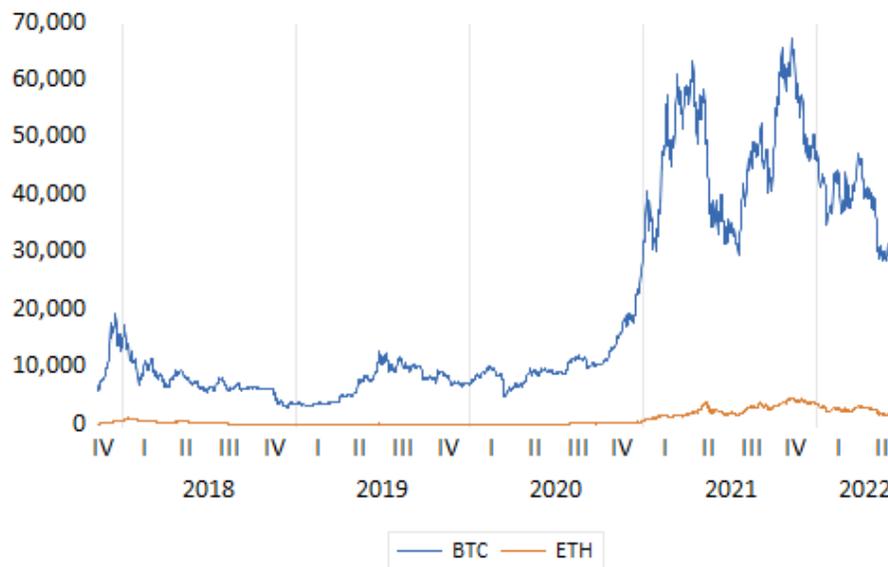
$$\sigma_t^2 = 0.000177 + 0.874 * e_{t-1}^2 + 0.122 * e_{t-2}^2 - 0.9925 * \sigma_{t-1}^2 + 0.441 * \sigma_{t-2}^2 - 0.00217 * \sigma_{t-3}^2$$

On note toutefois que le modèle GARCH (1, 1) pour la cryptomonnaie Ethereum avec erreur gaussienne est de bien meilleure qualité (l'indicateur de qualité AIC vaut -3.149) et l'estimation est :

$$\sigma_t^2 = 0.000169 + 0.085 * e_{t-1}^2 + 0.856 * \sigma_{t-1}^2$$

La stabilité relative des prix d'Ethereum pendant la période d'observation peut expliquer les différences observées (voir graphique ci-dessous). Cependant, il est connu qu'un

inconvenient majeur du modèle GARCH est qu'il traite l'information financière de manière symétrique. Or comme on l'a vu, les chocs négatifs ont plus d'impact sur la volatilité des séries financières, que les chocs positifs. Peut-être que les fluctuations dans le prix du BTC persistent bien plus longtemps que le ETH; il se peut aussi que les mauvaises nouvelles financières aient impacté le BTC bien plus sévèrement que ETH. Afin donc de tenir compte de cette asymétrie de l'information, les analyses qui vont suivre mettront en avant des variantes du GARCH. Nous examinerons, en particulier, comment la volatilité de la cryptomonnaie BTC est affectée selon que l'information financière est positive ou négative. De plus, on jettera un regard sur l'effet de long terme d'un choc ou sa persistance sur la volatilité.



**Figure 4.2.1** Illustration du prix de BTC et ETH au cours de la période observé.

## 4.2.2 Test de Modèles GARCH, avec effet Long Terme

### 4.2.2.1 BTC – IGARCH (1,1)

Le modèle intégré d'hétéroscédasticité conditionnelle autorégressive (IGARCH) généralisé est une version restreinte du modèle GARCH, où les paramètres persistants sont positifs et de somme égale à un. Comme le modèle standard GARCH, le modèle IGARCH (1, 1) tente

de prédire la volatilité future en fonction du terme d'erreur passé et de la volatilité passée. Selon ce modèle, lorsque l'erreur passée augmente d'une unité, la volatilité future augmente ou diminue également de  $\alpha_1$ , en moyenne.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2, \text{ avec } \alpha_0 + \alpha_1 + \beta_1 = 1$$

➤ IGARCH (1,1), Erreur Gaussienne

Le modèle estimé s'écrit :  $\sigma_t^2 = 0.000017 + 0.227573e_{t-1}^2 + 0.772427\sigma_{t-1}^2$ .

L'analyse montre que tous les coefficients du modèle sont statistiquement significatifs ( $p < 0.05$ ) au niveau de 5%. L'indicateur AIC est de -12.029.

➤ IGARCH (1,1), Erreur t-Student

Le modèle estimé s'écrit :  $\sigma_t^2 = 0.000006 + 0.223929e_{t-1}^2 + 0.776071\sigma_{t-1}^2$ .

L'analyse des données montre ici aussi que tous les coefficients du modèle sont statistiquement significatifs ( $p < 0.05$ ) au niveau de 5%. L'indicateur AIC est de -13.027.

➤ IGARCH (1,1), Erreur GED

Le modèle estimé s'écrit ici :  $\sigma_t^2 = -0.00001 + 0.23759e_{t-1}^2 + 0.76241\sigma_{t-1}^2$ .

La valeur  $p$  ( $p$ -value) du terme constant ne semble pas significative au niveau 5%. Le terme constant résume les données dans un futur lointain, dans ce sens il s'agit d'une volatilité moyenne des prix sur longue période du bitcoin. Tous les autres coefficients sont significatifs. L'indicateur AIC est -13.77.

#### 4.2.2.2 BTC – EGARCH (1,1)

Le modèle exponentiel hétéroscédastique conditionnel (EGARCH) proposé par Nelson (1991) est permet de modéliser le logarithme de la volatilité d'un processus aléatoire.

Ce modèle est utile en ce qu'il tient compte de l'impact des nouvelles sur la volatilité (ce qui est absent du modèle standard GARCH) en introduisant un paramètre de levier dans le modèle dénoté par  $\alpha_2$ . Le modèle EGARCH standard possède l'équation générale

$$\log(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1} + \alpha_2 (|e_{t-1}| - \sqrt{\frac{2}{\pi}}) + \beta_1 \log(\sigma_{t-1}^2)$$

Le modèle prédit la variance conditionnelle du logarithme de la volatilité du décalage d'ordre 1 (lag 1) de la volatilité,  $\sigma_{t-1}^2$ , et du terme d'erreur actuel,  $e_t$ . Le terme  $|e_{t-1}|$  désigne la valeur absolue du terme d'erreur de la volatilité pour la période précédente. Les paramètres du modèle ont les significations suivantes. Le terme constant  $\alpha_0$  est la volatilité moyenne du Bitcoin au cours de la période d'étude. Les coefficients  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont respectivement, l'impact financier (sur la volatilité) du terme d'erreur pour la période précédente (qui peut être positif ou négatif) et le terme de levier (alpha 2), qui mesure l'impact asymétrique des nouvelles financières.

Pour ce qui est du terme de volatilité de la période passée, son impact est capturé par  $\beta_1$ ; ainsi lorsque la volatilité passée augmente de 1%, la volatilité future augmente, en moyenne de  $\beta_1\%$ .

➤ EGARCH (1,1), Erreur Gaussienne

Notre analyse du modèle EGARCH (1, 1) avec la distribution normale des erreurs a permis d'obtenir l'estimation suivante:

$$\log(\sigma_t^2) = -0.491746 + 0.021372e_{t-1} + 0.427155(|e_{t-1}| - \sqrt{\frac{2}{\pi}}) + 0.929106\log(\sigma_{t-1}^2)$$

Les valeurs  $p$  des coefficients de la régression sont (0.000, 0.16476, 0.000, 0.000) respectivement. Ainsi, les coefficients sont tous significatifs au moins au niveau de 5%, sauf pour le terme d'erreur passé, ainsi le lag 1 ou décalage d'ordre 1 de la volatilité du bitcoin a un impact sur la volatilité future, mais cet impact est non significatif. De plus, lorsque la volatilité augmente de 1%, la volatilité future augmente (en moyenne) d'environ 0.93%.

L'importance du terme de levier indique que les bonnes nouvelles (erreur positive) ont plus d'impact sur la volatilité que les mauvaises nouvelles. L'indicateur AIC vaut -12.024.

➤ EGARCH (1,1), Erreur t-Student

En modélisant le terme d'erreur selon une loi de Student, on obtient l'estimation suivante:

$$\log(\sigma_t^2) = -0.303416 + 0.034341e_{t-1} + 0.742511(|e_{t-1}| - \sqrt{\frac{2}{\pi}}) + 0.955063\log(\sigma_{t-1}^2)$$

Les valeurs  $p$  des coefficients de la régression sont (0.000, 0.332552, 0.012794, 0.000) respectivement, et ces coefficients sont significatifs au moins au seuil de 5%, sauf pour le terme d'erreur passé. Nos conclusions indiquent que la volatilité précédente des prix du bitcoin a un impact sur la volatilité future. L'indicateur de qualité du modèle, AIC est de -13.099.

➤ EGARCH (1,1), Erreur GED

Enfin, nous avons estimé le modèle EGARCH (1,1) avec une distribution d'erreur GED. Voici l'estimation obtenue du modèle :

$$\log(\sigma_t^2) = 0.003861 + 0.030652e_{t-1} + 0.316978(|e_{t-1}| - \sqrt{\frac{2}{\pi}}) + 0.999221\log(\sigma_{t-1}^2)$$

Les  $p$ -values des estimées sont ( $p = .48302$ ,  $p = .27682$ ,  $p = .000$ , and  $p = .000$ ). Ces résultats indiquent que la constante et le terme d'erreur du passé n'ont pas d'effet significatif

sur la prédiction de la volatilité future. Et précisément, lorsque la volatilité passée a augmenté de 1%, le logarithme de la volatilité future augmentera en moyenne d'environ 0.999221 point. L'indice AIC est de -12.264.

#### 4.2.2.3 BTC – TGARCH (1,1)

Le modèle de « seuil » GARCH proposé par Zakoian (1994) est utilisé pour modéliser l'écart-type du prix selon l'équation suivante:

$$(\sigma_t) = \alpha_0 + \alpha_1^+ (e_{t-1}^+) + \alpha_1^- (e_{t-1}^-) + \beta_1(\sigma_{t-1})$$

Ce modèle utilise également un effet de levier pour mesurer l'impact asymétrique des nouvelles financières sur la volatilité. Les termes de l'erreur  $e_{t-1}^+$  and  $e_{t-1}^-$  sont des variables qui font référence à la valeur de l'erreur passée  $e_{t-1}$ , selon le signe (positif ou négatif) . Si l'erreur est positive (bonne nouvelle), alors  $e_{t-1}^+ = e_{t-1}$ , et  $e_{t-1}^- = 0$ . Cependant si l'erreur est négative (mauvaises nouvelles), alors  $e_{t-1}^- = e_{t-1}$  et vaut 0.

Le modèle TGARCH tente de prédire la racine carrée de la variance à partir du signe du terme d'erreur passé (effet de levier). Quatre paramètres sont impliqués dans l'estimation du modèle, à savoir,  $\alpha_0, \alpha_1^-, \alpha_1^+, \beta_1$ . Le terme constant  $\alpha_0$  fait référence à la volatilité moyenne au cours de la période analysée.

##### ➤ TGARCH (1,1), Erreur Gaussienne

Le modèle estimé est:

$$(\sigma_t) = 0.0011713 + 0.2536273 (e_{t-1}^+) - 0.0128515 (e_{t-1}^-) + 0.7832436(\sigma_{t-1})$$

Les  $p$ -values des coefficients sont (0.000, 0.000, 0.739 et 0.000) respectivement, et qui sont inférieures à 5% (niveau de signification), sauf pour la valeur  $p$  du terme d'erreur négatif ( $p = 0.739, p > .05$ ), ce qui indique que ce terme est statistiquement insignifiant. La volatilité future du prix du Bitcoin pour notre échantillon est donc fortement affectée par le terme d'erreur positif et par la volatilité de la période passée.

Les résultats indiquent que la volatilité future des prix est indépendante du terme d'erreur négatif. Il y a donc un effet de levier positif, les bonnes nouvelles affectent plus la volatilité que les mauvaises nouvelles. De plus, l'indicateur AIC est de -11.216, on doit noter que l'augmentation de l'écart-type de la période passée du prix de l'actif d'une unité augmentera, en moyenne, l'écart-type futur d'environ 0.783 points.

➤ TGARCH (1,1), Erreur t-Student

Dans le modèle TGARCH (1, 1) avec erreur t-Student, nos données ont fourni l'estimation:

$$(\sigma_t) = 0.00000002613 + 1 (e_{t-1}^+) - 0.05379 (e_{t-1}^-) + 0.6285(\sigma_{t-1})$$

Avec les  $p$ -values (0.000, 0.000, 0.174, 0.000) plus petits que le seuil conventionnel 5%, sauf le terme d'erreur des chocs négatifs (non significatif). Un choc négatif dans la période précédente est donc sans effet réel sur la volatilité future.

Les résultats indiquent que la volatilité au lag 1 et le terme d'erreur positif affectent la volatilité future. Le critère de qualité du modèle est AIC = -13.473

➤ TGARCH (1,1), Erreur GED

Finalement, nous avons estimé le TGARCH (1,1) model en contraignant les erreurs à suivre une loi GED. On a ainsi obtenu l'estimation suivante :

$$(\sigma_t) = 0.0006279 + 0.2457 (e_{t-1}^+) - 0.01661 (e_{t-1}^-) + 0.7971(\sigma_{t-1}).$$

Comme précédemment, les  $p$ -values des coefficients ( $p = .000$ ,  $p = .000$ ,  $p = .736$ , et  $p = .000$ ) sont plus faibles que le seuil de 5%, sauf pour le choc négatif.

Les résultats indiquent encore que la volatilité au lag 1 et le terme d'erreur positif affectent la volatilité future. Le critère de qualité du modèle est AIC = -12.93.

#### 4.2.2.4 BTC - GJR-GARCH (1,1)

Semblable au modèle TGARCH, le modèle GJR-GARCH (1, 1) a été proposé par Glosten, Jagannathan et Runkle (1993). Ce modèle examine l'asymétrie des nouvelles dans le processus ARCH. Il décrit le carré de la volatilité en fonction du carré de la volatilité passée et du terme d'erreur selon l'équation

$$(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \alpha_1 (e_{t-1}^2) + \alpha_2 (e_{t-1}^2) I_{t-1} + \beta_1 (\sigma_{t-1}^2)$$

Et on définit la variable binaire  $I_t$  comme suit :

$$I_{t-1} = \begin{cases} 1, & \text{SI } e_{t-1} < 0 \\ 0, & \text{SI } e_{t-1} > 0 \end{cases}$$

De sorte que la variable binaire  $I_t$  prend la valeur 1 si l'erreur passée est négative et 0 sinon. Cette configuration permet alors de déterminer si les nouvelles négatives sont pertinentes dans les fluctuations de la volatilité. Il est à noter que ce modèle renvoie toujours une volatilité positive parce qu'il analyse une variable élevée au carré.

##### ➤ GJR-GARCH (1,1), Erreur Gaussienne

Le modèle estimé obtenu sur la base des données disponibles est :

$$(\sigma_t^2) = 0.00001656 + 0.2592 (e_{t-1}^2) - 0.05453 (e_{t-1}^2) I_{t-1} + 0.7636 (\sigma_{t-1}^2)$$

Avec les valeurs  $p$  suivantes ( $p = .000$ ,  $p = .000$ ,  $p = .072145$ , et  $p = .000$ ). Tous les coefficients sont statistiquement significatifs à 5%, à l'exception du coefficient de levier qui est significatif seulement au niveau 10%. La valeur AIC est -12.036.

##### ➤ GJR-GARCH (1,1), Erreur t-Student

Le modèle estimé obtenu avec une erreur t-Student est:

$$(\sigma_t^2) = 0.0000000006830 + 1 (e_{t-1}^2) - 0.1012 (e_{t-1}^2) I_{t-1} + 0.6580 (\sigma_{t-1}^2)$$

Tous les coefficients sont statistiquement significatifs à 5% ( $p = .000$ ). La valeur négative du facteur de levier (-0.1012) indique que les mauvaises nouvelles affectent plus la volatilité que les bonnes nouvelles. La valeur AIC du modèle est -13.173.

➤ GJR-GARCH (1,1), Erreur GED

Le modèle estimé s'écrit :

$$(\sigma_t^2) = 0.000006354 + 0.2573 (e_{t-1}^2) - 0.06781 (e_{t-1}^2) I_{t-1} + 0.7584 (\sigma_{t-1}^2)$$

Tous les coefficients sauf  $\alpha_2$  ( $p = .0786$ ,  $p > .05$ ), sont significatifs au seuil 5%. On fait remarquer que la valeur de  $p$  du facteur non significatif est relativement faible. Cela pourrait être dû à la nature de l'échantillon. Des données supplémentaires pourraient améliorer le modèle et rendre l'effet de la volatilité  $\alpha_2$  significatif au niveau de 5%. L'AIC obtenu est -13.02.

Les modèles que nous avons testés jusqu'à présent sont des modèles de volatilité à court terme. Ils estiment l'effet à court terme des régresseurs (terme d'erreur ou informations antérieures, volatilité passée) sur la volatilité future. Cependant, certains modèles, tels que FIGARCH et FIEGARCH, permettent de mesurer l'effet à long terme des régresseurs. Le modèle FIEGARCH diffère du modèle FIGARCH en ce qu'il contient également l'effet de levier. Les données disponibles pour le Bitcoin soutiennent-elle la présence d'un effet à long terme ? Dans la prochaine section, nous allons tester les deux modèles.

#### 4.2.2.5 BTC – FIEGARCH (1,1)

Le modèle FIEGARCH (1, 1) est utilisé pour analyser les propriétés de mémoire à long terme des données financières. Ce modèle permet de capturer la relation entre la volatilité future et la volatilité passée à long terme, par opposition à la volatilité à court terme. L'équation du modèle (avec distribution normale d'erreurs) est comme suit :

$$(1 - \phi_1 L)(1 - L)^d \log [(\sigma_t^2)] = a_0 + a_1 \left| \frac{e_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + b_1 \frac{e_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$$

Les paramètres du modèle sont les paramètres  $\phi_1$ ,  $d$ ,  $a_0$ ,  $a_1$  et  $b_1$

Le terme  $b_1$  est le terme de levier, il mesure l'effet des informations négatives sur la volatilité future. De sorte que si  $b_1$  est négatif et statistiquement significatif, les nouvelles négatives affecteront plus la volatilité que les nouvelles positives. Le terme  $a_0$  est la constante du modèle,  $a_1$  mesure l'impact de la volatilité de la période précédente. Le paramètre ( $d$ ) est une fraction qui mesure l'effet ou la persistance à long terme des chocs passés.

➤ FIEGARCH (1,1)

On a obtenu l'estimation suivante :

$$(1 - 0.47290L)(1 - L)^{0.45288} \log [(\sigma_t^2)] = -0.44080 + 0.40739 \left| \frac{e_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + 0.04915 \frac{e_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$$

Tous les coefficients du modèle sont significatifs au niveau de 5% ( $p = .000$ ). Ces résultats annoncent qu'il y aurait un effet à long terme sur la volatilité des niveaux de prix du Bitcoin.

Tout choc passé à un effet qui persiste longtemps. De plus L'asymétrie des nouvelles est également confirmée. La valeur positive du terme de levier indique que les bonnes nouvelles influencent davantage la volatilité que les mauvaises nouvelles. Le critère de qualité AIC est -13.025.

**4.2.2.6 BTC - FIGARCH (1,1)**

FIGARCH (1, 1) est aussi utilisé pour analyser les propriétés de mémoire à long terme. Il diffère du modèle FIEGARCH en ce qu'il n'y a pas d'effet de levier, de sorte que les nouvelles sont traitées symétriquement. L'équation du modèle est :

$$(1 - b_1L)(\sigma_t^2) = a_0 + (1 - b_1L)e_t^2 - (1 - \phi_1L)(1 - L)^d(e_t^2)$$

Le terme  $b_1$  est le coefficient de volatilité et on note le carré du terme d'erreur dans l'équation, qui traduit l'absence d'effet de levier.

➤ FIGARCH (1,1)

On a estimé ce modèle avec les données de l'échantillon:

$$(1 - 0.70000000L)(\sigma_t^2) = 0.00001818 + (1 - 0.70000000L)e_t^2 - (1 - 0.40000000L)(1 - L)^{0.50000000}(e_t^2)$$

Tous les coefficients du modèle sont significatifs au niveau de 5%. Il y a un effet à long terme qui est légèrement supérieur à celui du modèle FIEGARCH. L'indicateur AIC est -11.997.

## Conclusions

Nos résultats indiquent que le modèle TGARCH (1, 1) (avec la distribution d'erreurs de Student) est mieux adapté pour décrire la volatilité du Bitcoin, avec un indice AIC de -13.47, l'équation estimée est donnée comme suit:

$$(\sigma_t) = 0.000879 + 1 (e_{t-1}^+) - 16.621637 (e_{t-1}^-) + 2.312122(\sigma_{t-1})$$

Le paramètre d'effet de levier  $\alpha_2$  est égal à -16.62, mais est statistiquement non significatif ( $p = .174$ ). Ceci indique qu'il y a un effet symétrique des nouvelles financières sur la volatilité du Bitcoin. Ce résultat est en ligne avec les conclusions de Kosapattarapim, Lin et McCrae (2011), qui trouvent que le meilleur modèle ne fournit pas nécessairement une signification statistique pour toutes les variables indépendantes. Le coefficient  $b_1$  de la volatilité passée est statistiquement significatif et indique que si la volatilité précédente change d'une unité, la volatilité future augmentera de 2.312 unités.

Le modèle TGARCH (1, 1) est suivi (en qualité) par les modèles suivants GJR-GARCH (1, 1) avec l'erreur de Student (AIC=...), le modèle IGARCH (1, 1) avec l'erreur Gaussienne (AIC=...) et le modèle EGARCH (1, 1) avec l'erreur de Student (AIC=...). On note que les variables indépendantes des modèles GJR-GARCH (1, 1), GARCH (1, 1) et IGARCH (1, 1) sont toutes significatives au niveau de 5%. Cela montre que lors de l'ajustement du modèle par le modèle standard GARCH (1, 1), les informations financières affectent la volatilité future, qu'il s'agisse d'une bonne nouvelle (terme d'erreur positif) ou de mauvaises nouvelles (erreur négative). Ce résultat explique aussi pourquoi le modèle IGARCH est significatif pour toutes les variables du modèle, puisque les deux modèles sont étroitement liés: le modèle IGARCH est un modèle GARCH standard contraint, où la somme des coefficients vaut 1. Enfin, le modèle EGARCH (1, 1) est significatif pour tous les coefficients, sauf pour le terme d'erreur passé. L'effet de levier est positif et significatif, ce qui indique une asymétrie dans l'effet des nouvelles sur la volatilité. Plus précisément, dans le modèle EGARCH (1, 1), les bonnes nouvelles ont un effet plus important sur la volatilité du niveau de prix des Bitcoins que les mauvaises nouvelles.

Les modèles FIGARCH et FIEGARCH avec la distribution normale ne figurent pas parmi les cinq meilleurs modèles. Nous avons donc testé ces modèles par rapport à la distribution t de Student et au GED et avons trouvé les mêmes résultats que dans le cas de la distribution normale.

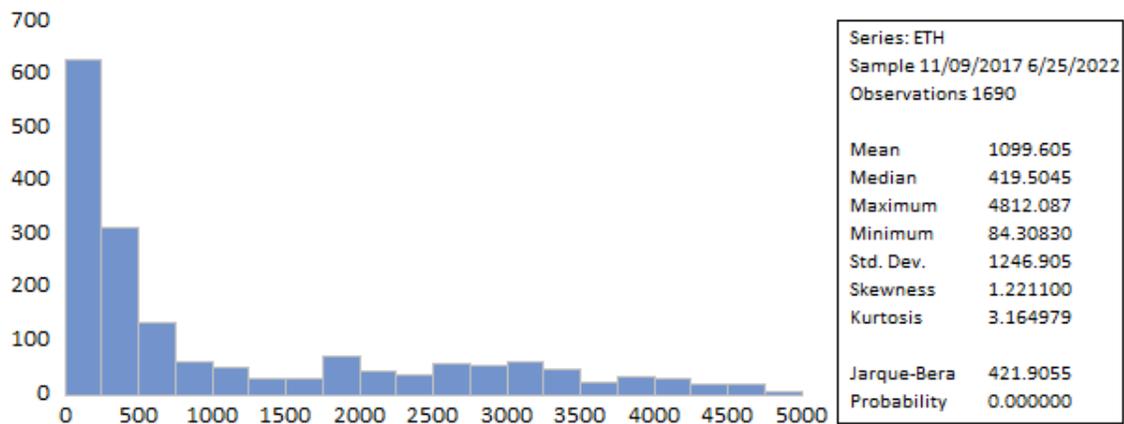
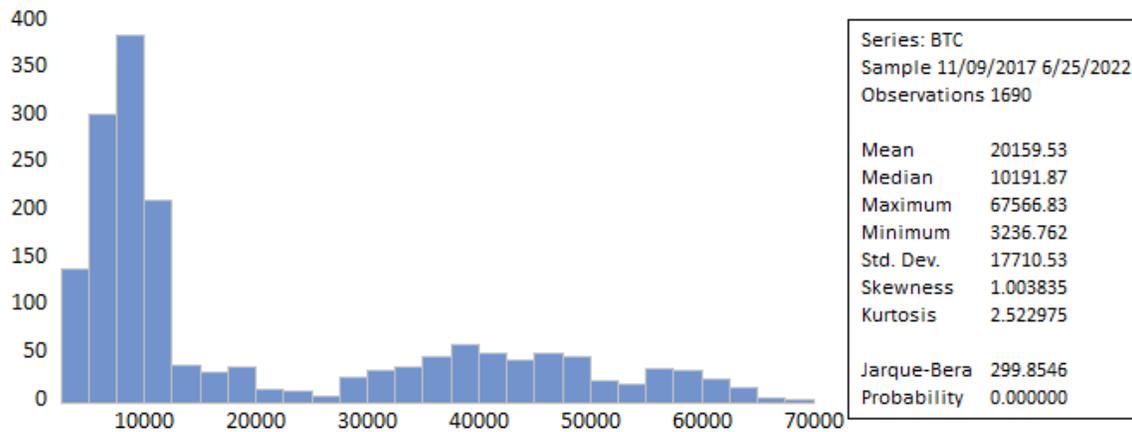
## Références bibliographiques

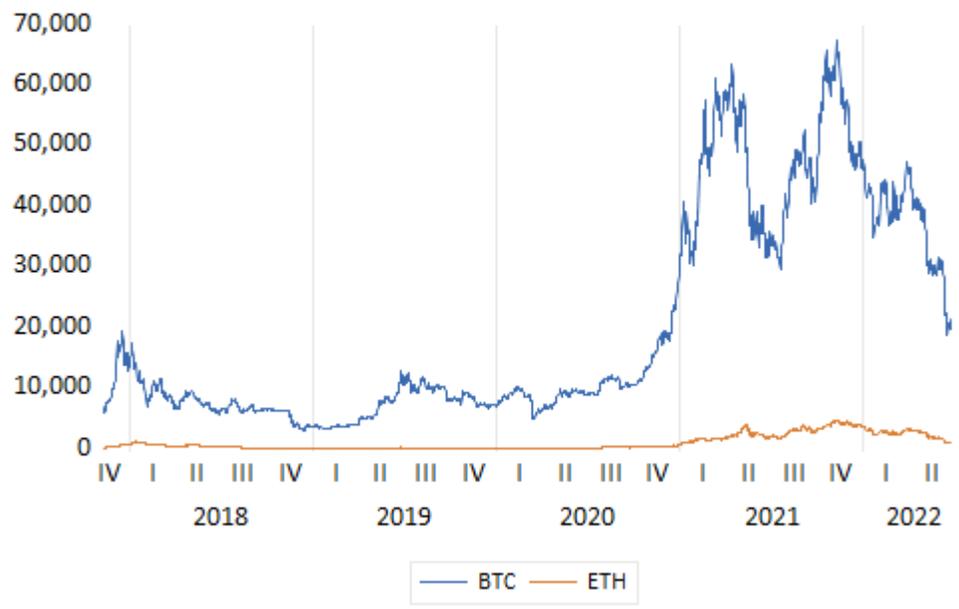
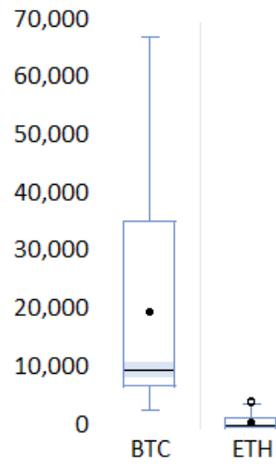
1. Brooks, Introduction to Econometrics (5<sup>th</sup> Edition).
2. Tsay, R. S. (2010). Analysis of Financial Time Series: John Wiley & Sons.
3. Blockchain.info. 2017. "Bitcoin Charts." Available at <https://blockchain.info/charts/>.
4. "How Does Bitcoin Work?" At <http://www.economist.com/bitcoinexplained>.
5. Robleh, A., John Barrdear, Roger Clews, and James Southgate. 2014b. "The Economics of Digital Currencies." Bank of England Quarterly Bulletin 54:3, 276–286.
6. Böhme, Rainer, Nicolas Christin, Benjamin Edelman, and Tyler Moore. 2015. "Bitcoin: Economics, Technology, and Governance." Journal of Economic Perspectives 29:2, 213–238.
7. Fink, Christopher, and Thomas Johann. 2014. "Bitcoin Markets." Working Paper, University of Mannheim.
8. Duffield, Evan, and Kyle Hagan. 2014. "Darkcoin: Peer to Peer Crypto Currency with Anonymous Blockchain Transactions and an Improved Proof of Work System."
9. Sunny King, S. Martinez Nadal (2012). Peer-to-Peer Crypto-Currency with Proof-of-Stake.
10. Yermack, David. 2014. "Is Bitcoin a Real Currency? An Economic Appraisal." Working Paper, NBER.
11. Forbes. 2014a. "New York Is Ready with Revision of Bitcoin Regulations." December. Available at <http://www.forbes.com/sites/tomgroenfeldt/2014/12/18/new-york-is-ready-with-revision-of-bitcoin-regulations/#36ae8cba41a5>.
12. Coindesk. 2014a. "How the US Government's Sale of 30,000 BTC Could Impact Bitcoin Prices." June 26. Available at <http://www.coindesk.com/us-governments-sale-30000-btc-impact-bitcoin-prices/>.
13. Nakamoto, Satoshi. 2008. "Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System." Available at <http://bitcoin.org/bitcoin.pdf>
14. Grinberg, Reuben. 2012. "Bitcoin: An Innovative Alternative Digital Currency." Hastings Science and Technology Law Journal 4: Winter, 160–207.

15. Kristoufek, Ladislav. 2015. *“What Are the Main Drivers of the Bitcoin Price?”* Library of the U.S. Congress. 2014. “Regulation of Bitcoin in Selected Jurisdictions.” Available at <http://www.loc.gov/law/help/bitcoin-survey/regulation-of-bitcoin.pdf>.
16. Bouoiyour, Jamal, Refk Selmi, Tiwari, A. K. and Olayeni, O. R. 2016. *“What drives Bitcoin price?”* Economics Bulletin, 36(2), 843-850.

# Annexes

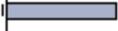
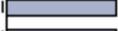
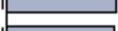
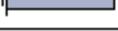
## (Graphiques & Tableaux)





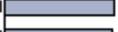
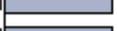
### Correlogram of BTC

Date: 06/25/22 Time: 08:24  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690

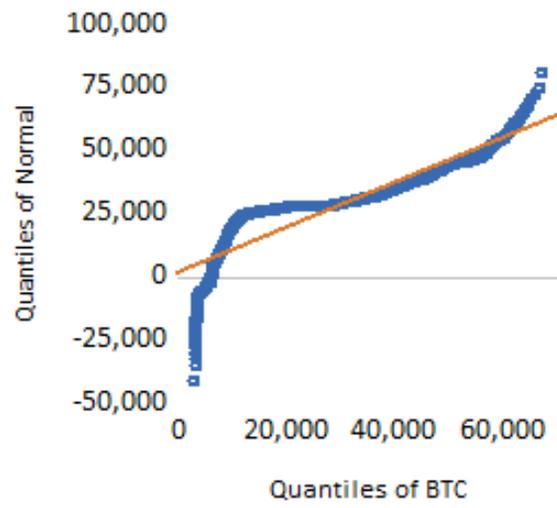
	Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
			1	0.998	0.998	1686.6	0.000
			2	0.996	0.021	3368.0	0.000
			3	0.994	-0.007	5044.2	0.000
			4	0.993	-0.021	6714.9	0.000
			5	0.990	-0.033	8379.8	0.000
			6	0.988	-0.015	10039.	0.000
			7	0.986	-0.021	11691.	0.000
			8	0.984	0.049	13338.	0.000
			9	0.982	0.034	14980.	0.000
			10	0.980	-0.079	16616.	0.000

### Correlogram of ETH

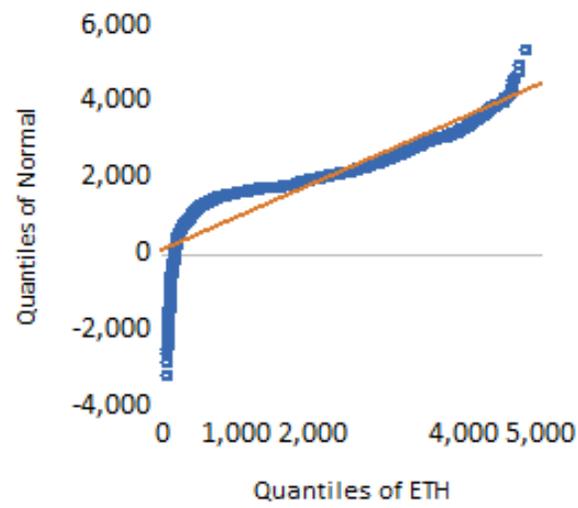
Date: 06/25/22 Time: 08:23  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690

	Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
			1	0.998	0.998	1685.5	0.000
			2	0.996	0.060	3365.5	0.000
			3	0.994	-0.010	5039.8	0.000
			4	0.992	-0.027	6708.0	0.000
			5	0.989	-0.046	8369.4	0.000
			6	0.988	0.070	10025.	0.000
			7	0.985	-0.096	11674.	0.000
			8	0.983	0.005	13316.	0.000
			9	0.981	0.034	14952.	0.000
			10	0.978	-0.008	16581.	0.000

### BTC



### ETH



Dependent Variable: BTC

Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)

Date: 06/25/22 Time: 07:51

Sample: 11/09/2017 6/25/2022

Included observations: 1690

Convergence achieved after 70 iterations

Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Presample variance: backcast (parameter = 0.7)

GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	77170.00	34928044	0.002209	0.9982
RESID(-1)^2	0.963239	4.684341	0.205630	0.8371
GARCH(-1)	0.040099	4.621406	0.008677	0.9931
R-squared	-1.296448	Mean dependent var		20159.53
Adjusted R-squared	-1.295089	S.D. dependent var		17710.53
S.E. of regression	26830.65	Akaike info criterion		21.92398
Sum squared resid	1.22E+12	Schwarz criterion		21.93362
Log likelihood	-18522.76	Hannan-Quinn criter.		21.92755
Durbin-Watson stat	0.001516			

Dependent Variable: BTC  
 Method: ML ARCH - Student's t distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 06/25/22 Time: 07:51  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690  
 Convergence achieved after 119 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	75903.39	34924584	0.002173	0.9983
RESID(-1)^2	0.963266	4.685006	0.205606	0.8371
GARCH(-1)	0.040099	4.621163	0.008677	0.9931
T-DIST. DOF	3224782.	5.08E+11	6.35E-06	1.0000
R-squared	-1.296448	Mean dependent var		20159.53
Adjusted R-squared	-1.295089	S.D. dependent var		17710.53
S.E. of regression	26830.65	Akaike info criterion		21.92516
Sum squared resid	1.22E+12	Schwarz criterion		21.93802
Log likelihood	-18522.76	Hannan-Quinn criter.		21.92992
Durbin-Watson stat	0.001516			

Dependent Variable: BTC  
 Method: ML ARCH - Generalized error distribution (GED) (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 06/25/22 Time: 07:52  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690  
 Convergence achieved after 79 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	-63969.13	256354.8	-0.249534	0.8029
RESID(-1)^2	0.464799	0.013395	34.70062	0.0000
GARCH(-1)	-0.061600	0.020024	-3.076260	0.0021
GED PARAMETER	37.40815	5.169174	7.236776	0.0000
R-squared	-1.296448	Mean dependent var		20159.53
Adjusted R-squared	-1.295089	S.D. dependent var		17710.53
S.E. of regression	26830.65	Akaike info criterion		20.78947
Sum squared resid	1.22E+12	Schwarz criterion		20.80233
Log likelihood	-17563.10	Hannan-Quinn criter.		20.79423
Durbin-Watson stat	0.001516			

Dependent Variable: ETH  
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 06/25/22 Time: 07:46  
 Sample: 11/10/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1689  
 Convergence achieved after 22 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	0.000169	2.71E-05	6.255997	0.0000
RESID(-1)^2	0.085496	0.007596	11.25560	0.0000
GARCH(-1)	0.856313	0.015752	54.36260	0.0000
R-squared	-0.000232	Mean dependent var		0.000793
Adjusted R-squared	0.000360	S.D. dependent var		0.052094
S.E. of regression	0.052085	Akaike info criterion		-3.149293
Sum squared resid	4.581940	Schwarz criterion		-3.139645
Log likelihood	2662.578	Hannan-Quinn criter.		-3.145720
Durbin-Watson stat	2.087151			

Dependent Variable: ETH  
Method: ML ARCH - Student's t distribution (BFGS / Marquardt steps)  
Date: 06/25/22 Time: 07:56  
Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
Included observations: 1690  
Failure to improve likelihood (non-zero gradients) after 100 iterations  
Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	105.3155	19935.35	0.005283	0.9958
RESID(-1)^2	0.951348	2.969944	0.320325	0.7487
GARCH(-1)	0.053269	2.900388	0.018366	0.9853
T-DIST. DOF	13478431	1.08E+13	1.25E-06	1.0000
R-squared	-0.778151	Mean dependent var		1099.605
Adjusted R-squared	-0.777099	S.D. dependent var		1246.905
S.E. of regression	1662.223	Akaike info criterion		15.50603
Sum squared resid	4.67E+09	Schwarz criterion		15.51889
Log likelihood	-13098.60	Hannan-Quinn criter.		15.51079
Durbin-Watson stat	0.002348			

Dependent Variable: ETH  
Method: ML ARCH - Generalized error distribution (GED) (BFGS / Marquardt steps)  
Date: 06/25/22 Time: 07:54  
Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
Included observations: 1690  
Convergence achieved after 49 iterations  
Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	-79.68900	215.3073	-0.370118	0.7113
RESID(-1)^2	0.448311	0.019309	23.21745	0.0000
GARCH(-1)	0.012215	0.024181	0.505138	0.6135
GED PARAMETER	32.36058	6.217555	5.204712	0.0000
R-squared	-0.778151	Mean dependent var		1099.605
Adjusted R-squared	-0.777099	S.D. dependent var		1246.905
S.E. of regression	1662.223	Akaike info criterion		14.41077
Sum squared resid	4.67E+09	Schwarz criterion		14.42363
Log likelihood	-12173.10	Hannan-Quinn criter.		14.41553
Durbin-Watson stat	0.002348			

Dependent Variable: ETH  
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 06/25/22 Time: 07:55  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690  
 Convergence achieved after 44 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	105.3223	19935.38	0.005283	0.9958
RESID(-1)^2	0.951348	2.967991	0.320536	0.7486
GARCH(-1)	0.053269	2.900382	0.018366	0.9853
R-squared	-0.778151	Mean dependent var		1099.605
Adjusted R-squared	-0.777099	S.D. dependent var		1246.905
S.E. of regression	1662.223	Akaike info criterion		15.50485
Sum squared resid	4.67E+09	Schwarz criterion		15.51449
Log likelihood	-13098.60	Hannan-Quinn criter.		15.50842
Durbin-Watson stat	0.002348			

Dependent Variable: BTC  
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 06/25/22 Time: 07:58  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690  
 Convergence achieved after 60 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 $\text{LOG}(\text{GARCH}) = \text{C}(1) + \text{C}(2) * \text{ABS}(\text{RESID}(-1)) / \text{SQRT}(\text{GARCH}(-1)) + \text{C}(3) * \text{RESID}(-1) / \text{SQRT}(\text{GARCH}(-1)) + \text{C}(4) * \text{LOG}(\text{GARCH}(-1))$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	-1.946952	13.71793	-0.141928	0.8871
C(2)	2.578890	1004.421	0.002568	0.9980
C(3)	-0.606604	1004.309	-0.000604	0.9995
C(4)	0.998826	0.368602	2.709771	0.0067
R-squared	-1.296448	Mean dependent var		20159.53
Adjusted R-squared	-1.295089	S.D. dependent var		17710.53
S.E. of regression	26830.65	Akaike info criterion		21.92514
Sum squared resid	1.22E+12	Schwarz criterion		21.93800
Log likelihood	-18522.74	Hannan-Quinn criter.		21.92990
Durbin-Watson stat	0.001516			

Dependent Variable: ETH  
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 06/25/22 Time: 07:57  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690  
 Convergence achieved after 54 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 $\text{LOG}(\text{GARCH}) = \text{C}(1) + \text{C}(2) * \text{ABS}(\text{RESID}(-1) / \sqrt{\text{GARCH}(-1)}) + \text{C}(3) * \text{RESID}(-1) / \sqrt{\text{GARCH}(-1)} + \text{C}(4) * \text{LOG}(\text{GARCH}(-1))$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	-1.944674	8.836678	-0.220068	0.8258
C(2)	2.467151	720.5230	0.003424	0.9973
C(3)	-0.508665	720.4593	-0.000706	0.9994
C(4)	0.999234	0.207956	4.805019	0.0000
R-squared	-0.778151	Mean dependent var		1099.605
Adjusted R-squared	-0.777099	S.D. dependent var		1246.905
S.E. of regression	1662.223	Akaike info criterion		15.50599
Sum squared resid	4.67E+09	Schwarz criterion		15.51885
Log likelihood	-13098.56	Hannan-Quinn criter.		15.51075
Durbin-Watson stat	0.002348			

Dependent Variable: BTC  
 Method: ML ARCH - Generalized error distribution (GED) (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 06/25/22 Time: 07:59  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690  
 Convergence achieved after 73 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 $\text{LOG}(\text{GARCH}) = \text{C}(1) + \text{C}(2) * \text{ABS}(\text{RESID}(-1) / \sqrt{\text{GARCH}(-1)}) + \text{C}(3) * \text{RESID}(-1) / \sqrt{\text{GARCH}(-1)} + \text{C}(4) * \text{LOG}(\text{GARCH}(-1))$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	-2.373299	0.113447	-20.91996	0.0000
C(2)	1.816491	6.141566	0.295770	0.7674
C(3)	-0.225804	6.140859	-0.036771	0.9707
C(4)	0.997426	0.004181	238.5754	0.0000
GED PARAMETER	44.72159	8.689787	5.146454	0.0000
R-squared	-1.296448	Mean dependent var		20159.53
Adjusted R-squared	-1.295089	S.D. dependent var		17710.53
S.E. of regression	26830.65	Akaike info criterion		20.77361
Sum squared resid	1.22E+12	Schwarz criterion		20.78969
Log likelihood	-17548.70	Hannan-Quinn criter.		20.77956
Durbin-Watson stat	0.001516			

Dependent Variable: ETH  
Method: ML ARCH - Generalized error distribution (GED) (BFGS / Marquardt steps)  
Date: 06/25/22 Time: 07:59  
Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
Included observations: 1690  
Convergence achieved after 96 iterations  
Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 $\text{LOG}(\text{GARCH}) = \text{C}(1) + \text{C}(2) * \text{ABS}(\text{RESID}(-1) / \text{SQRT}(\text{GARCH}(-1))) + \text{C}(3) * \text{RESID}(-1) / \text{SQRT}(\text{GARCH}(-1)) + \text{C}(4) * \text{LOG}(\text{GARCH}(-1))$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	-2.298175	0.117992	-19.47738	0.0000
C(2)	1.546601	9.520216	0.162454	0.8709
C(3)	-0.051878	9.519408	-0.005450	0.9957
C(4)	1.005704	0.005037	199.6529	0.0000
GED PARAMETER	34.67580	6.501116	5.333823	0.0000
R-squared	-0.778151	Mean dependent var		1099.605
Adjusted R-squared	-0.777099	S.D. dependent var		1246.905
S.E. of regression	1662.223	Akaike info criterion		14.40344
Sum squared resid	4.67E+09	Schwarz criterion		14.41952
Log likelihood	-12165.91	Hannan-Quinn criter.		14.40940
Durbin-Watson stat	0.002348			

Dependent Variable: ETH  
Method: ML ARCH - Student's t distribution (BFGS / Marquardt steps)  
Date: 06/25/22 Time: 08:00  
Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
Included observations: 1690  
Failure to improve likelihood (non-zero gradients) after 71 iterations  
Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 $\text{LOG}(\text{GARCH}) = \text{C}(1) + \text{C}(2) * \text{ABS}(\text{RESID}(-1) / \text{SQRT}(\text{GARCH}(-1))) + \text{C}(3) * \text{RESID}(-1) / \text{SQRT}(\text{GARCH}(-1)) + \text{C}(4) * \text{LOG}(\text{GARCH}(-1))$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	-1.981316	8.841748	-0.224087	0.8227
C(2)	2.083771	56.38174	0.036958	0.9705
C(3)	-0.085537	56.54166	-0.001513	0.9988
C(4)	0.999474	0.211897	4.716798	0.0000
T-DIST. DOF	340.7572	0.306172	1112.959	0.0000
R-squared	-0.778151	Mean dependent var		1099.605
Adjusted R-squared	-0.777099	S.D. dependent var		1246.905
S.E. of regression	1662.223	Akaike info criterion		15.51014
Sum squared resid	4.67E+09	Schwarz criterion		15.52621
Log likelihood	-13101.07	Hannan-Quinn criter.		15.51609
Durbin-Watson stat	0.002348			

Dependent Variable: BTC  
 Method: ML ARCH - Student's t distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 06/25/22 Time: 08:01  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690  
 Convergence not achieved after 500 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	126950.4	33292632	0.003813	0.9970
RESID(-1)^2	1.003907	0.873785	1.148918	0.2506
GARCH(-1)	0.083861	8.788782	0.009542	0.9924
D	0.041518	6.480454	0.006407	0.9949
T-DIST. DOF	50854.85	1.27E+08	0.000401	0.9997
R-squared	-1.296448	Mean dependent var		20159.53
Adjusted R-squared	-1.295089	S.D. dependent var		17710.53
S.E. of regression	26830.65	Akaike info criterion		21.92635
Sum squared resid	1.22E+12	Schwarz criterion		21.94243
Log likelihood	-18522.77	Hannan-Quinn criter.		21.93231
Durbin-Watson stat	0.001516			

Dependent Variable: BTC  
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 06/25/22 Time: 08:02  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690  
 Convergence achieved after 74 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	126210.9	33279994	0.003792	0.9970
RESID(-1)^2	1.003874	0.867005	1.157865	0.2469
GARCH(-1)	0.083722	8.788337	0.009526	0.9924
D	0.041579	6.484143	0.006412	0.9949
R-squared	-1.296448	Mean dependent var		20159.53
Adjusted R-squared	-1.295089	S.D. dependent var		17710.53
S.E. of regression	26830.65	Akaike info criterion		21.92515
Sum squared resid	1.22E+12	Schwarz criterion		21.93801
Log likelihood	-18522.75	Hannan-Quinn criter.		21.92991
Durbin-Watson stat	0.001516			

Dependent Variable: BTC  
 Method: ML ARCH - Generalized error distribution (GED) (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 06/25/22 Time: 08:03  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690  
 Convergence achieved after 52 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	382033.6	478409.9	0.798549	0.4246
RESID(-1)^2	0.432644	0.019759	21.89653	0.0000
GARCH(-1)	-0.033046	0.024199	-1.365615	0.1721
D	-0.004379	0.002843	-1.540475	0.1234
GED PARAMETER	38.20481	5.641663	6.771907	0.0000
R-squared	-1.296448	Mean dependent var		20159.53
Adjusted R-squared	-1.295089	S.D. dependent var		17710.53
S.E. of regression	26830.65	Akaike info criterion		20.78908
Sum squared resid	1.22E+12	Schwarz criterion		20.80516
Log likelihood	-17561.78	Hannan-Quinn criter.		20.79504
Durbin-Watson stat	0.001516			

Dependent Variable: ETH  
 Method: ML ARCH - Generalized error distribution (GED) (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 06/25/22 Time: 08:03  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690  
 Convergence achieved after 63 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	44.48825	418.4418	0.106319	0.9153
RESID(-1)^2	0.461022	0.020447	22.54760	0.0000
GARCH(-1)	0.011038	0.027176	0.406177	0.6846
D	-0.000461	0.001662	-0.277335	0.7815
GED PARAMETER	32.40803	6.329610	5.120067	0.0000
R-squared	-0.778151	Mean dependent var		1099.605
Adjusted R-squared	-0.777099	S.D. dependent var		1246.905
S.E. of regression	1662.223	Akaike info criterion		14.41189
Sum squared resid	4.67E+09	Schwarz criterion		14.42796
Log likelihood	-12173.05	Hannan-Quinn criter.		14.41784
Durbin-Watson stat	0.002348			

Dependent Variable: ETH  
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 06/25/22 Time: 08:04  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690  
 Convergence achieved after 53 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	298.5966	20130.86	0.014833	0.9882
RESID(-1)^2	1.005341	0.633877	1.586020	0.1127
GARCH(-1)	0.106061	4.904142	0.021627	0.9827
D	0.051737	3.537409	0.014626	0.9883
R-squared	-0.778151	Mean dependent var		1099.605
Adjusted R-squared	-0.777099	S.D. dependent var		1246.905
S.E. of regression	1662.223	Akaike info criterion		15.50601
Sum squared resid	4.67E+09	Schwarz criterion		15.51887
Log likelihood	-13098.58	Hannan-Quinn criter.		15.51078
Durbin-Watson stat	0.002348			

Dependent Variable: ETH  
 Method: ML ARCH - Student's t distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 06/25/22 Time: 08:05  
 Sample: 11/09/2017 6/25/2022  
 Included observations: 1690  
 Convergence achieved after 322 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(1) + C(2)\*RESID(-1)^2 + C(3)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	169.5652	9952.523	0.017037	0.9864
RESID(-1)^2	0.416930	8.831977	0.047207	0.9623
GARCH(-1)	0.518155	9.684254	0.053505	0.9573
D	1.070766	6.212787	0.172349	0.8632
T-DIST. DOF	57712.46	1.62E+08	0.000356	0.9997
R-squared	-0.778151	Mean dependent var		1099.605
Adjusted R-squared	-0.777099	S.D. dependent var		1246.905
S.E. of regression	1662.223	Akaike info criterion		15.50725
Sum squared resid	4.67E+09	Schwarz criterion		15.52332
Log likelihood	-13098.62	Hannan-Quinn criter.		15.51320
Durbin-Watson stat	0.002348			